TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

Prof. Dr. Valentin L. Popov
M.Sc. Emanuel Willert

Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2018/19 – UE 03

Thema: Kapillare Effekte in Kontakten

Aufgabe 1: Kapillarbrücken

Das untere Bild (Abb. 1) zeigt eine harte Kugel (Radius R), die über eine einzelne kapillare Brücke mit einer aus gleichem Material bestehenden ebenen Oberfläche verbunden ist.
Bestimmen Sie die kapillare Kraft. Die Flächen seien dabei durch vollständige Benetzbarkeit, d.h. einen Kontaktwinkel $\theta = 0$, ausgezeichnet. Außerdem soll der Radius der Kapillarbrücke sehr viel kleiner sein als der Krümmungsradius der Kugel ($a \ll R$).

Abb. 1: Kontakt einer Kapillarbrücke mit einer harten Kugel.

Aufgabe 2: Stift auf einer Wasseroberfläche

Ein zylindrischer Stift (Masse m, Länge L) liegt auf einer Wasseroberfläche (Oberflächenenergie γ, Abb. 2). Bestimmen Sie die maximale Gewichtskraft, die die Oberfläche in der Lage ist zu tragen, unter hydrophilen Bedingungen. Wie hängt die maximale Gewichtskraft vom Kontaktwinkel θ ab?

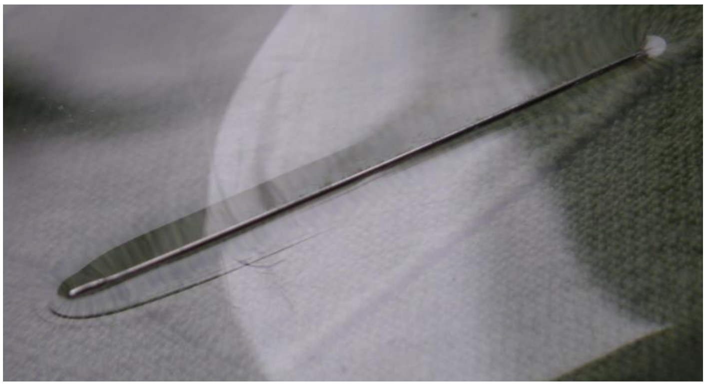

Abb. 2: Stift auf einer Wasseroberfläche.

Lösung Aufgabe 1:

Die Druckdifferenz der einzelnen kapillaren Brücke zur Umgebung beträgt bei vollständiger Benetzung nach der Young-Laplace-Gleichung

$$\Delta p = \gamma_l \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r_a} \right) \approx -\frac{\gamma_l}{r_a} \approx -\frac{4\gamma_l R}{a^2} \qquad (1)$$

Die gesamte kapillare Kraft ist daher

$$F_K = \Delta p \pi a^2 \approx -4\pi R \gamma_l . \qquad (2)$$

Diese ist von dem Radius der Kapillarbrücke unabhängig.

Lösung Aufgabe 2:

Wir betrachten den Gleichgewichtszustand nach dem Einsinken (blau in der rechten Abbildung). Entlang der Grenzlinie Zylinder-Flüssigkeit-Luft befinden sich die drei Oberflächenenergien tangential zur Zylinderoberfläche immer im Gleichgewicht (durch die Einstellung des Kontaktwinkels, siehe Vorlesung).

Es entsteht also netto eine Kraft senkrecht zur Oberfläche aus der Oberflächenenergie des Wassers mit dem Betrag $\gamma_l L \sin\theta$. Gleichgewicht des Zylinders in vertikaler Richtung liefert dann die Beziehung

$$mg = 2\gamma_l L \sin\theta \cos\alpha . \qquad (3)$$

Dabei ist geometrisch leicht zu sehen, dass der Winkel α nicht unter den Wert Null sinken kann (dieser Grenzfall ist in der Abbildung grün dargestellt). Die maximale Gewichtskraft ist damit

$$m_{\max} g = 2\gamma_l L \sin\theta . \qquad (4)$$

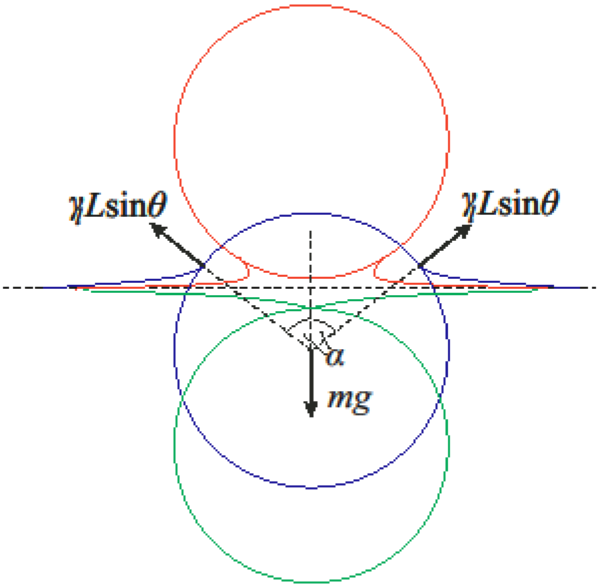

Abb. 3 Einsinken eines Zylinders in eine Wasseroberfläche. Rot: Beginn des Einsinkens, Blau: Gleichgewicht, Grün: Grenzfall des Gleichgewichts.