Vorwort

Auf den folgenden Seiten ist der Aufgabenkatalog für die Veranstaltung Kinematik und Dynamik (Mechanik II) abgedruckt, aus dem jede Woche Aufgaben für die Große Übung, die Tutorien und das eigenständige Arbeiten ausgewählt werden. Die Aufgaben werden nicht notwendigerweise in der Reihenfolge des Katalogs abgearbeitet. Lösungen zu den Tutoriums- und Hausaufgaben werden ungefähr eine Woche nach Bearbeitung veröffentlicht. Leider schleichen sich manchmal Fehler in die veröffentlichten Lösungen ein. Wir bemühen uns, diese möglichst zügig zu beseitigen. Jeder Student ist aber in erster Linie selbst verantwortlich. Darum selbständig rechnen! Wer gerne noch mehr Aufgaben (mit Musterlösungen) rechnen möchte, sei auf die breite Auswahl an Aufgabenbüchern verwiesen.

Der Katalog kann in den Tutorien käuflich erworben werden oder im Internet unter `http://www.reibungsphysik.tu-berlin.de/` heruntergeladen werden.

Bei Fragen zur Organisation bitte zuerst das Informationsblatt und die entsprechenden Internetseiten gründlich durchlesen.

Inhaltsverzeichnis

Literatur

[1] Gasch, Robert und Klaus Knothe: *Strukturdynamik*, Band 1 Diskrete Systeme. Springer, 1987.

[2] Gross, Dietmar, Werner Hauger, Walter Schnell und Jörg Schröder: *Technische Mechanik*, Band 3 Kinetik. Springer, 8. Auflage, 2004. In der Lehrbuchsammlung: 5Lh380.

[3] Gummert, Peter und Karl-August Reckling: *Mechanik*. Vieweg, 2. Auflage, 1987. In der Lehrbuchsammlung: 5Lh296.

[4] Hagedorn, Peter: *Technische Mechanik Band 3*. Verlag Harri Deutsch, zweite Auflage, 1996. In der TU Zentralbibliothek: Regelstandort UF1500 26 2/3.

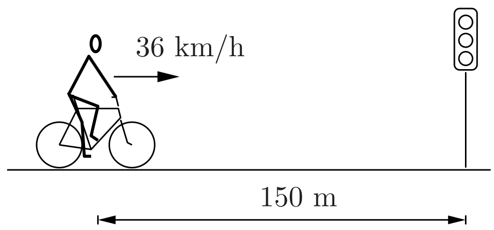
[5] Hauger, Werner, Walter Schnell und Dietmar Gross: *Technische Mechanik*, Band 3 Kinetik. Springer, 6. Auflage, 1999. (Neuere Ausgabe) in der Lehrbuchsammlung: 5Lh380.

[6] Markert, R.: *Übungsaufgaben mit Lösungen zur Einführung in die Technische Mechanik*. Technische Universität Darmstadt-Fachbereich Mechanik, erste Auflage, 1998. Fachbereich MMD.

[7] Meyberg und Vachenauer: *Höhere Mathematik 1*. Springer-Verlag, sechste Auflage, 2001. In der Lehrbuchsammlung: 5Lf598.

1 Kinematik

1. Ein Radfahrer fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 36 km/h. Zur Zeit t_0 springt die noch 150 m entfernte Ampel auf Rot. 20 s später schaltet sie wieder auf Grün. Genau dann will der Radfahrer die Ampel passieren. Dazu bewegt er sich vom Zeitpunkt t_0 an bis zum Passieren der Ampel mit der konstanten Beschleunigung a_1.



   Wie groß ist a_1, und mit welcher Geschwindigkeit passiert der Radfahrer die Ampel?
   Literatur: [5, S. 3-20]

2. Auf der Autobahn fährt ein Auto mit der Geschwindigkeit v_A. Von hinten kommt das Auto B mit der Geschwindigkeit v_B auf das Auto A zu. Bei dem Abstand l zwischen der vorderen Stoßstange von B und der hinteren Stoßstange von A bemerkt der Fahrer des Autos B, dass er das Auto A nicht überholen kann. Nach einer „Schrecksekunde“ T fängt B an zu bremsen.

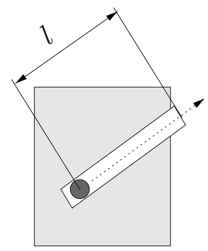
   (a) Welche konstante Bremsbeschleunigung a^* ist mindestens nötig, damit ein Zusammenstoß vermieden wird? Welcher Wert ergibt sich für a^*, wenn der Wagen B zu Beginn mit einer Geschwindigkeit von $v_B = 72$ km/h fährt und erst bei einem Abstand von $l = 20$ m zum Vordermann feststellt, daß das Überholen nicht möglich ist?

   (b) Nach welcher Zeit und wo berühren sich für diesen Grenzfall die Stoßstangen der Fahrzeuge?

   (c) Zeichnen Sie Diagramme für die Wege und Geschwindigkeiten der beiden Fahrzeuge als Funktionen der Zeit. Nehmen Sie dabei an, daß B seine Bremsung bis zum Stillstand fortsetzt.

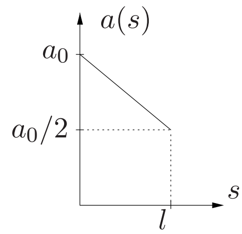
   Geg.: l, v, $v_A = v$, $v_B = 2v$, $T = \frac{l}{2v}$
   Literatur: [5, S. 3-20], Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung siehe [7] Kap. 4 Satz 1.3. S. 165

3. In einer Ballmaschine werden Tennisbälle aus der Ruhelage beschleunigt. Die Beschleunigung eines Tennisballes entlang des Abschussrohres nimmt mit dem zurückgelegten Weg linear von a_0 am Anfang des Rohres auf $a_0/2$ am Ende ab (siehe Diagramm). Die nutzbare Länge des Rohres heißt l.



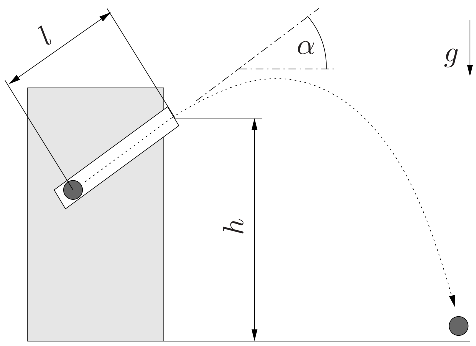
   Bestimmen Sie die Geschwindigkeit eines Tennisballes beim Verlassen des Rohres!

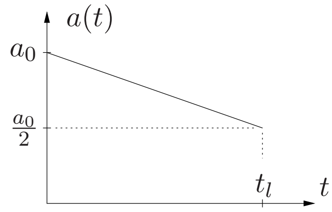
   Geg.: a_0, l.



   Literatur: [5, S. 3-20]

4. In einer Ballmaschine werden Tennisbälle aus der Ruhelage beschleunigt. Die Beschleunigung verläuft linear über der Zeit gemäß nebenstehendem Diagramm. Zur zunächst nicht bekannten Zeit t_l verlässt der Ball das Abschussrohr.





   (a) Bestimme die Geschwindigkeit eines Tennisballes beim Verlassen des Rohres!

   (b) Das Abschussrohr steht unter einem Winkel α zur Erdoberfläche. Das Ende des Rohres befindet sich in einer Höhe h über dem (ebenen) Erdboden. Wie weit fliegen die Tennisbälle? Vernachlässige die Reibung!

   (c) Bestimme die maximale Flughöhe der Tennisbälle!

   Geg.: a_0, l, h, α, g.

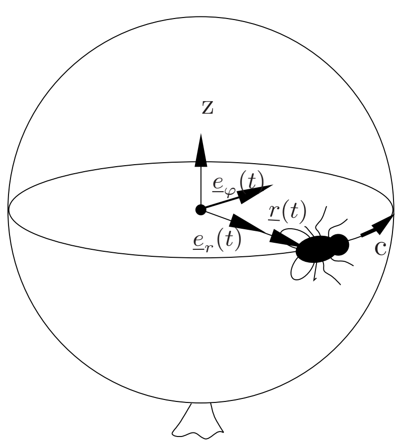
   Literatur: [5, S. 3-20]

5. Ergänzen Sie die leeren Felder für Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung! Alle Größen, die nicht explizit als Funktion der Zeit t angegeben sind, seien konstant.

