2. Merkblatt

Freie Kontinuumsschwingungen

Vorgehen (nach Bernoulli):

1. Aufstellen der Bewegungsdifferentialgleichung
2. Separationsansatz → zwei gewöhnliche DGL'en
3. Finde (oder kenne) die allgemeinen Lösungen der gewöhnlichen DGL'en
4. Anpassen der allgemeinen Lösung der Orts-DGL an die Randbedingungen liefert die Frequenzgleichung
5. Auswerten der Lösung der Orts-DGL für einzelne Frequenzen liefert die Eigenformen
6. Bei Bedarf: Anpassen der Gesamtlösung an die Anfangsbedingungen

Saiten, Stäbe und Torsionsstäbe

Saitenschwingungen, Longitudinal- und Torsionsschwingungen von Stäben werden alle durch die Wellengleichung beschrieben, allerdings sind die Verformungsgrößen andere und die Wellenausbreitungsgeschwindigkeiten sind unterschiedlich definiert.

$$\ddot{\xi} = c^2 \xi'' \quad \text{bzw.} \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \tag{1}$$

Saite	$\xi = w(x,t)$ $c^2 = \frac{S}{\mu}$	Querauslenkung der Saite mit der Vorspannkraft S und der Massenbelegung μ
Stab	$\xi = u(x,t)$ $c^2 = \frac{E}{\rho}$	Longitudinalverschiebung des Stabes mit dem Elastizitätsmodul E und der Dichte ρ
Torsionsstab	$\xi = \theta(x,t)$ $c^2 = \frac{G}{\rho}$	Torsionswinkel des Stabes mit dem Schubmodul G und der Dichte ρ

Die gewöhnlichen DGLen und ihre allgemeinen Lösungen sind auf dem ersten Merkblatt angegeben.

Erzwungene Kontinuumsschwingungen

Vorgehen:

1. Aufstellen der Bewegungsdifferentialgleichung
2. Ansatz vom Typ der Anregung (Gleichtaktansatz, Ansatz vom Typ der rechten Seite) wählen
3. Finde (oder kenne) die allgemeine Lösung der Orts-DGL
4. Anpassen der allgemeinen Lösung an die Randbedingungen liefert <u>die Werte der Konstanten</u>
5. Rückeinsetzen in den Ansatz liefert die Gesamtlösung
6. Aus den Polstellen der Gesamtlösung können die Resonanzfrequenzen des Systems abgelesen werden

Dieses Vorgehen gilt unter der Voraussetzung, dass

- nur die partikuläre Lösung (die Lösung im eingeschwungenen Zustand) gesucht ist,
- die innere Dämpfung des Materials nicht berücksichtigt wird.

Arten der Anregung

Systeme können über eine vorgegebene Verformung, eine angreifende Einzelkraft (oder ein Einzelmoment) oder eine verteilte Last zum Schwingen gezwungen werden. Die Anregung wird meist über die Randbedingungen berücksichtigt, nur eine verteilte Last geht direkt in die Bewegungsdifferentialgleichung ein.

Ergebnisdarstellung

Manchmal wird die Gesamtlösung in der Form

$$\text{Gesuchte Ausgangsgröße} = \boxtimes \cdot \ \text{Anregung}$$

dargestellt. Die Funktion $\boxtimes$ ist abhängig von der Anregungsfrequenz Ω. Sie wird auch Übertragungsfunktion genannt, da sie das Übertragungsverhalten des Systems beschreibt.