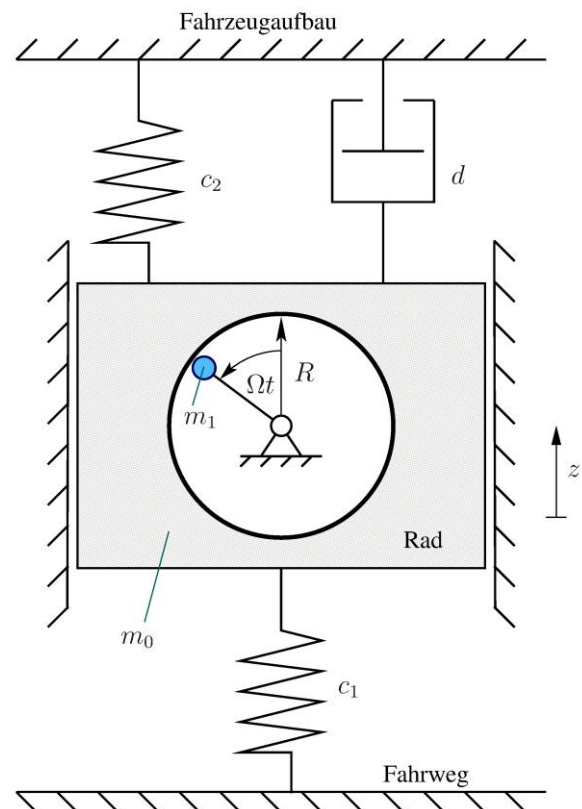


## Dynamik von Schienenfahrzeugen SoSe 2019 Hausaufgabe 3: Erzwungene Vertikalschwingungen

### Aufgabe 1: Unwuchterregung eines Fahrzeugrades

Aufgrund einer Unwucht der Masse  $m_1$  wird ein Rad der Gesamtmasse  $m := m_0 + m_1$  zu Schwingungen angeregt. Das Fahrzeug fährt mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_0$ , so dass für die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega = \frac{v_0}{R}$  gilt, worin  $R$  den Radius des Rades angibt. Die Winkelgeschwindigkeit kann auch als Erregerkreisfrequenz verstanden werden. Das Rad ist mit dem als unbeweglich anzunehmenden Fahrzeugaufbau über eine Sekundärfeder der Steifigkeit  $c_2$  und eine Sekundärdämpfung  $d$  verbunden. Die Primärsteifigkeit (Steifigkeit des Rades) zwischen dem Rad und der ebenfalls als unbeweglich anzunehmenden Fahrbahn sei  $c_1$ . Die Vertikalkoordinate des Rades zählt von der statischen Ruhelage aus.



- a) Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung des Systems mit einem Verfahren Ihrer Wahl auf.

**Hinweis:** Die Unwuchterregung kommt durch die Zentrifugalkraft der Unwuchtmasse zustande. Im vertikal mitbewegten System *kann* daher die Vertikalkomponente der Zentrifugalkraft als Erregerkraft angesehen werden.

- b) Ermitteln Sie die Vergrößerungsfunktion  $V(\eta)$  für die Wegantwort des Fahrzeugrades. Berechnen Sie außerdem die Vergrößerungsfunktion  $V_a(\eta)$  für die Amplitude der Beschleunigung und stellen Sie die Funktion in normierter Form (für  $D = 1/10 = 0,1$ ) graphisch dar.

Gegeben:  $R, m_0, m_1, v_0, c_1, c_2, d$

## Aufgabe 2: Amplituden- und Phasenspektrum bei periodischer Anregung

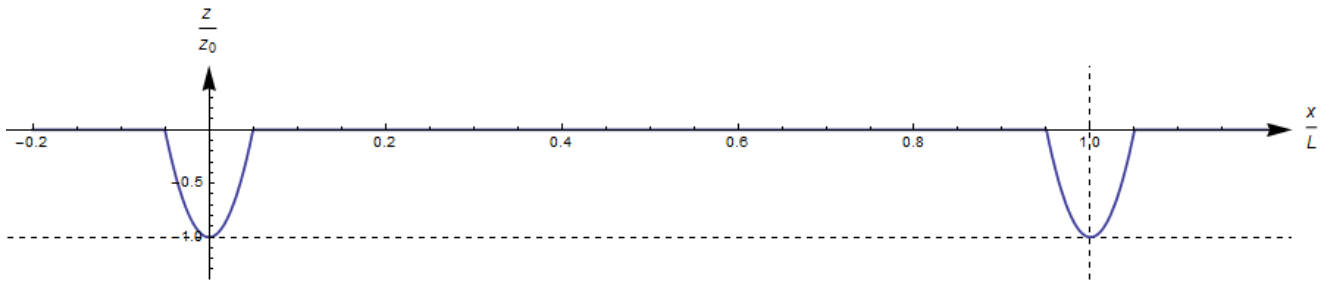
Aufgrund eines zu harten Bremsvorgangs (und/oder einer regelmäßig blockierenden Bremse) ist an einem Eisenbahnrad von Radius  $R$  an seinem Umfang eine sehr große Flachstelle entstanden, die das System (Wagenkasten) zu periodischen Schwingungen anregt. Die zeitliche Periode der Erregung hängt dabei vom Raddurchmesser und der Fahrzeuggeschwindigkeit  $v_0$  gemäß