Ort	Geschwindigkeit	Beschleunigung	Anfangsbedingungen
		$\ddot{x}(t) = a_0$	$x(0) = \dot{x}(0) = 0$
	$\dot{r}(t) = v_0 + a_1 t$		$r(0) = r_0$
$s(t) = L \sin \Omega t$			
	$\dot{y}(t) = u_0 e^{\omega t}$		$y(t_0) = \frac{u_0}{\omega}$
$y(t) = \frac{r_0}{\sqrt{t-t_1}} \cos\left\{\omega^2 (t^2 - t_0^2)\right\}$			
	$\dot{\varphi}(t) = \varphi(t)$		$\varphi(0) = 1$
		$\ddot{x}(t) = -\lambda^2 x(t)$	$x(0) = L$, $\dot{x}(0) = -\frac{v_0}{\lambda^2}$

   Literatur: [5, S. 3-20]

6. Ein Luftballon wird so aufgeblasen, daß sein Radius mit der Geschwindigkeit ξ zunimmt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei der Radius r_0. Auf dem Äquator des Ballons krabbelt gerade eine Fliege mit der Geschwindigkeit c.

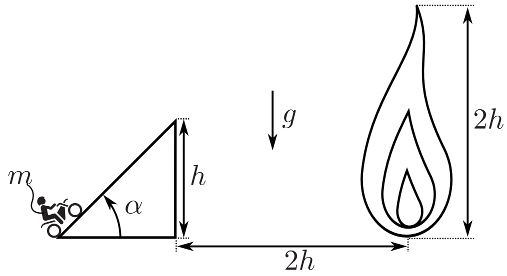


   (a) Bestimmen Sie in Polarkoordinaten den Ortsvektor der Fliege in Abhängigkeit des Winkels $\underline{r}(\varphi)$ zwecks Beschreibung der Bewegung der Fliege.

   (b) Bestimmen Sie nun noch Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor in Abhängigkeit der Zeit.

   Geg.: $r(t = 0) = r_0$, ξ, c

7. Ein Motorradfahrer möchte einen neuen Stunt ausprobieren. Dabei gilt es eine Flammenwand der Höhe $2h$ zu überspringen. Um aus der **Ruhe** die nötige Geschwindigkeit zu erreichen, wurde eine Rampe der Höhe h und dem Neigungswinkel α in der Entfernung $2h$ aufgestellt. Für die folgenden Aufgaben kann der Motorradfahrer samt Motorrad als Punktmasse m angenommen werden, der Luftwiderstand wird vernachlässigt.

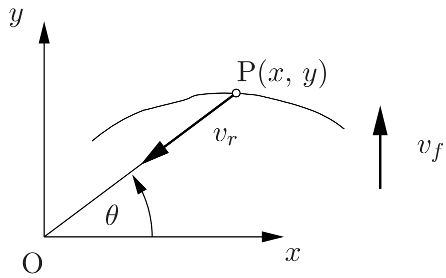


   (a) Bestimmen Sie die Absprunggeschwindigkeit v_0 am Ende der Rampe, so dass der Motorradfahrer die Flammenwand gerade überspringt.

   (b) Entlang der Rampe beschleunigt der Motorradfahrer konstant mit $\ddot{x} = a_R$. Bestimmen Sie a_R, so dass der Motorradfahrer am Ende der Rampe die in (a) bestimmte Geschwindigkeit besitzt.

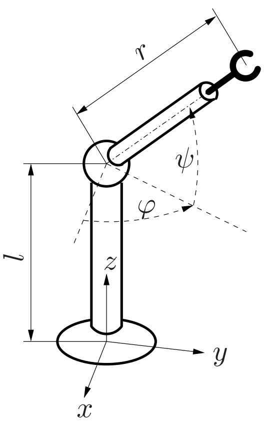
   Geg.: h, m, g, $\alpha = 45°$

8. Ein Flugzeug steuert mit Hilfe seiner Peilvorrichtung einen Flughafen an, wird jedoch durch den Wind abgetrieben, der mit konstanter Geschwindigkeit v_f in Richtung der y-Achse weht. Das Flugzeug hat die Relativgeschwindigkeit v_r. Gesucht ist die wahre, ebene Bahn des Flugzeuges, wenn es vom Punkt $P_0(x_0, y_0)$ ab Kurs auf die Peilanlage des Flughafens hält, die im Ursprung O liegen möge.



9. Der nebenstehend skizzierte Industrieroboter kann sich um die senkrechte z-Achse drehen (Drehwinkel φ), seinen Arm um das Gelenk in der Höhe l auf und ab bewegen (Winkel ψ) und zusätzlich die Länge des Armes r verändern.

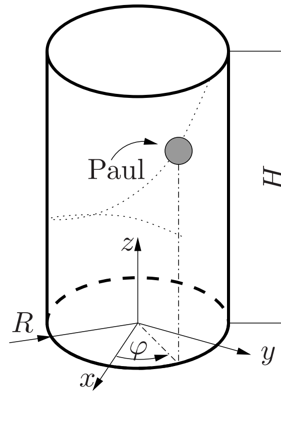
   Berechne den Orts- und Geschwindigkeitsvektor (in kartesischen Koordinaten) des auf der Spitze des Armes sitzenden Greifers, wenn der Roboter mit $\dot{\varphi} = \Omega =$ konst. um die z-Achse rotiert, der Arm sich mit $\dot{\psi} = \Theta =$ konst. hebt und sich seine Länge gemäß $r = l(2 + \sin \Omega t)$ mit der Zeit t ändert. Am Anfang ($t = 0$) liegt der Greifer auf der positiven $x - Achse$ ($\varphi_{t=0} = 0$, $z_{t=0} = 0$).



   Geg.: l, Ω, Θ.

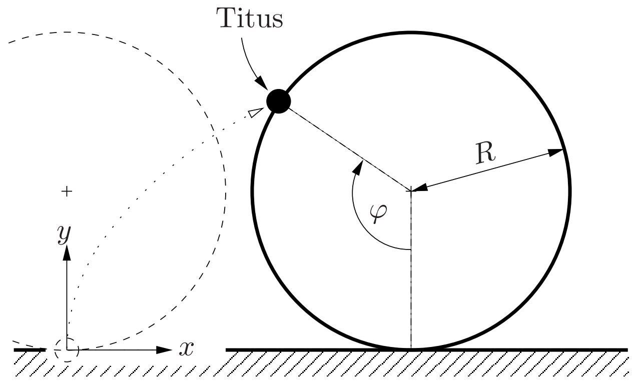
10. Der Punkt Paul bewegt sich auf der Innenfläche eines zylindrischen Rohres mit dem Radius R. Seine Bahn wird beschrieben durch $z(\varphi) = l_0 e^{k\varphi}$, $\varphi(t) = \omega t$. Das Rohr erstreckt sich in Richtung der z-Achse bis zur Höhe H.

    Bestimmen Sie den Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor des Punktes beim Verlassen des Rohres in kartesischen Koordinaten.



    Geg.: ω, l_0, k, R, H

11. Ein Rad mit dem Radius R rollt auf einer Ebene. Zur Zeit $t = 0$ berührt der auf dem Umfang des Rades befestigte Punkt Titus die Ebene und zwar genau im Ursprung des ortsfesten kartesischen Koordinatensystems.

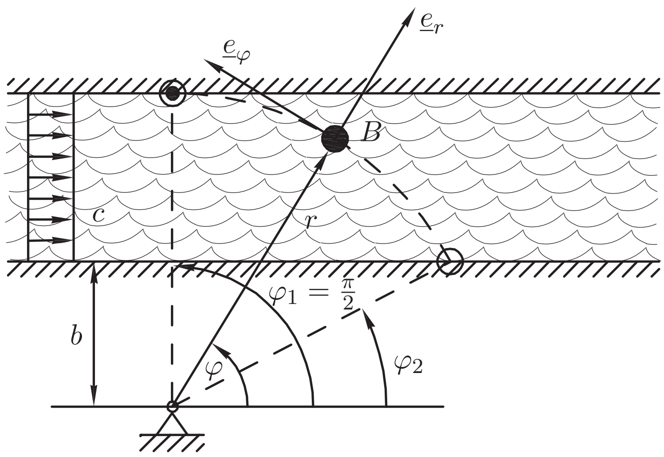


Bestimme Titus' Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor in Bezug auf das ortsfeste Koordinatensystem als Funktion der Zeit t in kartesischen Koordinaten.

