TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

Prof. Dr. Valentin L. Popov
M.Sc. Emanuel Willert

Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2019/20 – UE 01

Thema: Qualitative Abschätzungen zu Normalkontaktproblemen ohne Adhäsion

Aufgabe 1: Normalkontakt eines dünnen, zylindrischen, elastischen Aufklebers

Bestimmen Sie näherungsweise die F_N-d-Relation für den Kontakt zwischen einem dünnen zylindrischen, elastischen Aufkleber (Zylinderkappe vom Radius R, der Dicke $l_0 \ll R$ und der Länge L) und einer starren, ebenen Platte mittels Integration der Druckverteilung über die Kontaktfläche. Dabei soll die Form des Aufklebers durch eine Funktion 2. Grades angenähert werden. Benennen Sie die von Ihnen getroffenen Annahmen. Verwenden Sie den Modul der einachsigen Kompression

$$\tilde{E} := \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} E. \tag{1}$$

Aufgabe 2: Qualitative Abschätzung für den zylindrischen, elastischen Kontakt

Bestimmen Sie näherungsweise die F_N-d-Relation für einen elastischen Zylinder (Radius R, Länge L) der seitlich in Kontakt mit einer starren Platte gebracht wird (siehe Abb. 1), indem Sie als Abschätzung von einer konstanten Dehnung im Kontaktgebiet ausgehen, deren Größe mit Hilfe des maßgeblich deformierten Volumens abgeschätzt werden soll. Die Form des Zylinders ist durch eine Funktion 2. Grades anzunähern.

Was ändert sich an der Abschätzung, wenn man berücksichtigt, dass die vertikale Verschiebung der Punkte im Kontakt von der Koordinate x abhängt?

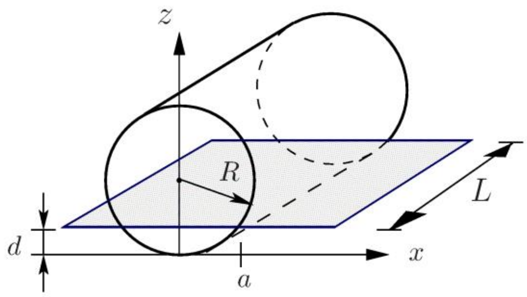

Abb. 1 Modell für den Kontakt zwischen einem elastischen Zylinder und einer starren Ebene

Aufgabe 3: Abschätzung für den stark plastisch deformierten Hertzschen Kontakt

Zeigen Sie, dass für den Kontakt zwischen einer starren Kugel mit dem Radius R und einem deformierbaren ausgedehnten Medium („Halbraum“) die F_N-d-Relation im stark plastisch deformierten Bereich linear ist.

Hinweis: Der Druck in einem stark plastisch defomierten Kontakt ist in guter Näherung konstant und gleich der Härte H des Materials.

Lösung Aufgabe 1

Es werden folgende Annahmen für die Abschätzung getroffen:

- $d \ll l_0 \ll a \ll R$ → daher einachsige Kompression

Das Profil des zylindrischen Aufklebers kann dann durch

$$f(x) = R - \sqrt{R^2 - x^2} \approx \frac{x^2}{2R} \tag{2}$$

beschrieben werden. In der parabolischen Näherung lautet daher die Deformation wie folgt:

$$\varepsilon_{zz}(x) = \frac{\Delta l(x)}{l_0} = \frac{1}{l_0}\left(\frac{x^2}{2R} - d\right). \tag{3}$$

Die halbe Kontaktbreite beträgt

$$a = \sqrt{2Rd}. \tag{4}$$

Die Normalkraft kann durch direkte Integration der Druckverteilung ermittelt werden:

$$F_N = \int p\,\mathrm{d}A = \frac{2\tilde{E}L}{l_0}\int_0^{\sqrt{2Rd}}\left(d - \frac{x^2}{2R}\right)\mathrm{d}x = \frac{4\tilde{E}L}{3l_0}\sqrt{2R}\,d^{3/2}. \tag{5}$$

Lösung Aufgabe 2

Die halbe Kontaktbreite beträgt abgeschätzt

$$a \simeq \sqrt{2Rd}. \tag{6}$$

Das wesentlich deformierte Gebiet ist ein Quader mit der Länge L sowie der Höhe und der Breite $2a$. Die (als konstant abgeschätzte) Deformation in diesem Gebiet ist

$$\varepsilon_{zz} \simeq -\frac{d}{2a} \simeq -\sqrt{\frac{d}{8R}}. \tag{7}$$

Damit ergibt sich für den Druck im Kontakt

$$p \simeq E\sqrt{\frac{d}{8R}} \tag{8}$$

und die Normalkraft

$$F_N \simeq 2aLp \simeq EdL. \tag{9}$$

Wenn man „berücksichtigt", dass die Verschiebung im Kontaktgebiet nicht konstant ist, erhält man die nur unwesentlich andere (und in keiner Weise „korrektere") Abschätzung

$$F_N \simeq \frac{EL}{\sqrt{2Rd}}\int_0^{\sqrt{2Rd}}\left(d - \frac{x^2}{2R}\right)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}EdL. \tag{10}$$

Lösung Aufgabe 3

Da der Druck konstant und gleich der Härte ist, erhält man für die gesamte Normalkraft

$$F_N = H\pi a^2 = H2\pi Rd\ . \tag{11}$$

Diese Relation ist linear in der Eindrucktiefe d.