TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

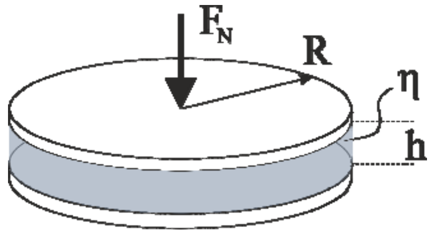
FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

Prof. Dr. Valentin L. Popov
Dr.-Ing. Roman Pohrt

Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2019/20 – UE 13

Thema: Quetschströmungen

Aufgabe 1: Viskose Adhäsion



Befindet sich zwischen zwei Körpern eine flüssige Schicht, so können die Körper weder schnell aneinander gedrückt noch schnell getrennt werden. Der letztere Effekt wird oft als eine Art „Adhäsion“ empfunden. Untersuchen Sie die Annäherung zweier starrer Scheiben mit dem Radius *R*.
Berechnen Sie die Anpresskraft in Abhängigkeit von der Annäherungsgeschwindigkeit unter der Annahme, dass die Dicke der flüssigen Schicht klein ist gegenüber dem Scheibenradius. Die radiale Strömung sei laminar und näherungsweise eben.
Berechnen Sie darüber hinaus die Zeit, die bei gegebener Kraft benötigt wird um die Scheiben aus großer Entfernung bis zum sehr kleinen Abstand h_{min} zusammenzuführen.

Aufgabe 2: Druckabhängigkeit der Viskosität

In dieser Aufgabe untersuchen wir eine Quetschströmung im Grenzfall *sehr hoher* Belastungen. Unter diesen Bedingungen muss die exponentielle Druckabhängigkeit der Viskosität berücksichtigt werden. Für Mineralöle gilt die Barus-Formel (1893)

$$\eta = \eta_0 e^{\alpha p} \tag{1}$$

Betrachten wir ein linear-viskoses Fluid. Die Quetschströmung sei laminar und überall näherungsweise eben. Bestimmen Sie die Annäherungsgeschwindigkeit zweier runder Platten mit dem Radius *R* bei starker Belastung ($p(r=0) \to \infty$).

Die Beziehung für die Quetschströmung $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} = 6\eta \frac{r\dot{h}}{h^3}$ ist aus Aufgabe 1 bekannt.

Lösung Aufgabe 1:

Das Profil der ebenen Strömung ist durch

$$v_r(z) = \frac{1}{2\eta} \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} z(z-h), \quad h = h(t) \tag{2}$$

gegeben. Der Volumenstrom durch einen Zylindermantel mit dem Radius *r* ergibt sich zu

$$Q = 2\pi r \int_0^h v_r(z)\,\mathrm{d}z = -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} \frac{\pi r h^3}{6\eta}. \tag{3}$$

Wegen der Massenerhaltung gilt damit

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}\frac{\pi r h^3}{6\eta}=-\pi r^2\dot{h} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}=6\eta r\frac{\dot{h}}{h^3}. \tag{4}$$

Integration dieser Gleichung ergibt dann

$$\begin{aligned} p(r)&=\frac{6\eta\dot{h}}{h^3}\int r\,\mathrm{dr}=\frac{6\eta\dot{h}}{h^3}\frac{1}{2}\mathrm{r}^2+const \\ p(R)&=0\rightarrow const=-\frac{6\eta\dot{h}}{h^3}\frac{1}{2}\mathrm{R}^2 \\ p(r)&=\frac{3\eta\dot{h}}{h^3}\left(\mathrm{r}^2-\mathrm{R}^2\right)\end{aligned} \tag{5}$$

Und für die Normalkraft

$$F_N=2\pi\int_0^R p(r)\,r\mathrm{d}r=2\pi\frac{3\eta\dot{h}}{h^3}\int_0^R\left(\mathrm{r}^3-r\,\mathrm{R}^2\right)dr=\frac{6\pi\eta\dot{h}}{h^3}\left[\frac{1}{4}r^4-\frac{1}{2}r^2R^2\right]_0^R=-\frac{3\pi\eta\dot{h}R^4}{2h^3} \tag{6}$$

Bei konstanter Normalkraft bewegen sich die Platten zwischen den Abständen h_0 und $h_{\min}$ in der Zeit $t_{\min}-t_0$ mit sehr kleinem $h_{\min}$

$$\begin{aligned} F_N&=-\frac{dh}{dt}\frac{3\pi\eta R^4}{2h^3} \\ \int_{t_0}^{t_{\min}}dt&=-\frac{3\pi\eta R^4}{2F_N}\int_{h_0}^{h_{\min}}h^{-3}dh=-\frac{3\pi\eta R^4}{2F_N}\left[-\frac{1}{2}h^{-2}\right]_{h_0}^{h_{\min}} \\ T&=\frac{3\pi\eta R^4}{4F_N}\left(\frac{1}{h_{\min}^2}-\frac{1}{h_0^2}\right)\approx\frac{3\pi\eta R^4}{4F_N}\frac{1}{h_{\min}^2}\end{aligned} \tag{7}$$

Lösung Aufgabe 2:

Aus den gegebenen Beziehungen folgt:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}=6\eta\frac{r\dot{h}}{h^3}=6\eta_0\exp(\alpha p)\frac{r\dot{h}}{h^3}. \tag{8}$$

Trennung der Variablen liefert den Zusammenhang

$$\int_p^{p_0}\exp(-\alpha\,\tilde{p})\,\mathrm{d}\tilde{p}=\frac{6\eta_0\dot{h}}{h^3}\int_r^R\tilde{r}\,\mathrm{d}\tilde{r}\Leftrightarrow\exp(-\alpha p)=\exp(-\alpha p_0)+\frac{3\alpha\eta_0\dot{h}}{h^3}\left(R^2-r^2\right). \tag{9}$$

Bei starker Belastung ist $p(r=0)\rightarrow\infty$ und daher

$$\begin{aligned} 0&=\exp(-\alpha p_0)+\frac{3\alpha\eta_0\dot{h}}{h^3}R^2 \\ \dot{h}&=-\exp(-\alpha p_0)\frac{h^3}{3\alpha\eta_0 R^2}\end{aligned} \tag{10}$$