Geg.: R, $\frac{d}{dt}\varphi(t) = \omega =$ konst.
Tip: Bestimme zuerst die Koordinaten des Mittelpunktes des Rades zu einer beliebigen Zeit t und dann den Abstand in x- und y-Richtung des Punktes Titus von diesem Mittelpunkt. Daraus kann dann der Ortsvektor ermittelt werden.

Literatur: [5, S. 3-5]

12. Eine Boje B hängt an einem Seil der Länge r, welches im Abstand $b = \frac{r}{2}$ vom Flussufer befestigt ist. Unter dem Einfluss der Strömung schwimmt die Boje vom linken zum rechten Ufer, wobei das Seil stets gespannt bleibt und die Bojengeschwindigkeit mit dem in die Richtung der Bahntangente fallenden Anteil der konstanten Strömungsgeschwindigkeit c übereinstimmt.



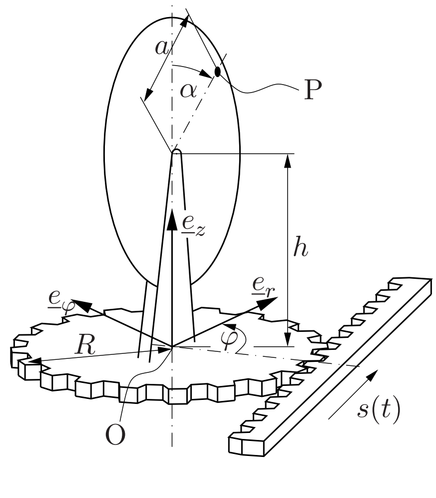
(a) Stellen Sie nacheinander Ortsvektor $\underline{r}$, Geschwindigkeitsvektor $\underline{v}$ und Beschleunigungsvektor $\underline{a}$ für eine allgemeine Lage der Boje in Polarkoordinaten auf.

(b) Berechnen Sie für $r = 45\,m$ und $c = 1\,\frac{m}{s}$ die Zeit T, die die Boje zur Überquerung des Flusses benötigt.

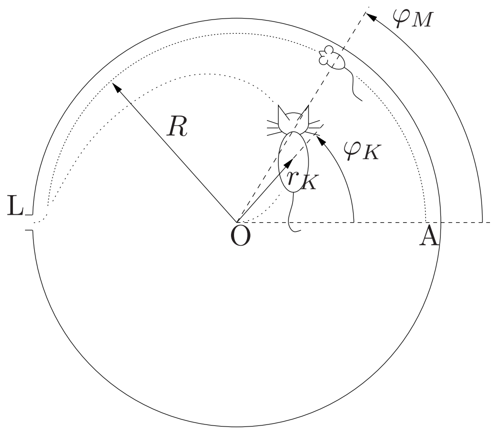
13. Das skizzierte System wird von einer Zahnstange angetrieben, die sich gemäß $s(t) = v_0 t$ geradlinig bewegt. Auf der senkrechten mit $\dot{\alpha} = \omega$ rotierenden Scheibe ist der Punkt P befestigt.

Berechnen Sie Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor des Punktes P als Linearkombination der mitgedrehten Basisvektoren $\underline{e}_r$, $\underline{e}_\varphi$ und $\underline{e}_z$ bezüglich des ruhenden Bezugssystems mit Ursprung O.

Geg.: R, h , a, $s(t)$, $\omega =$ konst., $\alpha(0) = 0$, $\varphi(0) = 0$



14. In einem Turm ist in Punkt A eine Maus, im Mittelpunkt O eine Katze. Die Maus rennt mit der konstanten Geschwindigkeit v_M entlang der Turmmauer, um das rettende Loch L zu erreichen. Die Katze verfolgt die Maus mit der konstanten Geschwindigkeit v_K und beschreibt dabei eine Bahn, die durch die Archimedische Spirale:



$$r_K(\varphi_K) = \frac{R}{\pi}\varphi_K$$

beschrieben wird.

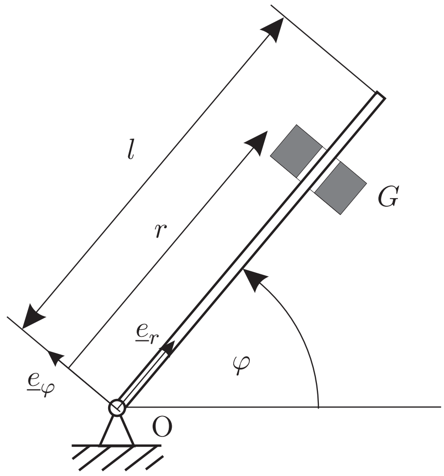
(a) Geben Sie die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektoren von Katze und Maus als Linearkombination aus $\underline{e}_r$, und $\underline{e}_\varphi$ an. Nehmen Sie dabei die Winkelgeschwindigkeit der Katze $\dot{\varphi}_K(t)$ als eine gegebene Funktion der Zeit an.

(b) Wie groß muss die Bahngeschwindigkeit v_K der Katze sein, damit sie die Maus am Loch erwischt?

Geg.: R, v_M, $\int \sqrt{1+x^2}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left[x\sqrt{1+x^2} + \operatorname{arsinh} x\right]$

Literatur: [5, S. 20-32]

15. Eine Stange der Länge l rotiert um O mit dem Zeitgesetz $\varphi = \kappa t^2$. Auf der Stange rutscht ein Gleitkörper G nach dem Gesetz $r = l\left(1 - \kappa t^2\right)$.



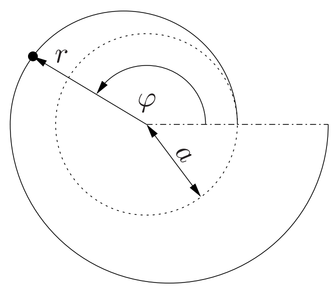
(a) Bestimmen Sie bezüglich des Koordinatenursprungs O den Ortsvektor $\underline{r}(t)$ des Körpers G, seinen Geschwindigkeitsvektor $\underline{v}(t)$ und Beschleunigungsvektor $\underline{a}(t)$.

(b) Bestimmen Sie den Betrag der Geschwindigkeit für den Winkel $\varphi_1 = \frac{\pi}{4}$.

(c) Beim welchem Winkel φ_E stößt G am Lager O an?

Geg.: l, κ

16. Ein Punkt bewegt sich auf der ebenen Bahn

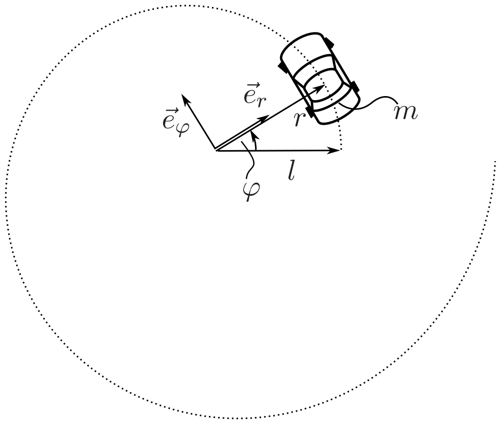


$$r(\varphi) = a(1 + \frac{\varphi}{2\pi}) \quad \text{mit} \quad 0 < \varphi < 2\pi \ , \ \varphi = c \ t.$$

a und c sind positive Konstanten, Zeit $t > 0$. Gib Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor in der Basis $< \underline{e}_r, \underline{e}_\varphi >$ und in der Basis $< \underline{e}_x, \underline{e}_y >$ an!

