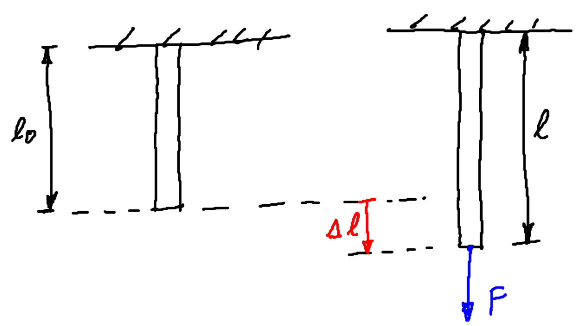
8. Plenarübung

Thema: Statisch bestimmte elastische Stabsysteme

Motivation:



l_0: Länge des Balkens in der unverformten Ausgangslage

l : Länge des Balkens in der deformierten Momentanlage

Δl: Längenänderung des Stabes

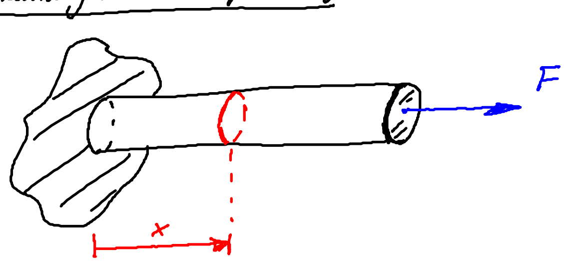
$$\Delta l := l - l_0$$

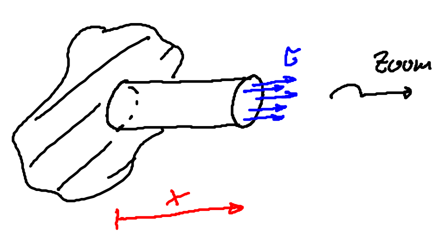
1. Dehnung:

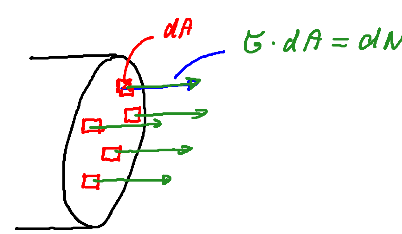
$$\boxed{\varepsilon := \frac{\Delta l}{l} = \frac{l - l_0}{l}} \quad (1) \qquad [\varepsilon] = \frac{[\Delta l]}{[l]} = \frac{m}{m} = \underline{\underline{1}}$$

ε: Dehnung!

2. Spannung / Normalspannung







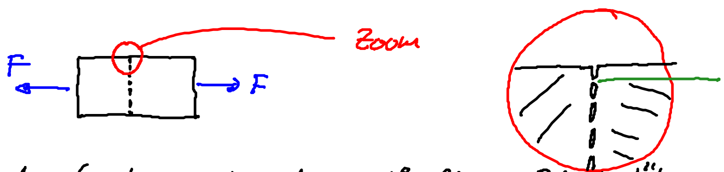
Normalkraft: $N(x) = \int dN = \int \sigma(x)\,dA \approx \sigma(x) \cdot A(x)$

$\Rightarrow \boxed{\sigma = \frac{N}{A}}$ (2) $\qquad [\sigma] = \frac{[N]}{[A]} = \frac{N}{m^2} = Pa$

Newton

Aus (2) sieht man: Je kleiner die Fläche, desto größer die Spannung!

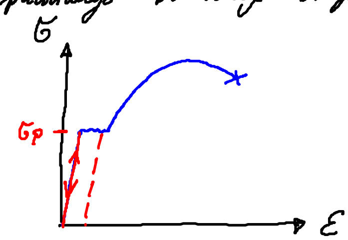
Bsp.: Warum reißt das Klopapier dort, wo es reißen soll?



