TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

Prof. Dr. Valentin L. Popov
M.Sc. Emanuel Willert

Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2019/20 – UE 02

Thema: Qualitative Behandlung von Kontaktproblemen mit Adhäsion

Aufgabe 1: Einfluss der Rauigkeit auf Adhäsion

Gegeben sei ein glatter elastischer Körper in Kontakt mit einer starren, rauen Oberfläche, welche durch eine charakteristische Länge l und charakteristische Höhe $h \ll l$ gekennzeichnet ist.

a) Schätzen Sie die kritische Rauigkeit h_c qualitativ ab, bei welchem die “Täler“ vollständig ausgefüllt werden, d.h. die Adhäsionsenergie größer ist als die elastische Energie.

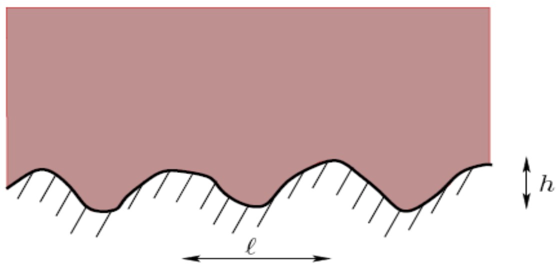

Abb. 1 Glatter elastischer Körper im direkten Kontakt mit einer starren rauen Oberfläche

b) Reiner Gummi hat einen vergleichsweise geringen Elastizitätsmodul von $E \approx 1$ MPa; die Oberflächenenergie bei starren Kontaktpartnern zu Gummi beträgt etwa $\gamma \approx 0{,}02$ J/m^2. Wie groß darf die charakteristische Rauigkeit bei $l \approx 1$ µm höchstens sein, wenn der Gummi gerade noch vollständig an der starren Oberfläche kleben soll?

Aufgabe 2: Abschätzung der Adhäsionskraft bei konischem Kontakt

Es soll qualitativ die Adhäsionskraft in einem konischen Kontakt ermittelt werden. Gehen Sie dafür wie folgt vor:

a) Bestimmen Sie das wesentlich deformierte Gebiet, die als konstant abgeschätzte Dehnung und damit die in der Deformation gespeicherte elastische Energie.

b) Schätzen Sie die Gesamtenergie des Systems als Funktion der Eindrücktiefe d ab und zeigen Sie, dass die Normalkraft durch folgenden Ausdruck abgeschätzt werden kann ($\Delta\gamma$ ist die effektive Oberflächenenergie).

$$F_N\left(d\right) = \frac{\partial U_{\text{ges}}}{\partial d} \approx 3\tilde{E}d^2 \cot\theta - 2\pi\Delta\gamma \cot^2\theta d. \tag{1}$$

c) Bestimmen Sie das Minimum dieser Normalkraft (dieses Minimum ist die Adhäsionskraft, die überwunden werden muss, um den Kontakt zu lösen). Wie hängt die Adhäsionskraft von den elastischen Eigenschaften ab?

Lösung Aufgabe 1:

a) Das wesentlich deformierte Gebiet, wenn die Oberflächen vollständig aneinander haften, reicht ungefähr l in das elastische Medium hinein. Die Deformation in diesem Gebiet kann dann als $\varepsilon \approx h/l$ abgeschätzt werden. Die in der Deformation gespeicherte elastische Energie pro Breiteneinheit ist also

$$u_{el} \approx \frac{E}{2}\varepsilon^2 l^2 = \frac{E}{2}h^2 \tag{2}$$

und die Oberflächenenergie pro Breiteneinheit

$$u_{adh} \approx \Delta\gamma\, l. \tag{3}$$

Damit die beiden Flächen spontan aneinander „kleben“ muss daher

$$h^2 < \frac{2\Delta\gamma l}{E} \;\Rightarrow\; h_c = 0{,}2\,\mu\text{m}. \tag{4}$$

Das beschreibt eine sehr raue Oberfläche und verletzt unter Umständen die Bedingung für kleine Deformationen $h \ll l$. Die Oberflächen werden also relativ leicht aneinander haften.

Lösung Aufgabe 2:

a) Das wesentlich deformierte Gebiet ist ein Zylinder mit dem Durchmesser und der Höhe $2a$. Die Dehnung im wesentlich deformierten Gebiet kann zu

$$\varepsilon \approx \frac{d}{2a} \tag{5}$$

abgeschätzt werden. Damit ist die gesamte in der Deformation gespeicherte Energie ungefähr

$$U_{el} \approx \frac{\tilde{E}}{2}\left(\frac{d}{2a}\right)^2 (2a)^3 = \tilde{E}d^2 a. \tag{6}$$

b) Die Gesamtenergie ist

$$U_{ges} = U_{el} + U_{adh} \approx \tilde{E}d^2 a - \pi\Delta\gamma a^2. \tag{7}$$

Der Kontaktradius kann durch $a \approx d\cot\theta$ abgeschätzt werden. Damit ist die Gesamtenergie als Funktion der Eindrücktiefe durch

$$U_{ges}(d) \approx \tilde{E}d^3\cot\theta - \pi\Delta\gamma\cot^2\theta\, d^2 \tag{8}$$

gegeben. Die Normalkraft bestimmt sich durch die Ableitung

$$F_N(d) = \frac{\partial U_{\mathrm{ges}}}{\partial d} \approx 3\tilde{E}d^2\cot\theta - 2\pi\Delta\gamma\cot^2\theta\, d. \tag{9}$$

c) Das Minimum der Normalkraft kann sehr einfach durch die Ableitung bestimmt werden. Es ist

$$0 = \frac{\partial F_N}{\partial d} \approx 6\tilde{E}d\cot\theta - 2\pi\Delta\gamma\cot^2\theta \;\Leftrightarrow\; d_c \approx \frac{\pi}{3}\frac{\Delta\gamma\cot\theta}{\tilde{E}}. \tag{10}$$

Die Adhäsionskraft ist damit

$$F_A = -F_N(d_c) \approx \frac{\pi^2}{3}\frac{\Delta\gamma^2\cot^3\theta}{\tilde{E}} \quad \text{(exaktes Ergebnis } F_A = \frac{54}{\pi}\frac{\Delta\gamma^2\cot^3\theta}{E^*}\text{).} \tag{11}$$

Diese Kraft fällt mit steigendem Elastizitätsmodul.