Literatur: [5, S. 20-32]

17. Ein Rennwagen fährt durch eine Kurve. Auf dem gezeigten Teil der Strecke ($0 < \varphi < 2\pi$) bewegt er sich spiralförmig mit $r = l(1 + \frac{\varphi}{2\pi})$.

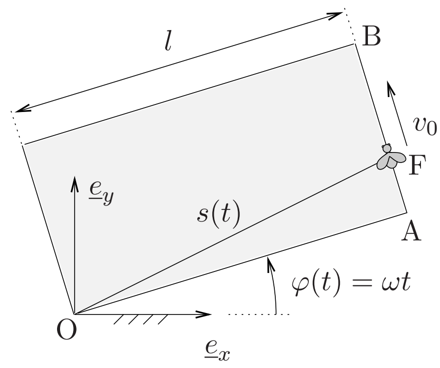


   (a) Angenommen, der Rennwagen erfährt auf dem Teilstück die **konstante** Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi} = b$. Welchen Wert hat b für den Fall, dass der Rennwagen mit der Winkelgeschwindigkeit ω_0 in das Teilstück einfährt und es mit der Winkelgeschwindigkeit $3\omega_0$ verlässt? Geben Sie außerdem den Winkel $\varphi(t)$ an.

   (b) Geben Sie den Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor des Rennwagens in der eingezeichneten $\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi$-Basis an. Verwenden Sie hierzu die Ergebnisse aus Aufgabenteil (a).

   Geg.: l, m, r, ω_0

18. Eine rechteckige Scheibe dreht sich wie dargestellt mit $\varphi(t) = \omega t$ um den ruhenden Ursprung O. Dabei bewegt sich eine Fliege F auf der Kante AB mit der konstanten Geschwindigkeit v_0 gegenüber der Kante. Zur Zeit $t = 0$ ist $\varphi = 0$, und die Fliege F ist bei A.



   (a) Berechnen Sie den Orts- und Geschwindigkeitsvektor der Fliege F in Bezug auf den Ursprung O. Stellen Sie die beiden Vektoren in der ruhenden Basis $(\underline{e}_x, \underline{e}_y)$ dar.

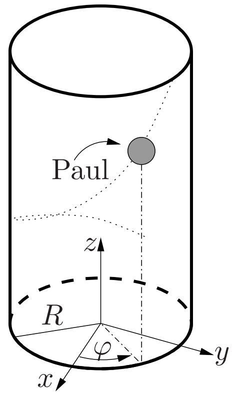
   (b) Berechnen Sie $s(t)$, den Abstand der Fliege F vom Ursprung O.

   (c) Berechnen Sie den Geschwindigkeitsvektor der Fliege F sowie dessen Betrag für einen Spezialfall, nämlich für:
   $\omega = 2\pi$ /s, $\quad l = 2$ m, $\quad v_0 = 1$ m/s und zur Zeit $t = 1$s.

   Geben Sie auch hier die Komponenten in Bezug auf $(\underline{e}_x, \underline{e}_y)$ an.

   Geg.: l, v_0, ω =konst.

19. Der Punkt Paul bewegt sich auf der Innenfläche eines zylindrischen Rohres mit dem Radius R. Seine Bahn wird beschrieben durch $z(\varphi) = l_0 e^{k\varphi}$, $\varphi(t) = \omega t$. Gegeben sind die Konstanten ω, l_0, k und R.



   Bestimmen Sie zu jeder Zeit t den Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor des Punktes Paul als Linearkombination aus $\underline{e}_r$, $\underline{e}_\varphi$ und $\underline{e}_z$! Bestimmen Sie außerdem die kartesischen Koordinaten des Beschleunigungsvektors!

   Literatur: [5, S. 20-32]

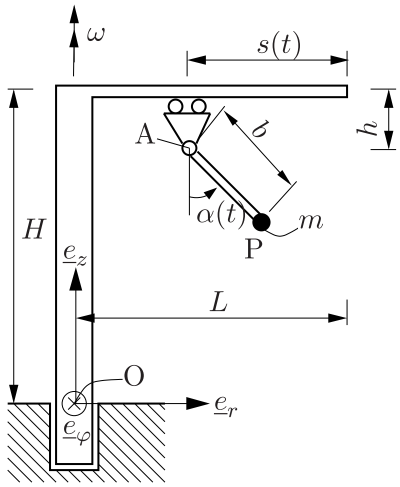
20. Berechnen Sie bezüglich des Koordinatenursprungs O

    (a) den Ortsvektor zum Punkt P (setzen Sie dabei $s(t) = v_0 t$ und $\alpha(t) = \Omega t$ ein),

    (b) seinen Geschwindigkeitsvektor,

    (c) seinen Beschleunigungsvektor.

    Geg.: H, L, h, b, $\omega =$ konst., $s(t) = v_0 t$, $\alpha(t) = \Omega t$, m



21. Eine Scheibe dreht sich um die Kante B-C mit dem Drehwinkel $\varphi(t) = \omega t$. Der Punkt Petra bewegt sich auf der Scheibe von A nach B mit der konstanten Geschwindigkeit v_0 relativ zur Scheibe, und zur Zeit $t = 0$ ist Petra bei A.

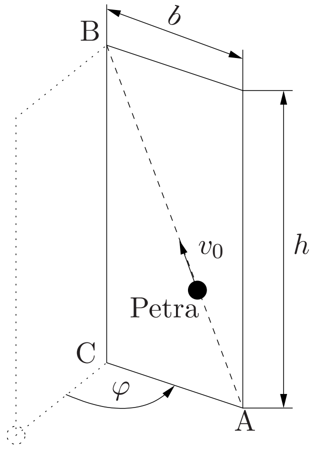
    Berechnen Sie die Vektoren und Beträge der (Absolut-) Geschwindigkeit und (Absolut-) Beschleunigung

    (a) in einer raumfesten, konstanten kartesischen Basis.

    (b) in einer körperfesten (mit der Scheibe) mitgedrehten Zylinderkoordinaten-Basis.

    Geg.: b, h, ω, v_0

    Literatur: [5, S. 20-32]



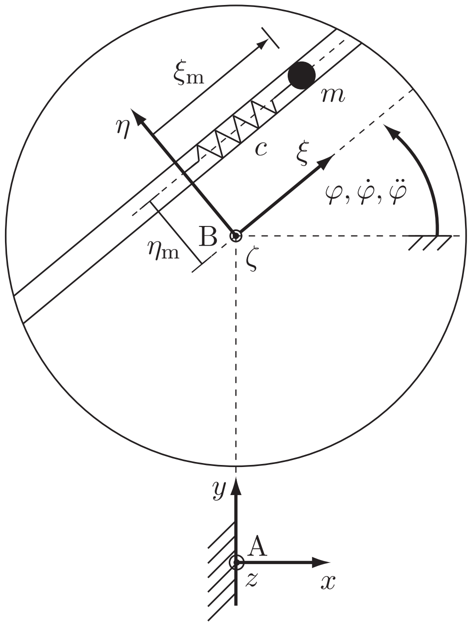
22. Der Mittelpunkt B der dargestellten Scheibe bewegt sich translatorisch mit der Geschwindigkeit $\dot{y}(t)$ in y-Richtung. Auf der sich drehenden Scheibe kann sich die mit einer Feder gefesselte Punktmasse m in einer Nut reibungsfrei bewegen. Die Gewichtskraft wird vernachlässigt. Das ξ, η, ζ-System ist ein scheibenfestes Koordinatensystem.

    (a) Wie groß ist der Vektor $\vec{r}_{\mathrm{AB}}$ und der Vektor $\vec{r}_{\mathrm{rel}}$ vom Punkt B zur Punktmasse? Geben Sie die Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ des bewegten ξ, η, ζ-Systems gegenüber dem x, y, z-Inertialsystem an.

    (b) Geben Sie die Geschwindigkeit der Punktmasse im Inertialsystem an.

    (c) Geben Sie die Beschleunigung der Punktmasse im Inertialsystem an.

