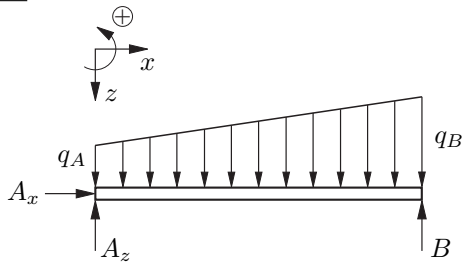


4. Tutorium

Aufgabe 34

Freischnitt



Kräftegleichgewicht

In x - Richtung

$$\sum F_x = 0 = A_x \Rightarrow A_x = 0 \tag{1}$$

In z - Richtung

$$\sum F_z = 0 = -A_z - B + \int_{x=0}^l q(x) dx \tag{2}$$

$$\Rightarrow A_z = \left(\int_0^l q(x) dx \right) - B \tag{3}$$

Momentengleichgewicht um das Lager A

$$\sum M^{(A)} = 0 = - \int_0^l x q(x) dx + B l \tag{4}$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{l} \int_0^l x q(x) dx \tag{5}$$

Ermittlung von q(x)

q(x) ist linear, also q(x) = ax + b

$$\begin{cases} q(0) = q_A \\ q(l) = q_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = q_A \\ al + b = q_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = q_A \\ a = \frac{q_B - q_A}{l} \end{cases}$$

$$q(x) = \left(\frac{q_B - q_A}{l} \right) x + q_A \tag{6}$$

$$B = \frac{1}{l} \int_0^l \left[\left(\frac{q_B - q_A}{l} \right) x + q_A \right] x dx \tag{7}$$

$$= \frac{1}{l} \left[\left(\frac{q_B - q_A}{l} \right) \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2} q_A x^2 \right]_0^l \tag{8}$$

$$= \frac{1}{l} \left[\left(\frac{q_B - q_A}{l} \right) \frac{l^3}{3} + \frac{1}{2} q_A l^2 \right] \tag{9}$$

$$= \frac{q_A l}{6} + \frac{q_B l}{3} \tag{10}$$

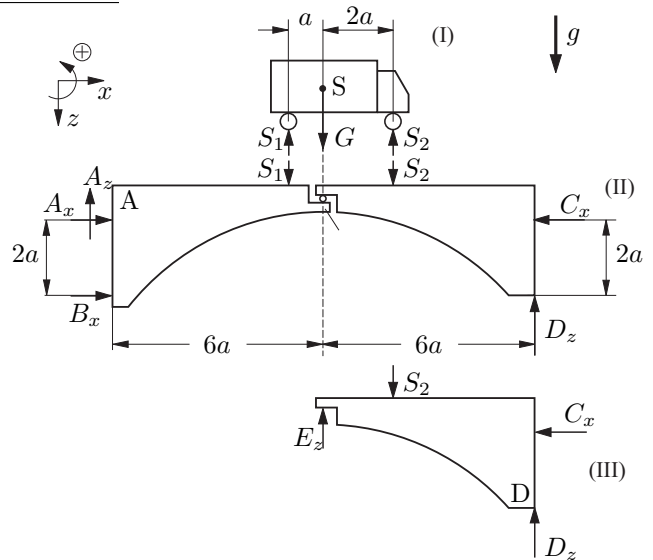
$$A_z = \int_0^l q(x) dx - B \tag{11}$$

$$= \left[\left(\frac{q_B - q_A}{l} \right) \frac{x^2}{2} + q_A x \right]_0^l - B \tag{12}$$

$$= \frac{q_A l}{3} + \frac{q_B l}{6} \tag{13}$$

Aufgabe 37

Freischnitt



Für Teilkörper (I) liegen 2 GGB für 2 Unbekannte vor. (Horizontales Kräftegleichgewicht macht keine Aussage über S1 oder S2). Gesamtkörper (II) und Teilkörper (III) liefern 6 GGB für die 6 Unbekannten: Ax, Az, Bx, Cx, Dx, Ez

(I)

