TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

Prof. Dr. Valentin L. Popov
M.Sc. Emanuel Willert

Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2018/19 – UE 06

Thema: Adhäsion rauer Oberflächen

Aufgabe 1: Adhäsion einer statistisch „rauen“ Federbettung

Das in Abb. 1 gezeigte System besteht aus Federn gleicher Steifigkeit c, die beim Kontakt „kleben“ können. Ihre Adhäsionseigenschaften werden durch die Längenänderung d_c charakterisiert, um die sich eine Feder dehnen kann, bevor sie von der Oberfläche abplatzt. Die Höhenverteilung sei durch

$$\phi(z) = \frac{1}{\ell}\exp\left(-\frac{z}{\ell}\right) \tag{1}$$

gegeben. Die Gesamtzahl der Federn sei N.

Eine starre Ebene wird mit der Kraft F_N an das System gedrückt, sodass sich der Abstand $\tilde{d}$ zwischen den beiden Kontaktpartnern einstellt. Im Anschluss wird die starre Ebene bis auf den Abstand d weggezogen.

a) Bestimmen Sie die Anpresskraft als Funktion des Abstands $\tilde{d}$.

b) Bestimmen Sie die Adhäsionskraft als Funktion der Abstände d und $\tilde{d}$. Es sind die Fälle $d-\tilde{d} \le d_c$ und $d-\tilde{d} > d_c$ zu unterscheiden.

c) Finden Sie eine Forderung an die Rauigkeit für das Auftreten von makroskopischer Adhäsion. Wie groß ist in diesem Fall die maximale Adhäsionskraft?

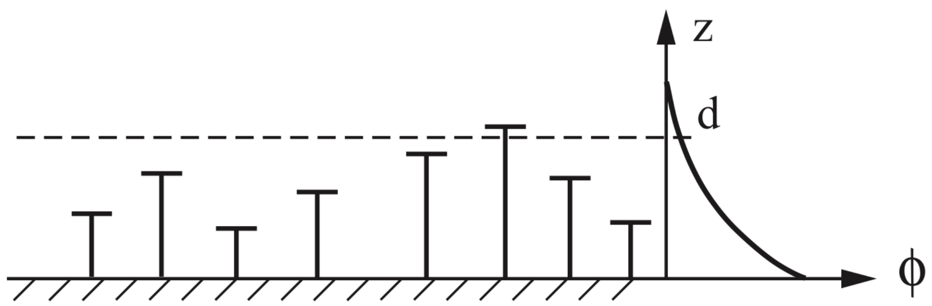

Abb. 1: Federmodell einer stochastischen Oberfläche mit exponentieller Höhenverteilung.

Lösung Aufgabe 1:

a) Bei einem Eindruck bis zu einem Abstand $\tilde{d}$ ist die Anpresskraft

$$F_N = N\int_{\tilde{d}}^{\infty} c\left(z-\tilde{d}\right)\phi(z)\,\mathrm{dz} = \frac{Nc}{l}\int_{\tilde{d}}^{\infty}\left(z-\tilde{d}\right)\exp\left(-\frac{z}{\ell}\right)\mathrm{dz} = Ncl\exp\left(-\frac{\tilde{d}}{l}\right). \tag{2}$$

b) Wird die starre Ebene nun auf eine Höhe d angehoben, können zwei Fälle auftreten: Ist $d-\tilde{d}\le d_c$, bleiben alle Federn im Kontakt und die resultierende Normalkraft ist

$$F_N = \frac{Nc}{l}\int_{\tilde{d}}^{\infty}(z-d)\exp\left(-\frac{z}{\ell}\right)\mathrm{dz} = Ncl\exp\left(-\frac{\tilde{d}}{l}\right)\left[1-\frac{d-\tilde{d}}{l}\right],\quad d-\tilde{d}\le d_c. \tag{3}$$

Im anderen Fall $d-\tilde{d}>d_c$ sind am Schluss alle Federn im Kontakt, deren unausgelenkte Lage größer als $d-d_c$ war. Die Normalkraft ist dann

$$F_N = \frac{Nc}{l}\int_{d-d_c}^{\infty}(z-d)\exp\left(-\frac{z}{\ell}\right)\mathrm{dz} = Ncl\exp\left(-\frac{d-d_c}{l}\right)\left[1-\frac{d_c}{l}\right],\quad d-\tilde{d}>d_c. \tag{4}$$

c) Makroskopische Adhäsion, also negative Normalkräfte, sind nur möglich, falls $d_c>l.$ Die maximale Adhäsionskraft ergibt sich dann bei $d=\tilde{d}+d_c$ und beträgt

$$|F_A| = Ncl\exp\left(-\frac{\tilde{d}}{l}\right)\left[\frac{d_c}{l}-1\right] \quad\Rightarrow\quad \frac{|F_A|}{F_N}=\frac{d_c}{l}-1. \tag{5}$$