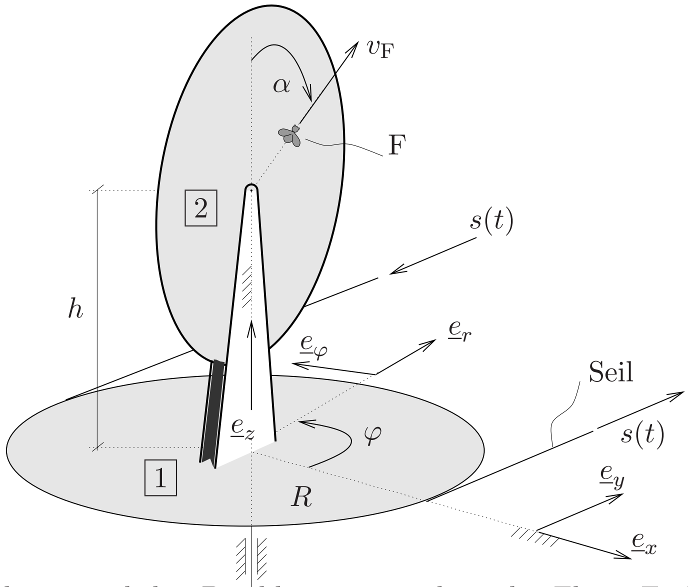
    Geg.: $m, c, \eta_{\mathrm{m}}, y(t), \varphi(t), \dot{\varphi}(t), \ddot{\varphi}(t), \xi_m, \dot{\xi}_m, \ddot{\xi}_m$



23. Ein Drehtisch $\boxed{1}$ mit Radius R wird von einem Seil (ohne Gleiten) bewegt. Der Weg des Seils ist vorgegeben als $s(t) = v_S t$.

    Auf dem Tisch ist ein Bock befestigt, in dem eine Scheibe $\boxed{2}$ rotiert mit $\alpha(t) = \omega_\alpha t$. Und auf dieser Scheibe krabbelt eine Fliege F radial nach außen mit der konstanten Geschwindigkeit v_F relativ zu $\boxed{2}$.

    Zur Zeit $t = 0$ sei: $\varphi(0) = 0$, $\alpha(0) = 0$, und die Fliege sei in der Mitte von $\boxed{2}$.



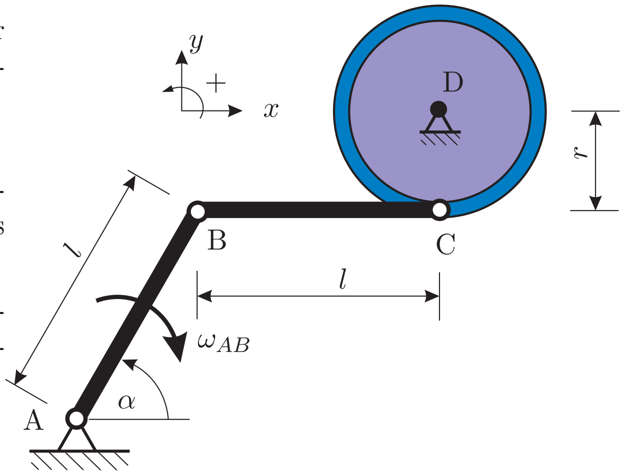
    (a) Berechnen Sie den Geschwindigkeits- und den Beschleunigungsvektor der Fliege F als Linearkombination der (ortsabhängigen) Basisvektoren $\underline{e}_r$, $\underline{e}_\varphi$ und $\underline{e}_z$ (Zylinderkoordinaten), also in der Form

    $$\underline{v}_F = \{...\}\underline{e}_r + \{...\}\underline{e}_\varphi + \{...\}\underline{e}_z \qquad \underline{a}_F = \{...\}\underline{e}_r + \{...\}\underline{e}_\varphi + \{...\}\underline{e}_z$$

    (b) $\underline{v}_F$ und $\underline{a}_F$ könnten auch in der globalen (ortsunabhängigen) Basis $\langle \underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z \rangle$ berechnet werden. Geben Sie dazu den Zusammenhang zwischen $\langle \underline{e}_x, \underline{e}_y, \underline{e}_z \rangle$ und $\langle \underline{e}_r, \underline{e}_\varphi, \underline{e}_z \rangle$ an. Geben Sie außerdem noch $\varphi, \dot{\varphi}$ und $\ddot{\varphi}$ abhängig von den gegebenen Größen an (sofern nicht bereits bei (a) erledigt).

    Geg.: R, h , $v_S =$ konst., $s(t) = v_S t$, $\omega_\alpha =$ konst., $\alpha(0) = 0$, $\varphi(0) = 0$

24. Die Stange AB in der Skizze hat in der Winkellage $\alpha = \alpha_0$ die Winkelgeschwindigkeit ω_{AB}.



    (a) Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeiten der Stange BC und des Rades in der dargestellten Lage.

    (b) Wie groß darf der Radius r maximal sein, damit die Scheibe eine volle Umdrehung machen kann?

    Geg.: r, l, ω_{AB}, $\alpha_0 = 60°$.

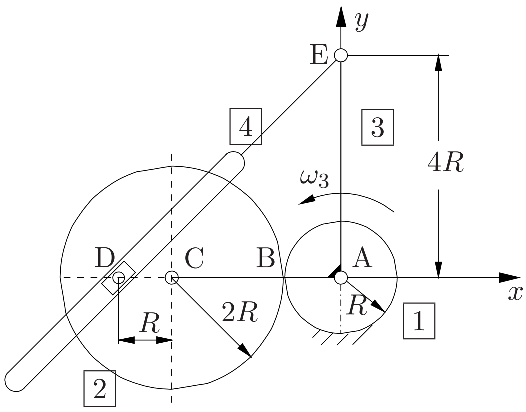
25. Das dargestellte Getriebe besteht aus den Zahnrädern 1 und 2, dem Winkelrahmen 3 und der Schubstange 4. Der Winkelrahmen 3 rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω_3 um den Lagerpunkt A. Das im Punkt C mit dem Rahmen verbundene Zahnrad 2 rollt infolgedessen im Punkt B auf dem blockierten Zahnrad 1 ab. Die Schubstange 4 ist in E gelenkig mit dem Winkelrahmen 3 sowie über die Schiebehülse D mit Zahnrad 2 verbunden.

   (a) Zeigen Sie, dass die Winkelgeschwindigkeit des Zahnrades 2 $\omega_2 = \frac{3}{2}\omega_3$ beträgt.

   (b) Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit ω_4 der Schubstange 4.

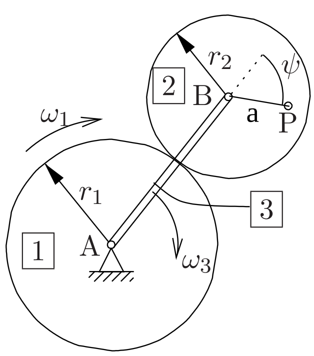
   (c) Berechnen Sie die Relativgeschwindigkeit $v_D^{(\mathrm{rel})}$ in der Schiebehülse D.

   Geg.: R, ω_3



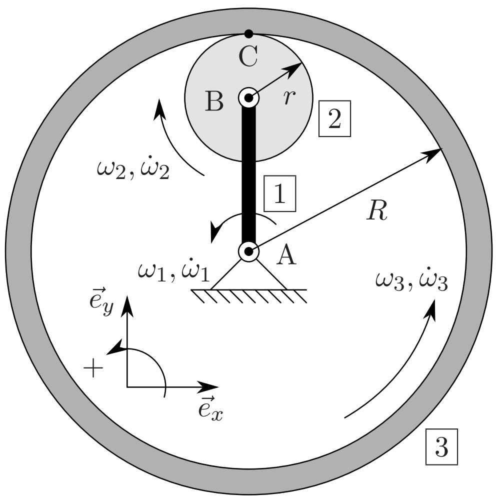
26. Das Sonnenrad $\boxed{1}$ bewege sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 und der Verbindungshebel $\boxed{3}$ mit ω_3. Das Planetenrad bewegt sich rein rollend. Ermittlen Sie den Geschwindigkeitsvektor des Punktes P, der sich auf dem Planetenrad $\boxed{2}$ befindet.

   Geg.: r_1, r_2, a, ω_1, ω_3, ψ.

