



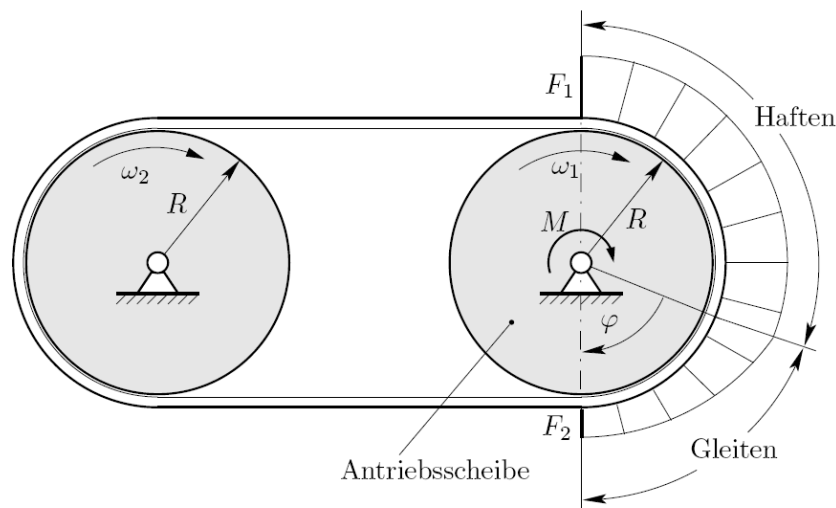
## Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2018/19 – UE 08

### Thema: Rollkontakt, Schlupf

#### Aufgabe 1: Riemenantrieb

Der unten abgebildete Riementrieb soll im Folgenden näher untersucht werden.

Die rechte Scheibe wird durch ein Moment  $M$  angetrieben, wodurch sie mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1$  rotiert. Die angetriebene (linke) Scheibe dreht sich hingegen nur mit einer Winkelgeschwindigkeit  $\omega_2 < \omega_1$ . Sowohl das Haftgebiet, in welchem die Dehnung und damit die Kraft im Riemen (Dehnsteifigkeit  $EA$ ) konstant gleich  $F_1$  ist, als auch das Gleitgebiet, in welchem die Riemenkraft auf  $F_2$  abnimmt, sind für das Antriebsrad aufgezeigt. Einen entsprechenden Wechsel vom Haften zum Gleiten, charakterisiert über den Winkel  $\varphi$ , gibt es auch am angetriebenen Rad.



(a) Zeigen Sie, dass zwischen dem Winkel  $\varphi$  und den Seilkräften die Euler-Eytelwein-Beziehung

$$F_1 = F_2 \exp(\mu\varphi) \quad (1)$$

besteht und skizzieren Sie Haft- und Gleitgebiet über das angetriebene Rad.

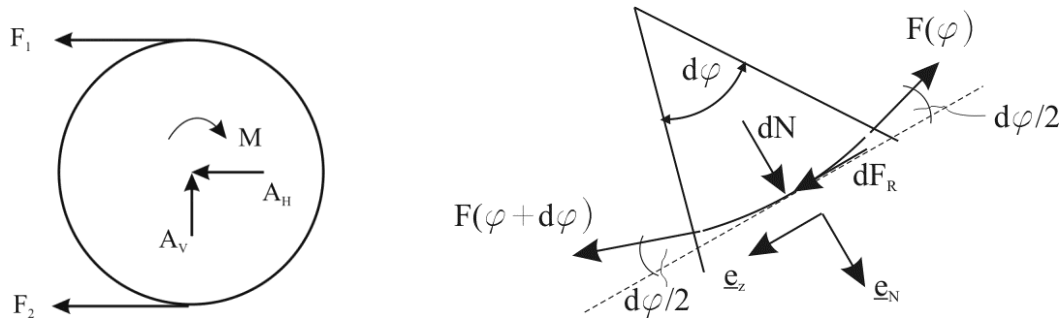
(b) Wie groß ist der Schlupf  $s := \frac{\omega_2 R - \omega_1 R}{\omega_1 R}$  ?

(c) Berechnen Sie den Verlust an mechanischer Leistung!

Geg.:  $E, A, R, M, \omega_1$

## Lösung Aufgabe 1:

Freischnitte der Antriebsscheibe und eines kleinen Riemenelements:



a) Die Antriebsscheibe rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit und ist daher im Momentengleichgewicht um den Auflagerpunkt. Daher ist

$$M = (F_1 - F_2)R. \quad (2)$$

Damit ist klar, dass  $F_1$  größer ist als  $F_2$ . Auswertung des Quasi-Gleichgewichts des Riemenelements in radialer und tangentialer Richtung liefert die Beziehungen

$$\begin{aligned} F(\varphi + d\varphi) - F(\varphi) = dF = -dF_R = -\mu dN, \\ dN = Fd\varphi. \end{aligned} \quad (3)$$

Daraus ergibt sich die Differenzialgleichung

$$\frac{dF}{d\varphi} = -\mu F, \quad F(\varphi = 0) = F_1 \quad (4)$$

mit der Lösung aus der Euler-Eytwein-Theorie der Seilreibung

$$F(\varphi) = F_1 \exp(-\mu\varphi). \quad (5)$$

b) In den Haftgebieten sind die Riemengeschwindigkeiten durch die rotierenden Scheiben vorgegeben. Wegen der Massenerhaltung ist damit außerdem

$$v_1 \rho_1 = v_2 \rho_2, \quad \rho_i = \frac{\rho_0}{1 + \varepsilon_i} \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega_1 R}{1 + \varepsilon_1} = \frac{\omega_2 R}{1 + \varepsilon_2}, \quad (6)$$

mit den Dehnungen  $EA\varepsilon_i = F_i$ . Für den normierten Schlupf ergibt sich daher bei kleinen Dehnungen

$$s = \frac{\omega_2 R - \omega_1 R}{\omega_1 R} = \frac{1 + \varepsilon_2}{1 + \varepsilon_1} - 1 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{1 + \varepsilon_1} \approx \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \frac{F_2 - F_1}{EA} = -\frac{M}{EAR}. \quad (7)$$

c) Die Verlustleistung durch das Gleiten beträgt

$$P = M(\omega_2 - \omega_1) = Ms\omega_1 \approx -\frac{M^2 \omega_1}{EAR}. \quad (8)$$