$$T = \frac{L}{v_0} = \frac{2\pi R}{v_0} \quad (1)$$

ab. Die Wegfunktion der Anregung (über eine räumlichen Periode  $L$ ) lautet

$$z(x) = \begin{cases} z_0 \left[ \left( \frac{x}{x_0} \right)^2 - 1 \right] & \text{für } -x_0 \leq x \leq x_0 \text{ mit } x_0 = 0,05 L \\ 0 & \text{für } -\frac{L}{2} \leq x < -x_0 \text{ und } x_0 < x \leq \frac{L}{2} \end{cases} \quad (2)$$

und ist in normierter Darstellung periodisch fortgesetzt unten gezeigt.



a) Entwickeln Sie die periodische Funktion  $z(x)$  in eine Fourier-Reihe der Form

$$z(x) = \frac{c_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos\left(n \frac{2\pi}{L} x - \beta_n\right) \quad (3)$$

und stellen Sie die diskreten Spektren für die Amplitude und Phase graphisch im Bereich  $n \in \mathbb{N} \wedge n \leq 5$  dar.

b) Als einfaches Ersatzmodell betrachten wir nun das Rad mit der definierten Flachstelle, welches über eine Feder und einen Dämpfer mit dem (starrten) Wagenkasten verbunden ist: es liegt also der aus der Vorlesung bekannte 1-Massen-Schwinger vor.

Berechnen Sie das Amplitudenspektrum der Fahrzeugantwort und stellen Sie es qualitativ und quantitativ richtig im Intervall  $0 < \Omega \leq 5\Omega_G$  graphisch dar, wobei  $\Omega_G = \frac{2\pi v_0}{L}$  die Grundfrequenz darstellt. Nutzen Sie dabei die aus der Vorlesung bekannte Vergrößerungsfunktion

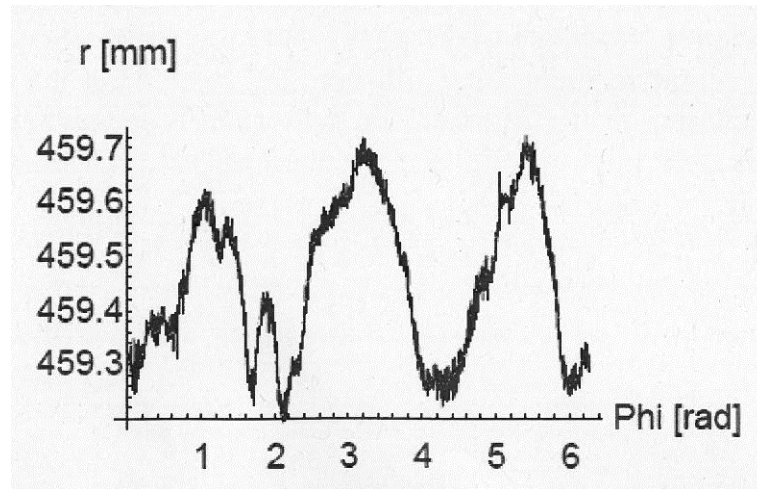
$$V(\eta) := \frac{|\hat{u}(\eta)|}{z_0} = \frac{\sqrt{1 + (2D\eta)^2}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}} \quad \text{mit } \eta := \frac{\Omega}{\omega_0} \quad (4)$$

und berücksichtigen Sie folgende Zahlenwerte:

$$D = 0,1; L = 3 \text{ m}; z_0 = 0,01 \text{ m}; x_0 = 0,05 L; \omega_0 = 40 \frac{1}{\text{s}}; v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

### Aufgabe 3: Polygonisierung

Durch den ungleichförmigen Verschleiß der Laufflächen der Räder kommt es zu einer Polygonisierung. Die untere Abbildung zeigt den typischen Unrundheitsverlauf eines Schienenrades mit dem ursprünglichen Nennradius  $r_0 = 0,46\text{m}$ .



Nehmen Sie an, dass das Rad zu einem ICE gehört, der sich mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_0 = 180 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  auf gerader Strecke bewegt. Wie groß ist in diesem Fall die Erregerfrequenz der Vertikalbewegung, die aus der Polygonisierung des Rades resultiert?