Verkleinerte Querschnittsfläche
$\Rightarrow$ Größere Spannung! siehe Gl. (2)

3. Hookesches Gesetz: Materialgesetz für lineare Elastizität

Spannungs-Dehnungs-Diagramm:



Im markierten Bereich $0 < \sigma < \sigma_p$ sind Spannungen und Dehnungen proportional:

$\sigma \sim \varepsilon \Rightarrow \boxed{\sigma = E\varepsilon}$ (3)

$[E] = \frac{[\sigma]}{[\varepsilon]} = \frac{\frac{N}{m^2}}{1} = \frac{N}{m^2} = Pa$

E: Elastizitätsmodul

Mehrzahl: Elastizitätsmoduln

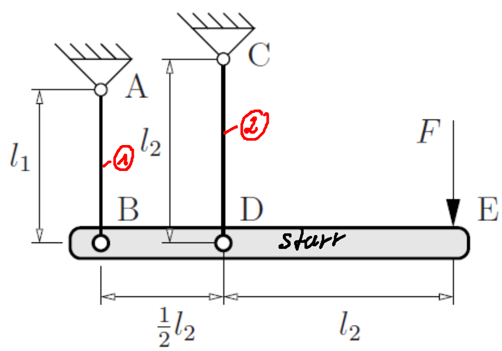
Für Stahl gilt: $E \approx 210\ GPa = 210 \cdot 10^9\ Pa = 210 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2} = 210 \cdot 10^3 \frac{N}{mm^2}$

Einsetzen von (1), (2), (3) ergibt die Material-Struktur-Gleichung:

$\boxed{N = EA\frac{\Delta l}{l}}$ (4)

---

80. Der starre Hebel BDE ist über zwei Stäbe AB und CD gestützt. Stab AB ist aus Aluminium (E-Modul E_1) und hat eine Querschnittsfläche A_1. Stab CD ist aus Stahl (E-Modul E_2) und hat eine Querschnittsfläche A_2. Im Punkt E ist der Hebel durch eine Einzelkraft F belastet.



(a) Wie groß sind die Längenänderungen der Stäbe AB und CD?

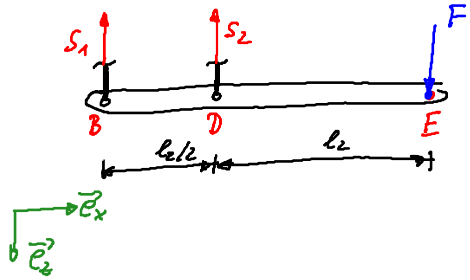
(b) Bestimmen Sie die Absenkung des Punktes E unter der angegebenen Last.

Geg.: $F = 30$ kN, $l_1 = 300$ mm, $l_2 = 400$ mm, $E_1 = 70\,000$ N mm^{-2}, $E_2 = 200\,000$ N mm^{-2}, $A_1 = 500$ mm^2, $A_2 = 600$ mm^2

(a) Gesucht: Längenänderung der Stäbe

1. Freischnitt

2. GGB:



$$\sum M^{(D)} = 0 \Rightarrow -F \cdot l_2 - S_1 \cdot \frac{l_2}{2} = 0$$

$$\underline{\underline{S_1 = -2F}}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow -S_1 - S_2 + F = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S_2}} = F - S_1 = F - (-2F) = \underline{\underline{3F}}$$

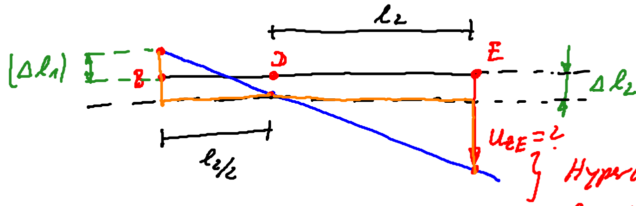
3. Material-Struktur-Gesetz:

$$S_1 = E_1 A_1 \frac{\Delta l_1}{l_1} \Leftrightarrow \underline{\underline{\Delta l_1}} = \frac{S_1 l_1}{E_1 \cdot A_1} = \underline{\underline{\frac{-2F l_1}{E_1 \cdot A_1}}}$$

$$\Delta l_1 = \frac{-2 \cdot \cancel{30}^{3} \cdot \cancel{10^3}^{1}\,\cancel{N}^{1} \cdot \cancel{300}^{3}\,mm}{\cancel{70}_{7} \cdot \cancel{10^3}_{1}\,\cancel{N}^{1}/\cancel{mm^2}_{1} \cdot \cancel{500}_{5}\,\cancel{mm^2}^{1}} = -\frac{18}{35}\,mm \approx \underline{\underline{-0{,}514\,mm}}$$

$$\Delta l_2 = \frac{S_2 l_2}{E_2 \cdot A_2} = \frac{3F l_2}{E_2 \cdot A_2} = \ldots = \underline{\underline{0{,}3\,mm}}$$