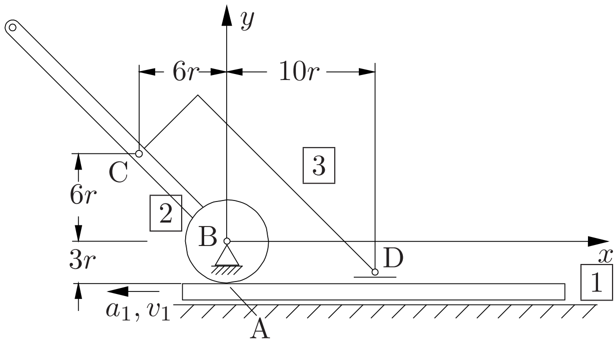


27. Die Stange $\boxed{1}$ hat die Winkelgeschwindigkeit ω_1 und die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_1$. Die Scheibe $\boxed{2}$ rollt innen auf dem Aussenring $\boxed{3}$ ab ohne zu gleiten. Der Aussenring dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω_3 und der Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_3$ um den Lagerpunkt A.
   Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit ω_2 und die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_2$ der Scheibe.

   Geg.: r, R, ω_1, $\dot{\omega}_1$, ω_3, $\dot{\omega}_3$



28. Ein Werkzeug besteht aus drei Starrkörpern: Die Schubstange $\boxed{1}$ gleitet reibungsfrei mit der Geschwindigkeit v_1 und der Beschleunigung a_1 auf dem Untergrund. Das zum Hubausleger $\boxed{2}$ gehörende, bei B drehbar gelagerte Rad rollt bei A auf der Stange $\boxed{1}$ ab (reines Rollen). Der stützende Winkelrahmen $\boxed{3}$ ist im Punkt C drehbar mit dem Hubausleger $\boxed{2}$ verbunden und gleitet in D, über eine Schiebehülse gekoppelt, reibungsfrei auf der Schubstange $\boxed{1}$. Für die dargestellte Lage sind r, v_1 und a_1 gegeben.



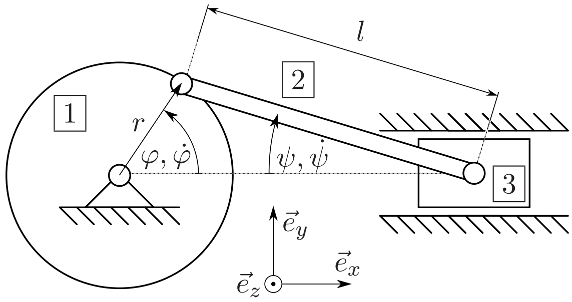
   (a) Zeigen Sie, dass sich die Winkelgeschwindigkeiten von $\boxed{2}$ und $\boxed{3}$ zu $\omega_2 = -\frac{1}{3}\frac{v_1}{r}$ bzw. zu $\omega_3 = -\frac{1}{8}\frac{v_1}{r}$ ergeben, und berechnen Sie den Betrag der Relativgeschwindigkeit $v_{\mathrm{D,rel}}$ zwischen der Schiebehülse in D und der Schubstange 1.

   (b) Berechnen Sie die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_2$ des Hubauslegers.

   (c) Konstruieren Sie den Momentanpol G_3 des Rahmens $\boxed{3}$ (Skizze).

29. Bei einem Kurbeltrieb dreht sich die Welle $\boxed{1}$ mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi} = \omega$.
Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ der Pleulstange $\boxed{2}$ sowie die Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Kolbens $\boxed{3}$.

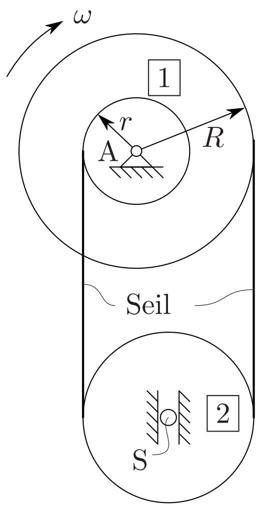
   Geg.: r, l, ω



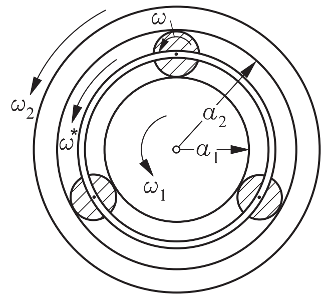
30. Die beiden oberen starr miteineinder verbundenen Riemenscheiben $\boxed{1}$ mit den Radien r und R drehen sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω. Das Seil läuft auf allen drei Riemenscheiben ohne Schlupf, seine Abschnitte zwischen den Riemenscheiben hängen genau senkrecht. Der Drehpunkt S der unteren Scheibe $\boxed{2}$ ist vertikal geführt.

   Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Punktes S!

   Geg.: R, r, $\omega =$ konst.



31. Für das skizzierte Planetengetriebe, das aus einem Sonnenrad (a_1, ω_1), einem Hohlrad (a_2, ω_2) und Planetenrädern besteht, ermittlen Sie



(a) die Bahngeschwindigkeit v für den Mittelpunkt des Planetenrades,

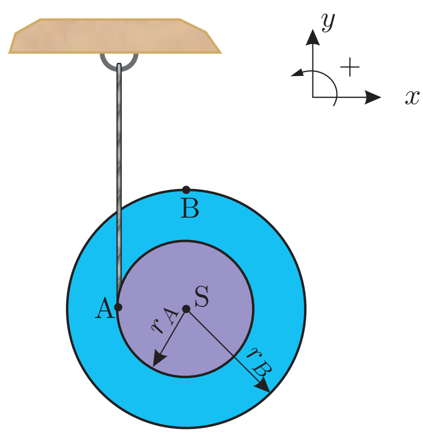
(b) die Winkelgeschwindigkeit ω des Plantenrades,

(c) die Winkelgeschwindigkeit ω^* des Plantenradträgers,

Geg.: a_1, a_2, ω_1, ω_2.

32. Die Spule in der Skizze wickelt sich von der undehnbaren Schnur ab und hat zum dargestellten Zeitpunkt die Winkelgeschwindigkeit ω und die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}$. Bestimmen Sie die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}_B$ des Punktes B.

Geg.: r_A, r_B, ω, $\dot{\omega}$.

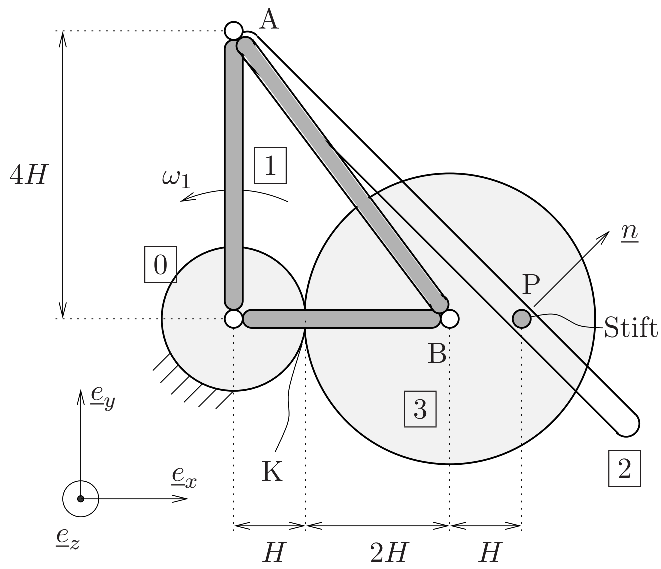


33. Ein Getriebe besteht aus 4 starren Körpern: einem unbeweglichen Zahnrad $\boxed{0}$, einem Winkelrahmen $\boxed{1}$, einer Hülse $\boxed{2}$ und einem umlaufenden Zahnrad $\boxed{3}$.

An der Stelle P gleitet in der Hülse ein kleiner Stift, der auf dem umlaufenden Rad sitzt, d.h. fest mit ihm verbunden ist. An der Stelle K rollt $\boxed{3}$ auf $\boxed{0}$ ab.

Geg.: $\underline{\omega}_1 = \omega_1 \underline{e}_z$, H.

