Prüfungsklausur: Energiemethoden der Mechanik — WS 2017/2018

Prof. Dr. rer. nat. Valentin Popov

Dieser Kasten ist vor der Bearbeitung der Klausur **vollständig** und **lesbar** auszufüllen!

Nachname		Vorname	
Studiengang		Matrikelnummer	

Aufgabe	1	2	3	4	Σ 1 - 4	5 (Theorie)	KorrektorIn
Erreichte Punktzahl					/ 40	/ 10	

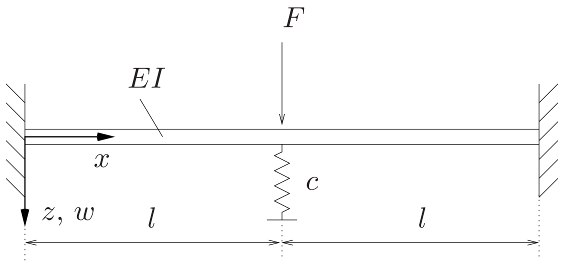
Die Klausur besteht aus 4 Rechenaufgaben und einem Kurzfragenteil (Aufgabe 5). Sie gilt als bestanden, wenn mindestens 5 von 10 Punkten im Kurzfragenteil **und** in der Summe mindestens 20 von 50 Punkten erreicht werden. Bitte tragen Sie die Ergebnisse des **Kurzfragenteils direkt auf dem Klausurblatt** ein (**nur diese Eintragungen werden berücksichtigt!**). Unlesbare Lösungen werden **nicht** beachtet; - schreiben Sie daher bitte leserlich!

1 Bekannte Aufgabe — 9 Punkte

Bestimmen Sie für den skizzierten Balken mit Hilfe des RITZschen Verfahrens eine Näherungslösung für die Biegelinie $w(x)$. Passen Sie zunächst die Ansatzfunktion den geometrischen Randbedingungen an.

Ansatz: $w(x) = a_0 + a_1\,\cos(\frac{\pi x}{l}) + a_2\,\sin(\frac{\pi x}{l})$

Hinweis: $\cos^2(\varphi) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\varphi)$

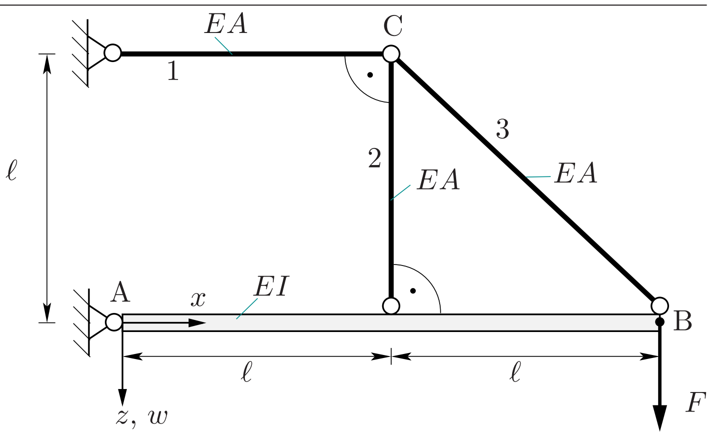


Geg.: l, EI, c, F

2 Satz von Castigliano — 6+5+2=13 Punkte

Das skizzierte, **statisch bestimmt** gelagerte System besteht aus einem Balken der Länge 2ℓ und der Biegesteifigkeit EI sowie aus drei Stäben gleicher Dehnsteifigkeit EA. Am Ende des Balkens im Punkt B greift eine vertikale Einzelkraft F an.

Ermitteln Sie die vertikale Verschiebung des Balkenendpunktes B, also $w\,(x = 2\ell)$, mit Hilfe des 2. Satzes von CASTIGLIANO. Gehen Sie dazu wie folgt vor:



(a) Berechnen Sie die Stabkräfte und das Schnittmoment im Balken.
Hinweis: Zur Berechnung der Stabkräfte ist unter anderem ein Knotenschnitt des Gelenkpunktes C hilfreich.