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow S_1 + S_2 = G \tag{14}$$

$$\sum M^{(S)} = 0 \Rightarrow S_2 \cdot 2a = S_1 \cdot a \Rightarrow S_1 = 2S_2 \tag{15}$$

$$(15) \text{ in } (14) \Rightarrow S_2 = \frac{1}{3} G \text{ und } S_1 = \frac{2}{3} G \tag{16}$$

(III)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow C_x = 0 \tag{17}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow E_z - S_2 + D_z = 0 \tag{18}$$

$$\sum M^{(D)} = 0 \Rightarrow -E_z \cdot 6a + C_x \cdot 2a + S_2 \cdot 4a = 0 \tag{19}$$

$$(17) \text{ in } (19) \Rightarrow E_z = \frac{2}{3} S_2 = \frac{2}{9} G \tag{20}$$

$$(20) \text{ in } (18) \Rightarrow D_z = S_2 - \frac{2}{9} G = \frac{1}{9} G \tag{21}$$

(II)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x + B_x - C_x = 0 \tag{22}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow S_1 + S_2 - A_z - D_z = 0 \tag{23}$$

$$\text{mit } (21) \Rightarrow A_z = \frac{8}{9} G \tag{24}$$

$$\sum M^{(A)} = 0$$

$$\Rightarrow 2a B_x - 5a S_1 - 8a S_2 + 12a D_z = 0 \tag{25}$$

$$B_x = \frac{1}{2} \left(\frac{10}{3} + \frac{8}{3} - \frac{4}{3} \right) G = \frac{7}{3} G \tag{26}$$

$$(17) \text{ und } (26) \text{ in } (22) \Rightarrow A_x = -\frac{7}{3} G \tag{27}$$

mit der Vorgabe von $G = 90 \text{ kN}$ ergeben sich:

$$C_x = 0 \text{ kN} \quad (28)$$

$$E_z = 20 \text{ kN} \quad (29)$$

$$D_z = 10 \text{ kN} \quad (30)$$

$$B_x = 210 \text{ kN} \quad (31)$$

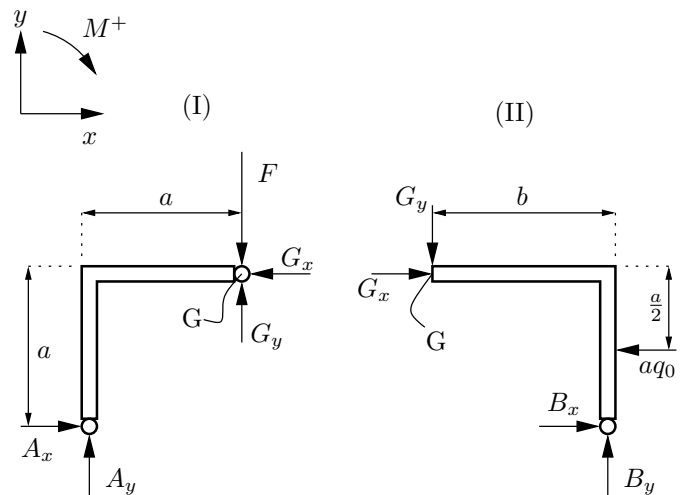
$$A_x = -210 \text{ kN} \quad (32)$$

$$A_z = 80 \text{ kN} \quad (33)$$

Hausaufgaben

Aufgabe 36

Zwei Freimachskizzen: (Streckenlast ersetzt durch ihre Resultierende)



Gleichgewichtsbedingungen Teilkörper (I):

$$\sum M^{(G)} = 0 \quad (34)$$

$$A_y a - A_x a = 0 \quad \Rightarrow A_x = A_y \quad (35)$$

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow G_x = A_x \quad (36)$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow A_y + G_y = F \quad (37)$$

Gleichgewichtsbedingungen Teilkörper (II):

$$\sum M^{(G)} = 0 \quad \Rightarrow q_0 \frac{a^2}{2} - B_x a - B_y b = 0 \quad (38)$$