Berechnen Sie für die dargestellte Lage:



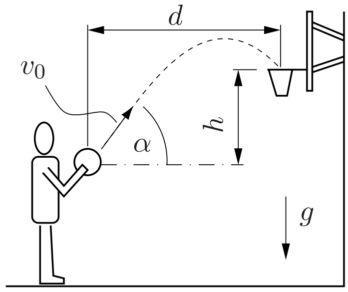
(a) die Winkelgeschwindigkeit $\underline{\omega}_3$ des Rades $\boxed{3}$,

(b) die Geschwindigkeit des Stifts $\underline{v}_P^{\boxed{3}}$ und die Geschwindigkeit der Hülse beim Stift, also $\underline{v}_P^{\boxed{2}}$, und daraus die Winkelgeschwindigkeit $\underline{\omega}_2$ der Hülse. Tipp: In Richtung $\underline{n}$ nimmt der Stift die Hülse mit, so dass die Geschwindigkeitskomponenten in dieser Richtung übereinstimmen.

(c) die Relativgeschwindigkeit v_{rel} zwischen Stift und Hülse.

2 Dynamik

34. Ein mechanischer Basketballspieler wirft den Ball immer unter dem Winkel α ab. Der Luftwiderstand sei vernachlässigbar.

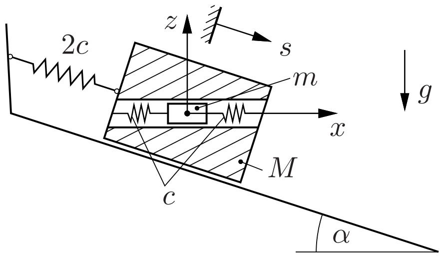


   (a) Wie groß muß die Abwurfgeschwindigkeit sein, damit der Ball den Korb trifft?

   (b) Ab welcher minimalen Entfernung d von dem Korb hat der Basketballspieler keine Möglichkeit mehr einen gültigen Korb zu erzielen (der Ball muss von oben durch den Korb)?

   Geg.: α, h, d, g

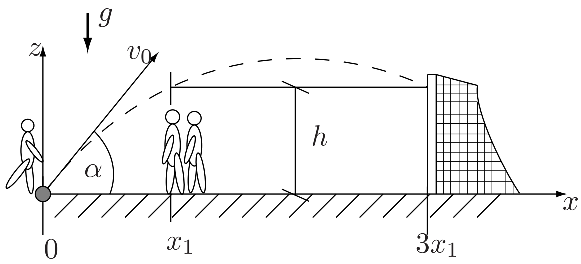
35. Auf einer schiefen Ebene bewegt sich reibungsfrei ein Körper der Masse M, Bewegungskoordinate s, infolge der Schwerkraft abwärts. In einer radialen Bohrung ist ein Zylinder der Masse m, der Relativkoordinate x, elastisch angeordnet, der sich ebenfalls reibungsfrei bewegen kann. Für die entspannte Lage der Federn gilt $s = 0$ und $x = 0$. Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen für die Koordinaten s und x.



   Geg.: m, M, c, α, g

   Literatur: [5, S. 38-41, S. 72-76]

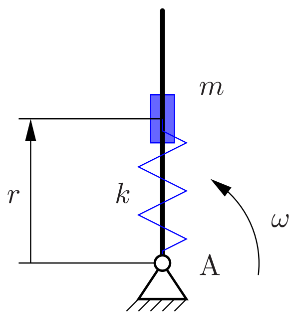
36. In einem Fussballspiel wird ein Freistoß gegeben. Der Freistoßschütze möchte den Ball so treten, dass dieser bei der Mauer, an der Stelle x_1, und bei der Torlinie, an der Stelle $3x_1$, die Höhe h hat.
   Berechnen Sie bei Vernachlässigung des Luftwiderstandes den notwendigen Antrittswinkel α, sowie die notwendige Anfangsgeschwindigkeit v_0 des Balls.



   Geg.: g, x_1, h, $\cos^2\alpha = \frac{1}{\tan^2\alpha+1}$

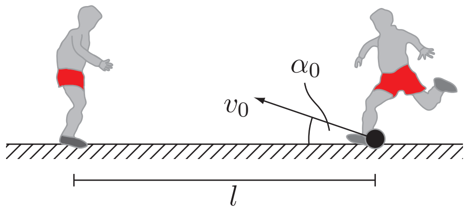
   Literatur: [6, S. 154]

37. Die abgebildete starre Stange dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω. Ein Körper (Masse m) gleitet reibungsfrei auf der Stange. Der Körper ist zusätzlich durch eine Feder (Steifigkeit k) an das Lager A gekoppelt. Die entspannte Länge der Feder sei 0.



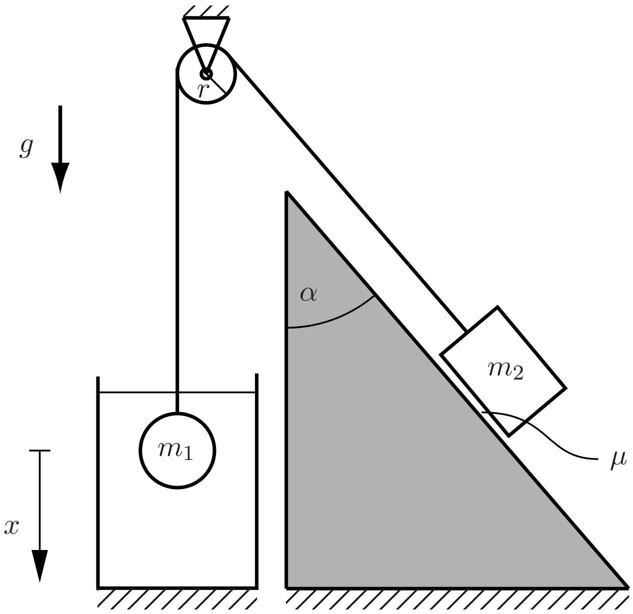
   Bestimmen Sie die Kräfte, die auf den Körper durch die Feder und die Stange ausgeübt werden.

38. Ein Fußballspieler spielt den Ball (Masse m) mit der Geschwindigkeit v_0 unter dem Winkel α_0 zur Horizontalen ab. Es herrscht die Erdbeschleunigung g. Während des Fluges wirkt eine Widerstandskraft $\underline{F}_W = k\underline{v}$ entgegen der Richtung der Geschwindigkeit auf den Ball. Man bestimme die Geschwindigkeitskomponenten in Abhängigkeit von der Zeit. Wie groß ist Horizontalkomponente, wenn der Ball beim Mitspieler (Abstand l) ist?



Geg.: v_0, α_0, k, g

39. Bestimmen Sie für das skizzierte System mit den **Newtonschen Gesetzen** die Lage der Kugel zu einem beliebigen Zeitpunkt t.
Annahmen:



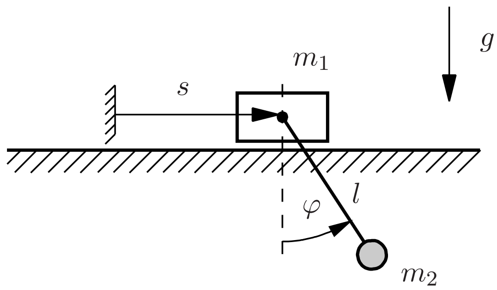
- Das Seil und die Umlenkrolle seien masselos und nicht dehnbar.
- Der Strömungswiderstand der Kugel sei proportional zur Geschwindigkeit mit dem Widerstandskoeffizienten k.
- Der Reibbeiwert zwischen dem Körper m_2 und seiner Unterlage ist μ.
- Der hydrostatische Auftrieb der Kugel sei vernachlässigbar.
- Zur Zeit $t = 0$ ruhe das System bei $x = 0$. Danach sinkt die Kugel senkrecht nach unten.

Geg.: m_1, m_2, k, μ, α, g

Hinweis: *Kürzen Sie die Koeffizienten der Differentialgleichung ab, um sich Schreibarbeit zu sparen.*

40. Die Aufhängevorrichtung (Masse m_1) eines ebenen Pendels mit der Länge l und der Pendelmasse m_2 gleitet reibungsfrei auf einer horizontalen Schiene.