(b) Verschiebung von Punkt E



Hyperübertrieben! Der Stabdrehwinkel ist in Wirklichkeit superklein! → Nur für die letzte Reihe!

Strahlensatz:

$$\frac{|\Delta l_1| + \Delta l_2}{l_2/2} = \frac{u_{zE} - \Delta l_2}{l_2} \Rightarrow u_{zE} = 2|\Delta l_1| + 3\Delta l_2$$

$$= 2 \cdot |-0{,}514\,mm| + 3 \cdot 0{,}3\,mm$$

$$\approx \underline{\underline{1{,}93\,mm}}$$

Zur Klausur

Statik und Elementare Festigkeitslehre - Veranstaltungsübersicht WiSe 2018/19

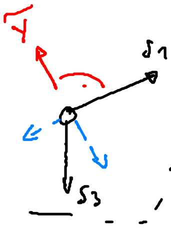
Aktuelles

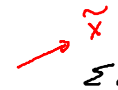
Die **Raumaufteilung** für den 1. Kurzfragentest am **Samstag, den 08.12.2018** in der Zeit **von 10-11 Uhr** erfolgt nach den Anfangsbuchstaben des Nachnamens und ist in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

Raumaufteilung

Anfangsbuchstabe(n) des Nachnamens	Raumnummer
A - E	H 105
F - J	H 104
K - Mo	HE 101
Mp - O	C 130
P - Schl	A 151
Schm - T	MA 001
U - Z	EB 301
Achtung: Alle Studierenden mit Nachteils-ausgleich (Schreibzeitverlängerung)	**H 105**

Bitte bringen Sie ihren Studierendenausweis und ihren Personalausweis (Lichtbildausweis) zur Prüfung mit. Halten Sie bitte Beides unmittelbar vor der Prüfung bereit.





