

Einführung in die Fahrzeug- / Schienenfahrzeugdynamik SoSe 2019 Übung 5: Ersatzmodell für den Normalkontakt

Aufgabe 1: Parabolischer Kontakt

Es soll der Hertzsche Kontakt zwischen einer elastischen Kugel mit dem Krümmungsradius R und einem ebenen elastischen Halbraum (siehe Abb. 1) untersucht werden. Die elastischen Parameter der beiden Körper seien durch E_1, ν_1 und E_2, ν_2 gegeben.

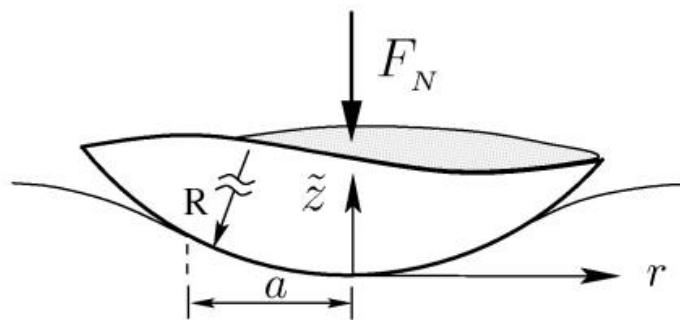


Abb. 1: Normalkontakt zwischen einer elastischen Kugel und einem elastischen Halbraum mit ebener Oberfläche.

Anstelle einer aufwendigen dreidimensionalen Rechnung, soll ein einfaches Ersatzmodell für die Berechnung herangezogen werden.

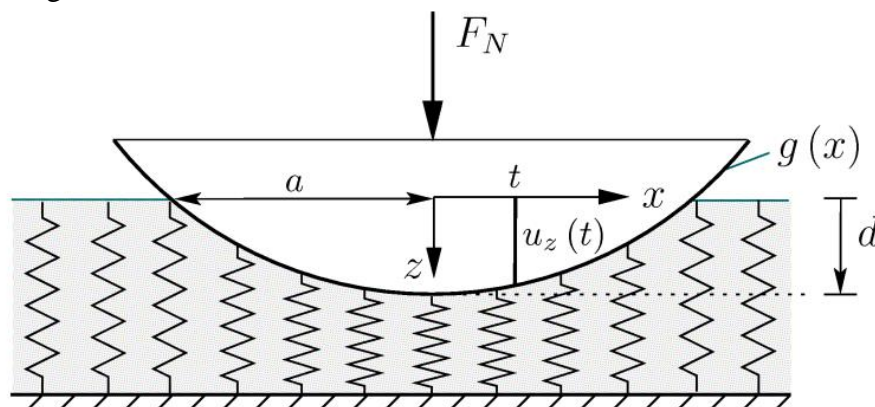


Abb. 2: Ersatzmodell für den Hertz'schen Kontakt

Dieses Modell besteht aus einem ebenen, starren Profil, dessen Form gemäß der Vorschrift

$$g(x) = |x| \int_0^{|x|} \frac{f'(r)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dr \quad (1)$$

zu berechnen ist, wobei $f(r)$ die Form der Kugel darstellt. Das Modell-Profil (ohne dritte Dimension) sei starr und soll im Anschluss in eine eindimensionale Linie dicht aneinander gereihter Federn

(1D-Winkler-Bettung) der Normalsteifigkeit

$$\Delta k_N = E^* \Delta x \quad (2)$$

eingedrückt werden, worin E^* den effektiven elastischen Modul angibt.

- Nähern Sie die Kugelform durch eine Funktion zweiten Grades $f(r)$ an und berechnen Sie daraus das Ersatzprofil $g(x)$ nach Gleichung (1).
- Berechnen Sie mit Hilfe des Ersatzmodells die Eindrücktiefe d als Funktion des Kontaktradius a . Beachten Sie dabei das *lokale* Verschiebungsverhalten einer Feder.
- Berechnen Sie die Normalkraft F_N als Funktion der Eindrücktiefe d , in dem Sie die Kraftanteile aller beanspruchten Federn aufsummieren.
- Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit der exakten Theorie.

Gegeben: $E_1, \nu_1, E_2, \nu_2, R$

Aufgabe 2: Elastischer Kontakt einer verschlissenen Kugel mit einer Ebene

Nun soll der Kontakt zwischen einer Kugel mit verschlissener Spitze und einem ebenen elastischen Halbraum untersucht werden (siehe Abb. 3).

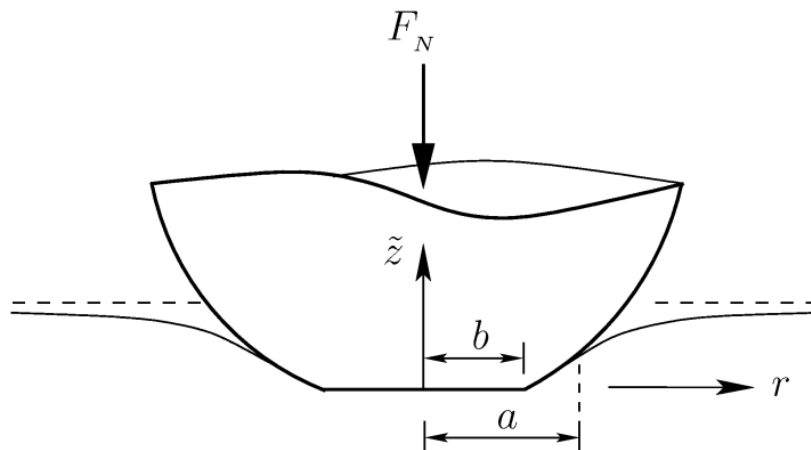


Abb. 3: Elastischer Kontakt zwischen einer Kugel mit verschlissener Spitze und einer Ebene

Die Form der verschlissenen Kugel wird über das abschnittsweise definierte Profil

$$f(r) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq r < b \\ \frac{r^2 - b^2}{2R} & \text{für } b \leq r \leq a \end{cases} \quad (3)$$

beschrieben.

- Berechnen Sie das Ersatzprofil $g(x)$ nach Gleichung (1).
- Berechnen Sie mit Hilfe des Ersatzmodells die Eindrücktiefe d als Funktion der Radien a und b .
- Berechnen Sie die Normalkraft F_N als Funktion der der Radien a und b , in dem Sie die Kraftanteile aller beanspruchten Federn aufsummieren.

Gegeben: $E_1, \nu_1, E_2, \nu_2, b, R$