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow G_x + B_x - q_0 a = 0 \quad (39)$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow G_y = B_y \quad (40)$$

$$(40) \text{ in } (37) \quad \Rightarrow B_y = F - A_y \quad (41)$$

$$(41) \text{ in } (38) \quad \Rightarrow q_0 \frac{a^2}{2} - B_x a - F b + A_y b = 0 \quad (42)$$

mit $A_y = G_x$ folgt:

$$q_0 \frac{a}{2} - B_x - F \frac{b}{a} + G_x \frac{b}{a} = 0 \quad (43)$$

$$(43) + (39) \Rightarrow q_0 \frac{a}{2} + G_x \left(1 + \frac{b}{a}\right) - F \frac{b}{a} = 0 \quad (44)$$

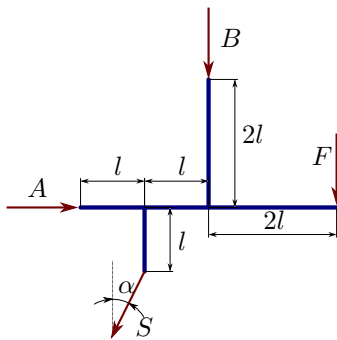
$$G_x = A_x = A_y = \frac{F \frac{b}{a} + q_0 \frac{a}{2}}{1 + \frac{b}{a}} = \frac{23}{30} \text{ kN} \quad (45)$$

$$(45) \text{ in } (37) \Rightarrow G_y = B_y = \frac{F - q_0 \frac{a}{2}}{1 + \frac{b}{a}} = \frac{7}{30} \text{ kN} \quad (46)$$

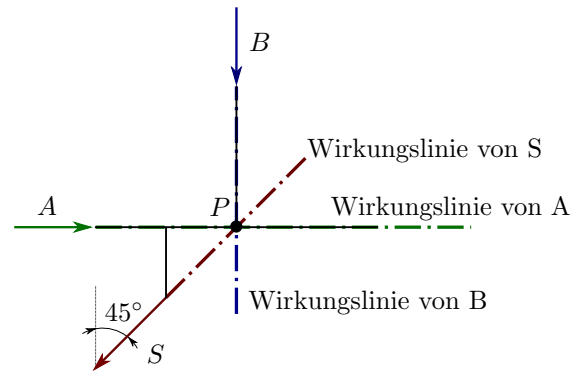
$$(45) \text{ in } (39) \Rightarrow B_x = \frac{q_0 a \frac{1}{2} + \frac{b}{a} - F \frac{b}{a}}{1 + \frac{b}{a}} = \frac{1}{6} \text{ kN} \quad (47)$$

Aufgabe 41

(a) Freischnitt


 Es gibt drei unbekannte Lagerreaktionen: A , B und S .

(b) Gleichgewichtsbedingungen



Alle drei Wirkungslinien schneiden sich im Punkt P , wenn $\alpha = 45^\circ$ gewählt wird. Das Momentengleichgewicht liefert dann keine Aussage und das System ist nicht mehr statisch bestimmt.

$$\sum F_x = A - S \sin \alpha = 0 \quad (48)$$

$$\sum F_y = -B - S \cos \alpha - F = 0 \quad (49)$$

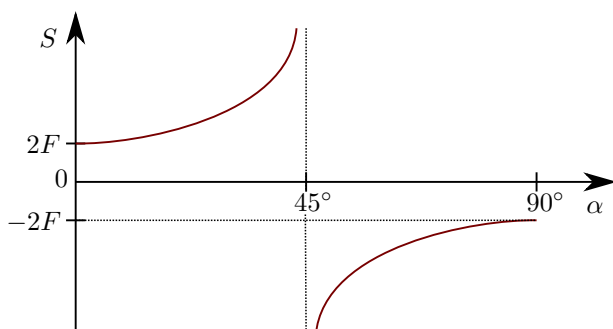
$$\sum M^{(P)} = -F2l + S \cos \alpha \cdot l - S \sin \alpha \cdot l = 0 \quad (50)$$

(c) Lagerreaktionen

$$(50) \Rightarrow S = \frac{2F}{\cos \alpha - \sin \alpha} \quad (51)$$

$$(48) \Rightarrow A = S \sin \alpha = \frac{2F \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} \quad (52)$$

$$(49) \Rightarrow B = -S \cos \alpha - F = -F \left(\frac{2 \cos \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} - 1 \right) \quad (53)$$

 (d) Skizze $S(\alpha)$


(e)