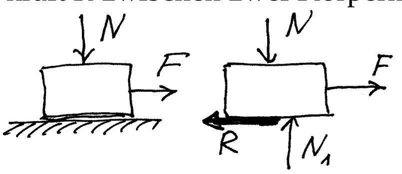
I. Haftreibung und Gleitreibung

In dieser Vorlesung untersuchen wir nur die *trockene* oder *Coulomb'sche* Reibung zwischen festen Körpern. Durch sehr ausführliche experimentelle Untersuchungen hat Coulomb (1736-1806) festgestellt, dass die Reibungskraft *R* zwischen zwei Körpern, die mit der



Normalkraft *N* aneinandergedrückt sind, in erster, grober Näherung folgende einfache Eigenschaften hat:

A) Die ***Haftreibung*** (auch *statische Reibungskraft*) R_s, die zu überwinden ist, um den Körper in Bewegung zu setzen, ist proportional zur Anpreßkraft *N*:

$$\boxed{R_s = \mu_s N}.$$

Der Koeffizient μ_s heißt *statischer Reibungskoeffizient.* Er hängt von der Materialpaarung ab, weist aber dagegen fast keine Abhängigkeit von der Kontaktfläche und Rauhigkeit der Oberflächen auf. Bereits Coulomb hat festgestellt, dass μ_s mit der Standzeit wächst. Dies wird aber in den meisten einfacheren Anwendungen vernachlässigt.

B) Die ***Gleitreibung*** (auch *kinetische Reibungskraft*) R_k ist die Widerstandskraft, die *nach* dem Überwinden der Haftung wirkt. Coulomb hat experimentell folgende Eigenschaften der Gleitreibungskraft festgestellt:

- Gleitreibung ist proportional zur Anpreßkraft *N*

$$\boxed{R_k = \mu_k N}$$

- Sie weist keine wesentliche Abhängigkeit von der Kontaktfläche und Rauhigkeit der Oberflächen
- Der kinetische Reibungskoeffizient ist näherungsweise gleich dem statischen Reibungskoeffizienten:

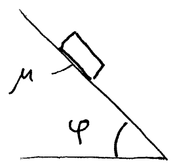
$\mu_k \approx \mu_s$

- Die Gleitreibung hängt nicht (bzw. nur sehr schwach) von der Gleitgeschwindigkeit ab. Oft wird angenommen, dass μ_k mit der Geschwindigkeit schwach abnimmt. Das gilt aber nicht immer, (z.B. nicht bei Gummireifen für kleine Gleitgeschwindigkeiten).

Anders als oft behauptet, haben die statischen und kinetischen Reibungskräfte die gleiche physikalische Herkunft und können in vielen mechanischen Aufgaben nicht getrennt voneinander betrachtet werden. Auch der Unterschied zwischen dem statischen und kinetischen Reibungskoeffizienten erweist sich als relativ, da oft entweder der Übergang vom statischen zum Gleitkontakt kontinuierlich stattfindet (das ist der Fall im angetriebenen Rad[1]) oder die "Haftreibung" sich in Wirklichkeit als Gleitreibung bei sehr kleinen Geschwindigkeiten entpuppt (das ist der Fall bei Gummireibung, z.B. Gummireifen auf der Straße[1]).

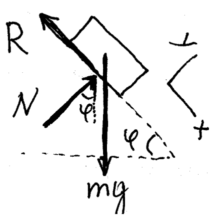
II. Reibungswinkel

B1. Auf einer geneigten Ebene liegt ein Klotz



(Haftreibungskoeffizient zwischen beiden sei μ_s). Wie groß darf der Neigungswinkel werden, damit der Klotz nicht rutscht?

<u>*Lösung:*</u> Bei maximalem Neigungswinkel wird



die Reibungskraft ihren maximalen Wert $R = \mu_s N$ erreichen. Kräftegleichgewicht in diesem kritischen Zustand (im gezeigten Koordinatensystem) lautet

x: $mg\sin\varphi - \mu_s N = 0$

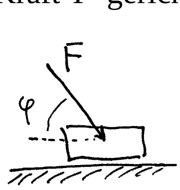
y: $N - mg\cos\varphi = 0$

daraus folgt

$$\boxed{\tan\varphi = \mu_s}-$$

Tangens des "Rutschwinkels" ist gleich dem statischen Reibungskoeffizienten. Dieser Winkel heißt "Reibungswinkel".

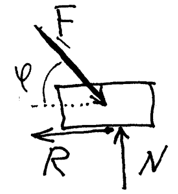
B2. Unter welchem kleinsten Winkel muß die Kraft *F* gerichtet sein, damit der Klotz nicht rutscht?



<u>*Lösung:*</u> Es ist leicht zu verstehen, dass diese Aufgabe äquivalent zu der vorigen ist, nur muß man φ durch $\pi/2-\varphi$ ersetzen. Die Antwort ist also:

[1] Diese komplizierten physikalischen Zusammenhänge können aber erst durch eine aufwendige Betrachtung der Kontaktmechanik eines angetriebenen Rades aufgedeckt werden. Hierfür ist das Modul "Kontaktmechanik und Reibungsphysik" empfohlen (jedes WS).

$$\cot\varphi = \mu_s .$$



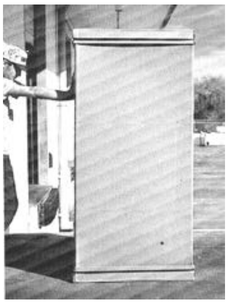
Selbstverständlich kann man dieses Ergebnis aus dem Kräftegleichgewicht noch einmal herleiten:

y: $N - F\sin\varphi = 0$

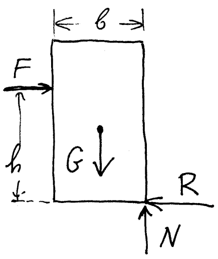
x: $F\cos\varphi - \mu_s N = 0$.

