TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

Prof. Dr. Valentin L. Popov
M.Sc. Emanuel Willert

Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2018/19 – UE 13

Thema: Quetschströmungen, Rheologie

Aufgabe 1: Viskose Adhäsion

Befindet sich zwischen zwei Körpern eine flüssige Schicht, so können die Körper weder schnell aneinander gedrückt noch schnell getrennt werden. Der letztere Effekt wird oft als eine Art „Adhäsion“ empfunden. Untersuchen Sie die Annäherung zweier starrer Platten mit dem Radius R.
Berechnen Sie die Anpresskraft in Abhängigkeit von der Annäherungsgeschwindigkeit unter der Annahme, dass die Dicke der flüssigen Schicht klein ist gegenüber dem Kugelradius. Die radiale Strömung sei laminar und näherungsweise eben.

Aufgabe 2: Messung des Komplexen Moduls

Eine einfache Methode zur Bestimmung des Speicher- und Verlustmoduls von Elastomeren bietet das Torsionspendel (Abb. 1). Hierbei wird eine zylindrische Probe mit dem Radius R und der Länge l aus einem Elastomer an einem Ende fest eingespannt und am anderen Ende mit einem Rotationsträgheitsmoment θ verbunden. Das Pendel wird zum Zeitpunkt $t = 0$ aus dem Gleichgewicht ausgelenkt und losgelassen. Aus den gemessenen Werten für Schwingungsfrequenz und Dämpfung sind der Speicher- und Verlustmodul zu bestimmen.

Hinweis: Schreiben Sie die Bewegungsgleichung für den Verdrehwinkel φ im Frequenzraum und machen Sie anschließend einen Koeffizientenvergleich für den Real- und Imaginärteil dieser Gleichung.

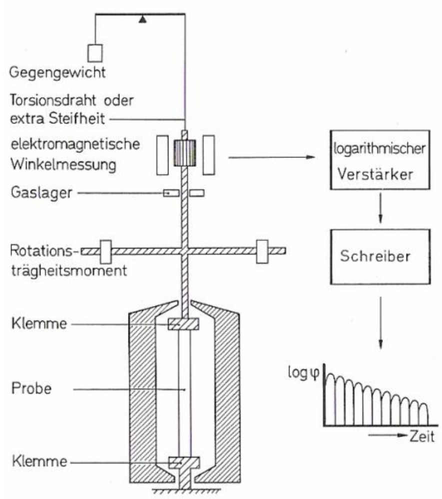

Abb. 1: Aufbau eines Torsionspendels zur Messung des komplexen G-Moduls

Lösung Aufgabe 1:

Das Profil der ebenen Strömung ist durch

$$v_r(z) = \frac{1}{2\eta}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} z(z-h), \quad h = h(t) \tag{1}$$

gegeben. Der Volumenstrom durch einen Zylindermantel mit dem Radius r ergibt sich zu

$$Q = 2\pi r \int_0^h v_r(z)\,\mathrm{d}z = -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}\frac{\pi r h^3}{6\eta}. \tag{2}$$

Wegen der Massenerhaltung gilt damit

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}\frac{\pi r h^3}{6\eta} = -\pi r^2 \dot{h} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} = 6\eta r \frac{\dot{h}}{h^3}. \tag{3}$$

Integration dieser Gleichung ergibt dann

$$\begin{aligned} p_{\text{ext}} - p(r) &= \frac{6\eta \dot{h}}{h^3}\int_r^R \rho\,\mathrm{d}\rho = \frac{3\eta\dot{h}}{h^3}\left(R^2 - r^2\right), \\ F_N &= 2\pi\int_0^\infty \left[p(r) - p_{\text{ext}}\right] r\,\mathrm{d}r = -\frac{3\pi\eta\dot{h}R^4}{2h^3}. \end{aligned} \tag{4}$$

Lösung Aufgabe 2:

Die Bewegungsgleichung für das Pendel ist im Zeitbereich durch

$$\Theta\ddot{\varphi} = -M = -\frac{I_p}{l}\int_{-\infty}^t G(t-t')\dot{\varphi}(t')\,\mathrm{d}t' \tag{5}$$

gegeben. Bei einer harmonischen Schwingung mit der (komplexen) Frequenz $\hat{\omega}$ kann diese Gleichung einfacher im Frequenzraum betrachtet werden. Dann ist

$$-\Theta\hat{\omega}^2\hat{\varphi} = -\frac{I_p}{l}\hat{G}(\omega)\hat{\varphi} = -\frac{I_p}{l}\left(G' + iG''\right)\hat{\varphi}. \tag{6}$$

Die komplexe Eigenfrequenz kann aus den Messwerten abgelesen werden:

$$\hat{\omega} = \omega + i\delta, \tag{7}$$

Mit der Eigenfrequenz ω und der Abklingkonstante δ der Schwingung. Man erhält:

$$\omega^2 - \delta^2 + i2\delta\omega = \frac{I_p}{\Theta l}\left(G' + iG''\right), \tag{8}$$

woraus sich die Werte des Speicher- und Verlustmoduls ablesen lassen:

$$G' = \frac{\Theta l}{I_p}\left(\omega^2 - \delta^2\right), \; G'' = \frac{2\delta\omega\Theta l}{I_p}. \tag{9}$$