TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

Prof. Dr. Valentin L. Popov
M.Sc. Emanuel Willert

Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2018/19 – HA 03

Abgabe: 29.11.2018

Aufgabe 1: Das Hertzsche Stoßproblem für Billiardkugeln (11 Punkte)

Ermitteln Sie auf der Grundlage der Hertzschen Theorie für den Normalkontakt von elastischen Kugeln die maximale Eindrucktiefe, den maximalen Kontaktradius und den maximalen Kontaktdruck während des Stoßes für die normale Kollision von zwei Billiardkugeln. Untersuchen Sie das Problem im quasistatischen Grenzfall, d.h. vernachlässigen Sie die Ausbreitung elastischer Wellen in den Kugeln. Berücksichtigen Sie folgende gegebene Größen:

$$\begin{aligned} &m_1 = m_2 = 0{,}17\,\text{kg};\\ &E_1 = E_2 = 7{,}5\,\text{GPa},\quad \nu_1 = \nu_2 = 0{,}35;\\ &R_1 = R_2 = 28{,}6\,\text{mm};\\ &v_1 = 5\,\text{m/s},\quad v_2 = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Ermitteln Sie zunächst mithilfe des 2. Newtonschen Gesetzes und der Hertzschen Kontaktlösung eine Bewegungsgleichung für die Eindrucktiefe (x_1 und x_2 sind die Koordinaten der Kugelmittelpunkte)

$$\delta = \left(R_1 + R_2\right) - \left(x_2 - x_1\right) \tag{2}$$

und lösen Sie anschließend diese Bewegungsgleichung nach den gesuchten Größen auf.

Aufgabe 2: Konischer Normalkontakt mit JKR-Adhäsion (9 Punkte)

Untersuchen Sie den adhäsiven Normalkontakt zwischen einem starren konischen Indenter mit dem Neigungswinkel θ und einem elastischen Halbraum mit dem effektiven E-Modul E^* (siehe Abb. 2 auf dem 4. Übungsblatt für das nicht-adhäsive Problem); die spezifische Oberflächenenergie sei γ_{12} (dieses Problem wurde erst 1981 analytisch gelöst). Die Lösung des nicht-adhäsiven Problems lautet:

$$d^{n.a.}\left(a\right) = \frac{\pi}{2} a \tan\theta,\quad F_N^{n.a}\left(a\right) = \frac{\pi}{2} E^* a^2 \tan\theta,\quad U_{el}^{n.a.}\left(a\right) = \frac{\pi^2}{12} E^* a^3 \tan^2\theta. \tag{3}$$

(a) Bestimmen Sie analog zur Vorlesung die elastische Energie als Funktion des Kontaktradius und der Eindrucktiefe d, wenn der Kegel zunächst ohne Berücksichtigung der Adhäsion bis zum Kontaktradius a eingedrückt und anschließend das ganze Kontaktgebiet um Δl angehoben wird.

(b) Bestimmen Sie die Gleichgewichts-Konfiguration aus dem Minimum der Gesamtenergie und zeigen Sie durch explizite Rechnung, dass die Beziehung für das Gleichgewicht

$$\Delta l\left(a\right) = \sqrt{\frac{2\pi a \gamma_{12}}{E^*}} \tag{4}$$

auch für den konischen Kontakt gültig ist (sie gilt übrigens für alle axialsymmetrischen Kontakte).

(c) Bestimmen Sie die maximale Adhäsionskraft für den konischen Kontakt.