Daraus folg die obige Gleichung.

B3. Kippende Kiste



Drückt man auf eine Kiste seitlich, so tritt bei tief gelegenen Berührungspunkt Gleiten ein, bei hoch gelegenem dagegen Kippen. Aus der Grenzhöhe zwischen Gleiten und Kippen läßt sich der Reibungswinkel ebenfalls bestimmen.



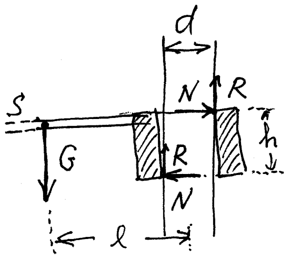
Im Grenzfall setzen Gleiten und Kippen gleichzeitig ein, d.h. die Bodenreaktion wirkt an der rechten Bodenkante und die Reibungskraft erreicht dabei ihren Maximalwert $R = \mu_s N$. Aus dem Kräfte- und Momentengleichgewicht folgt dann:

$$N = G, \quad F = \mu_s N = \mu_s G, \quad -Fh + Gb/2 = 0;$$

$$h = \frac{Gb}{2F} = \frac{b}{2\mu_s} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{b/2}{h} = \mu_s}.$$

III. Selbstsperrung

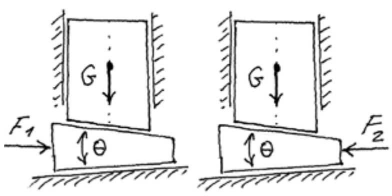
An einer auf einer senkrechten Stange verschiebbaren Führungsbuchse ist ein Arm befestigt, an dem ein Gewicht verschiebbar angeordnet ist. Solange sich das Gewicht weit genug außen befindet, wird es durch die Reibungskräfte, die in den Eckpunkten der Führungsbuchse auftreten, gehalten (Selbstsperrung).



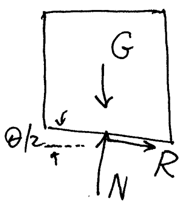
Aus dem Kräftegleichgewicht in horizontaler Richtung folgt, dass beide Reaktionskräfte N in Eckpunkten betragsmäßig gleich sind (so sind sie im Bild eingezeichnet). An der Grenze zwischen Gleiten und Selbstsperrung erreicht die Reibungskraft R seinen maximalen Wert $R = \mu_s N$.

Aus dem Kräftegleichgewicht in vertikaler Richtung $2\mu_s N - G = 0$ und Momentengleichgewicht bezüglich des Zentrums der Buchse $Gl - 2N\frac{h}{2} + 2\mu_s N\frac{d}{2} = 0$ folgt für die kritische Länge l_c: $\boxed{l_s = \frac{h}{2\mu_s} - \frac{d}{2}}$.

IV. Keil rein, Keil raus

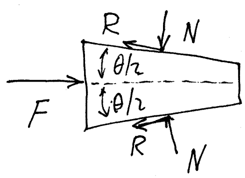


Aus dem Gleichgewicht in vertikaler Richtung für den anzuhebenden Körper gilt $G = N\cos\theta/2 - \mu_s N\sin\theta/2$.



Daraus folgt

$$N = \frac{G}{\cos\theta/2 - \mu_s\sin\theta/2}$$

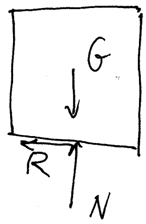


Aus dem Gleichgewicht für den Keil in horizontaler Richtung folgt dann

$$F_1 = 2N\sin\theta/2 + 2\mu_s N\cos\theta/2$$

oder

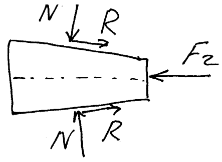
$$F_1 = 2G\frac{\sin\theta/2 + \mu_s\cos\theta/2}{\cos\theta/2 - \mu_s\sin\theta/2}$$



Beim Rausholen des Keils erhalten wir

$$G = N\cos\theta/2 + \mu_s N\sin\theta/2$$

$$N = \frac{G}{\cos\theta/2 + \mu_s\sin\theta/2}$$



$$F_2 = -2N\sin\theta/2 + 2\mu_s N\cos\theta/2$$

oder

$$F_2 = 2G\frac{-\sin\theta/2 + \mu_s\cos\theta/2}{\cos\theta/2 + \mu_s\sin\theta/2}$$

Die Kräfte F_2 und F_1 stehen im Verhältnis

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{-\sin\theta/2 + \mu_s\cos\theta/2}{\cos\theta/2 + \mu_s\sin\theta/2}\cdot\frac{\cos\theta/2 - \mu_s\sin\theta/2}{\sin\theta/2 + \mu_s\cos\theta/2}$$

Für kleine θ gilt: $\frac{F_2}{F_1} = 1 - \left(\mu_s + \frac{1}{\mu_s}\right)\theta$

V. Thermisches Kriechen

VI. Seitliche Kraft

VII. Seilreibung