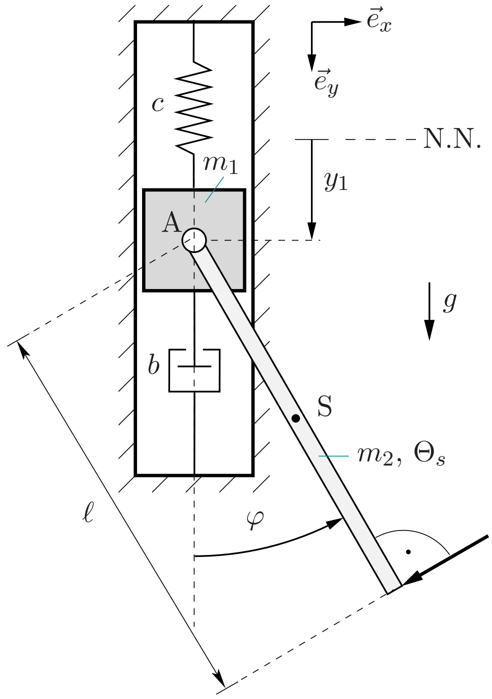
(b) Ermitteln Sie die (komplementäre) Formänderungsenergie des Gesamtsystems.
Hinweis: Der Balken soll als dehnstarr angenommen werden. Bei der Berechnung der (komplementären) Formänderungsenergie des Gesamtsystems sind daher nur die Beiträge aufgrund der Biegung des Balkens und der Dehnung der Stäbe zu berücksichtigen.

(c) Berechnen Sie die vertikale Verschiebung des Balkenendpunktes B durch Anwendung des 2. Satzes von CASTIGLIANO.

Geg.: ℓ, EI, EA, F

$\boxed{3}$ Lagrange-Gleichungen 2. Art — 6+4+3=13 Punkte

Ein Klotz der Masse m_1 gleitet **reibungsfrei** in einer vertikalen Führung und ist über eine Feder der Steifigkeit c sowie einen Dämpfer mit der Dämpfungskonstanten b mit der Umgebung verbunden. An seinem Schwerpunkt A ist ein schlanker, homogener Stab der Länge ℓ und der Masse m_2 gelenkig angeschlossen. Das Massenträgheitsmoment bezüglich seines Schwerpunktes beträgt $\Theta_S = \frac{1}{12} m_2 \ell^2$. Am Ende des Stabes greift eine Einzelkraft F an, die stets senkrecht zum Stab gerichtet ist. Die Feder ist bei $y_1 = 0$ entspannt.



(a) Stellen Sie die Lagrange-Funktion L des Systems auf. Nutzen Sie als generalisierte Koordinaten y_1 und φ.

(b) Stellen Sie die Dissipationsfunktion D des Systems auf. Berechnen Sie die virtuelle Arbeit δA, die die Kraft F an den virtuellen Änderungen der generalisierten Koordinaten verrichtet, und identifizieren Sie die generalisierten Kräfte Q_{y_1} und Q_{φ}.

(c) Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen des Systems mit Hilfe der Lagrange-Gleichungen 2. Art auf.

Geg.: ℓ, c, b, g, m_1, m_2, $\Theta_s = \frac{1}{12} m_2 \ell^2$, F

$\boxed{4}$ Prinzip der virtuellen Arbeit — 5 Punkte

Das gezeigte System besteht aus drei (als masselos anzunehmende) Balken der Länge ℓ und wird durch zwei Einzelkräfte F_1, F_2 sowie zwei (freie) Momente $M_0 = F_1 \ell$ belastet.

Ermitteln Sie die Kraft F_2, sodass sich das System in der skizzierten Lage im Gleichgewicht befindet. Nutzen Sie dazu das **Prinzip der virtuellen Arbeit**.

Geg.: ℓ, F_1, $M_0 = F_1 \ell$