$\Sigma F_{\tilde{y}} = 0$

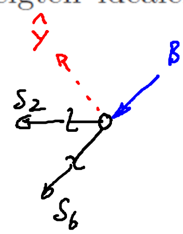
$\Rightarrow \underline{S_3 = 0}$

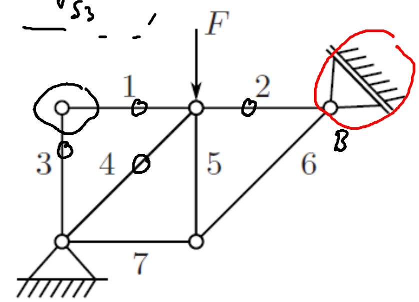
$\Rightarrow \underline{S_1 = 0}$

8. Geben Sie **mindestens drei** Nullstäbe des gezeigten idealen Fachwerks an.
   (Stabnummern nennen)

   1, 3, 2, 4

   Geg.: F



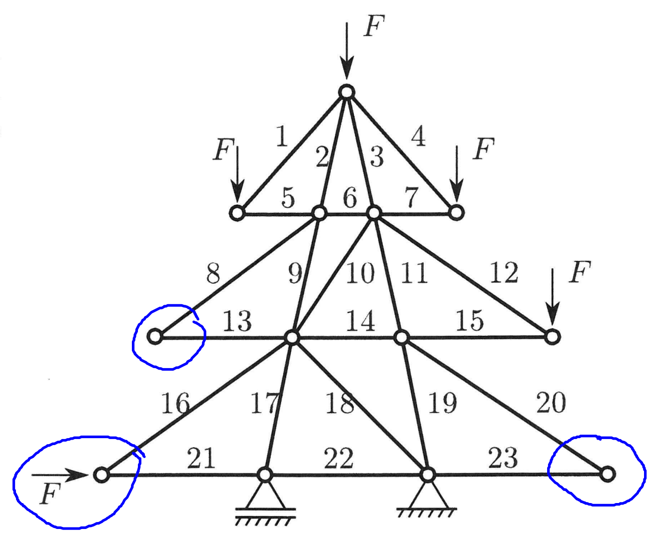


$\Sigma F_{\tilde{y}} = 0 \Rightarrow \underline{S_2 = 0}$

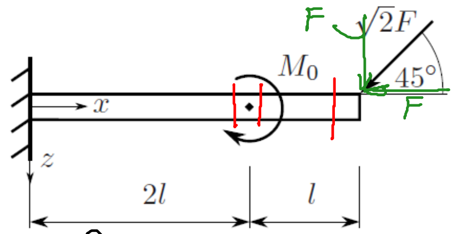
10. Ein Weihnachtsbaum wurde aus Stäben und Knoten als ideales Fachwerk konstruiert und mit Kerzen und Kugeln „belastet“. Geben Sie **fünf** Nullstäbe an. (Stabnummern nennen)

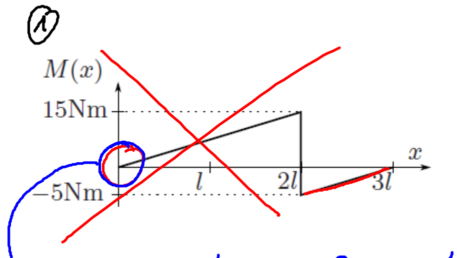
    20, 23, 8, 13, 16

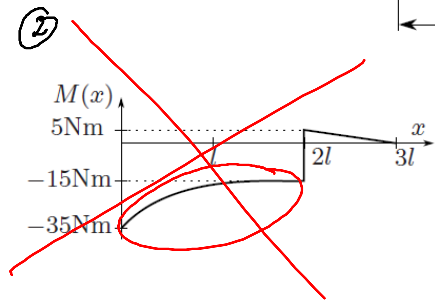
    Geg.: F

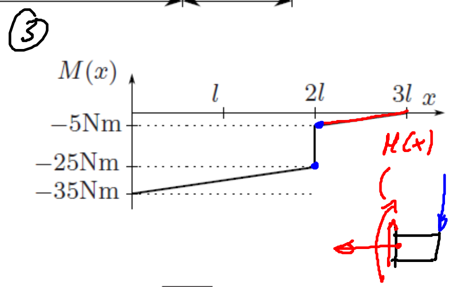


5. Der skizzierte Kragbalken ist mit einem Einzelmoment und einer Einzelkraft belastet. Nur einer der angegebenen Verläufe des Schnittmoments $M(x)$ ist korrekt. Welcher ist es? Bitte kreuzen Sie an.







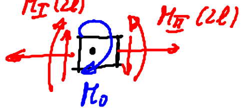


Einspannmoment $\neq 0$! $\Rightarrow$ Fall ① draußen!

☐ ☐ ☒

Geg.: $F = 5\text{N}$, $l = 1\text{m}$, $M_0 = 20\text{Nm}$

Stelle $x = 2l$



$$\sum M^{(S)} = 0 \Rightarrow M_{II}(2l) - M_0 - M_I(2l) = 0$$

$$M_{II}(2l) = M_0 + M_I(2l)$$

$$M_{II}(2l) - M_I(2l) = M_0$$

$\Rightarrow M_{II}(2l) > M_I(2l)$

Fall ① ist draußen!

$$Q'(x) = -q(x)$$

$$M'(x) = Q(x) \quad // \ (\ )'$$

$$\boxed{M''(x) = Q'(x) = -q(x)}$$

$$-q(x) = 0$$

$$M''(x) = 0$$

$$M'(x) = C_1$$

$$M(x) = C_1 x + C_2$$

Aha! Für $C_1 \neq 0$ linearer Verlauf!

$\Rightarrow$ Fall ② ist draußen!