Bewegung unter Wirkung einer schnell oszillierenden Kraft.

Steht ein Körper unter Wirkung einer konservativen Kraft mit einem Potential U und einer damit überlagerten *schnell oszillierenden* Kraft $f(x,t) = f_0(x)\cos(\omega t + \varphi_0)$ so bewegt er sich nach einem Gesetz $x(t) = X(t) + \xi(t)$, wobei $X(t)$ eine glatte und $\xi(t)$ eine schnell oszillierende Funktion (mit einer kleinen Amplitude) sind.

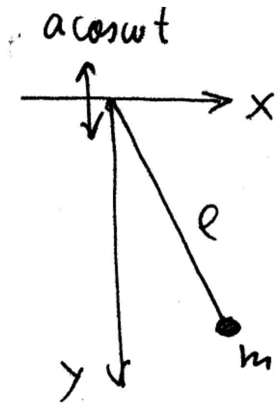
Die schnell oszillierende Funktion berechnet sich aus $m\ddot{\xi} = f(X,t)$ und lautet $\xi = -\frac{f}{m\omega^2}$.

Man kann zeigen, daß für die glatte Funktion $X(t)$ die Gleichung $m\ddot{X} = -\frac{dU_{eff}}{dx}$ gilt, wobei

$$U_{eff} = U + \frac{m}{2}\overline{\dot{\xi}^2} = U + \bar{K}.$$

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die stabilen Gleichgewichtslagen eines Pendels, dessen Aufhängepunkt vertikale Schwingungen mit großer Frequenz ausführt.
Hinweis: Lagrangefunktion haben wir in einem früheren Colloquium berechnet:

$$L = \frac{ml^2}{2}\dot{\varphi}^2 + mgl\cos\varphi + mla\omega^2\cos\omega t\sin\varphi$$



Aufgabe 2 . Bestimmen Sie die stabilen Gleichgewichtslagen eines Pendels, dessen Aufhängepunkt horizontale Schwingungen mit großer Frequenz ausführt.
Hinweis: Lagrangefunktion haben wir in einem früheren Colloquium berechnet:

$$L = \frac{ml^2}{2}\dot{\varphi}^2 + mgl\cos\varphi + mla\omega^2\cos\omega t\cos\varphi$$