TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

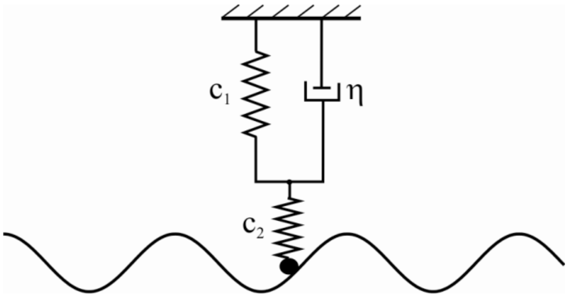
Prof. Dr. Valentin L. Popov
M.Sc. Emanuel Willert

Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2018/19 – UE 14

Thema: Kontaktmechanik von Elastomeren

Aufgabe 1: Gummireibung

Untersuchen Sie das einfachste rechts dargestellte Elastomer-Standardmodell mit den Materialparametern $c_1, c_2 >> c_1$ und η, dem man einige wichtige Eigenschaften der Gummireibung entnehmen kann. Betrachten Sie dazu einen Gummiblock aus einem solchen Elastomer, der mit konstanter Geschwindigkeit v_0 über eine gewellte, starre Oberfläche $h = h_0 \cos(\kappa x)$ gleitet.



a) Bestimmen Sie die über eine Periode gemittelte bei der Bewegung dissipierte Leistung $\langle \dot{W} \rangle$ einmal durch explizite Lösung der Bewegungsgleichung und durch Anwendung der aus dem Skript bekannten Gleichung

$$\langle \dot{W} \rangle = \frac{1}{2} \omega h_0^2 \operatorname{Im}\{\hat{c}(\omega)\}, \tag{1}$$

mit der komplexen Federsteifigkeit $\hat{c}(\omega)$.

b) Wie groß ist die mittlere Reibkraft bei dieser Bewegung?

Lösung Aufgabe 1:

a) Die Gleichgewichtsbedingung für den inneren Freiheitsgrad *u* ist durch

$$c_2\left(h-u\right)=c_1u+\eta\dot{u} \tag{2}$$

gegeben. Mit $c_2 \gg c_1$ und der obigen Fußpunktanregung ergibt sich als Bewegungsgleichung für *u:*

$$h_0\cos\left(\omega t\right)=u+\frac{\eta}{c_2}\dot{u} \tag{3}$$

mit der partikulären Lösung (aus dem komplexen Ansatz vom Typ der rechten Seite)

$$z_p\left(t\right)=\frac{h_0c_2}{c_2+i\eta\omega}\exp\left(i\omega t\right). \tag{4}$$

Der Realteil dieser Funktion ist durch

$$u_p\left(t\right)=\mathrm{Re}\left\{z_p\left(t\right)\right\}=\frac{h_0c_2}{\sqrt{c_2^2+\eta^2\omega^2}}\cos\left(\omega t-\varphi\right),\quad \varphi=\arctan\left(\frac{\eta\omega}{c_2}\right). \tag{5}$$

gegeben. Die in einer Periode dissipierte mittlere Leistung ist entsprechend

$$\left\langle\dot{W}\right\rangle=\eta\left\langle\dot{u}_p^2\right\rangle=\frac{\eta}{2}\frac{h_0^2c_2^2\omega^2}{c_2^2+\eta^2\omega^2}=\frac{\eta}{2}\frac{h_0^2c_2^2\kappa^2v_0^2}{c_2^2+\eta^2\kappa^2v_0^2}. \tag{6}$$

Der Imaginärteil der komplexen Federsteifigkeit ist

$$\mathrm{Im}\left\{\hat{c}\left(\omega\right)\right\}=c_2\,\mathrm{Im}\left\{\frac{c_1+i\eta\omega}{c_2+i\eta\omega}\right\}=\frac{c_2}{c_2^2+\eta^2\omega^2}\mathrm{Im}\left\{(c_1+i\eta\omega)(c_2-i\eta\omega)\right\}\approx\frac{c_2^2\eta\omega}{c_2^2+\eta^2\omega^2}. \tag{7}$$

Entsprechend ist die mittlere dissipierte Leistung wiederum

$$\left\langle\dot{W}\right\rangle=\frac{1}{2}\omega h_0^2\,\mathrm{Im}\left\{\hat{c}\left(\omega\right)\right\}=\frac{\eta}{2}\frac{h_0^2c_2^2\omega^2}{c_2^2+\eta^2\omega^2}=\frac{\eta}{2}\frac{h_0^2c_2^2\kappa^2v_0^2}{c_2^2+\eta^2\kappa^2v_0^2}. \tag{8}$$

b) Die mittlere Reibkraft beträgt damit

$$\left\langle F_R\right\rangle=\frac{\left\langle\dot{W}\right\rangle}{v_0}=\frac{\eta}{2}\frac{h_0^2c_2^2\kappa^2v_0}{c_2^2+\kappa^2v_0^2}. \tag{9}$$