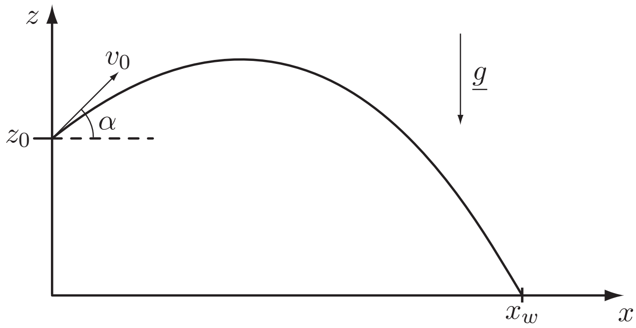
Ermitteln Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen.



Geg.: m_1, m_2, l, g

Literatur: [5, S. 38-41, 72-76]

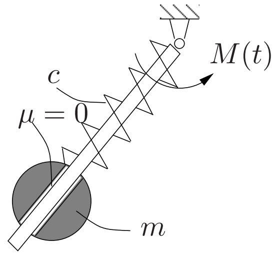
41. Ein Sportler stößt eine Kugel mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 aus einer Anfangshöhe z_0.



Unter welchem Winkel α_{opt} muss die Kugel gestoßen werden, damit sie möglichst weit fliegt, und wie groß ist diese Weite? Wie ändern sich die Ergebnisse, wenn man von einer Anfangshöhe $z_0 = 0$ ausgeht?

Geg.: $z_0 = 2,0\,m$, $v_0 = 13,0\,\frac{m}{s}$

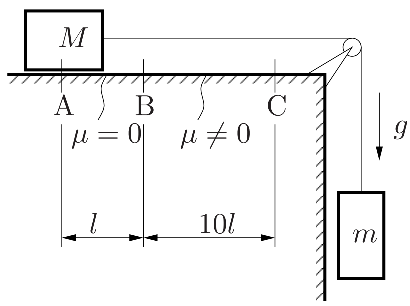
42. Auf einer als starr und masselos anzusehenden Stange kann die Masse m, die mittels einer idealen Feder mit dem Drehpunkt verbunden ist, reibungsfrei gleiten. Es sei l_0 die Federlänge im spannungslosen Zustand. Ein Antrieb im Drehpunkt der Stange regt mit dem Moment $M(t) = M_0 \sin \Omega t$ das System zum Schwingen an.



Stelle die Bewegungsdifferentialgleichung auf! Berücksichtige die Schwerkraft.

Geg.: m, l_0, M_0, Ω, g, c

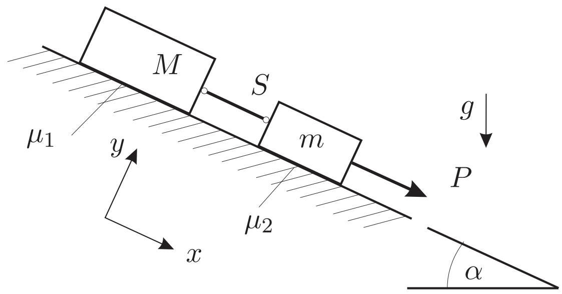
43. Zwei Massen M und m sind über ein Seil miteinander verbunden. Zum Zeitpunkt ($t = 0$) besitzt das System die Anfangsgeschwindigkeit $v = 0$. Der Klotz M gleitet von A nach B reibungsfrei. Von B nach C herrscht der Reibungskoeffizient μ. Wie groß muß μ sein, damit der Klotz genau an der Stelle C zum Halten kommt?



Geg.: l, $M = 2m$, m, μ, g

Literatur: [5, S. 32-47, 72-76]

44. Zwei Massen M und m mit den Reibungskoeffizienten μ_1 bzw. μ_2 gegenüber der rauen Unterlage sind durch einen masselosen starren Stab verbunden und gleiten eine schiefe Ebene hinab. An der Masse m greift zusätzlich noch eine Kraft P an.



Geg.: M, m, P, g, μ_1, μ_2, α

Lösen Sie folgende Teilaufgaben mit Hilfe der **Newtonschen Axiome**!

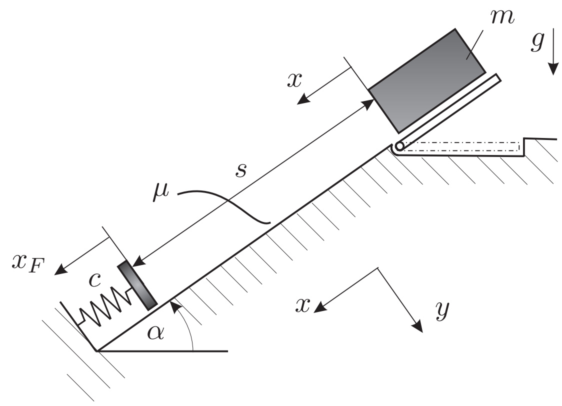
(a) Machen Sie eine Freischnittskizze und bestimmen Sie die Stabkraft S! Wie groß ist die Beschleunigung des Systems?

(b) Wie groß ist die Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom zurückgelegten Weg, wenn die Kraft $P = 0$, die Reibungskoeffizienten $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ sind und die Massen mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 hinabgestoßen wurden?

(c) Nach welcher Strecke kommen die Massen zur Ruhe? Unter welchen Umständen ist dies möglich?

45. In einer Förderanlage befindet sich eine Rampe, auf der die zu befördenden Kisten (Masse m) herunterrutschen. Am Ende der Gleitstrecke werden sie durch einen elastischen Anschlag (Federkonstante c) abgebremst. Zwischen Kiste und der Rampe wird Coulombsche Reibung mit dem Reibungsbeiwert μ angenommen.

    Geg.: m, g, s, c, μ, α

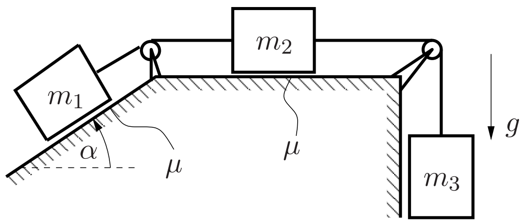


    (a) Welche Zeit t_0 benötigt die Kiste bis zum Berühren des Anschlages und welche Geschwindigkeit v_0 hat sie dabei, wenn sie aus der Ruhelage bei $x = 0$ freigegeben wird?

    (b) Wie groß ist der Federweg x_{Fmax}, der zum Abbremsen der Kiste auf die Geschwindigkeit Null notwendig ist? Die Masse des elastischen Anschlags soll vernachlässigt werden. (Hinweis: Benutzen Sie die Trennung der Variablen!)

46. Drei gleiche Massen $m_1 = m_2 = m_3 = m$ sind mit Seilen über masselose Rollen verbunden. Man bestimme die Bewegungsgleichungen für den Fall, daß sich m_3 nach unten bewegt!

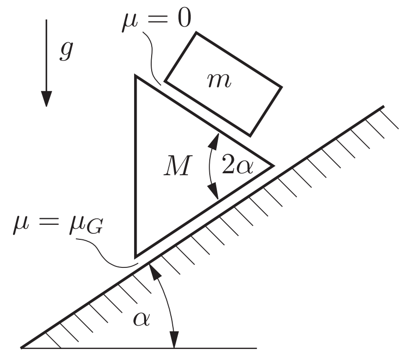
    Geg: α, μ, g, m



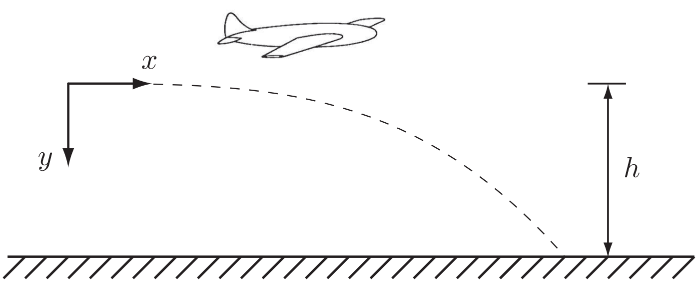
47. In dem skizzierten System gleitet die Masse M die Rampe hinab. Auf M bewegt sich reibungsfrei eine zweite Masse m.

    Gesucht ist die Beschleunigung von M.

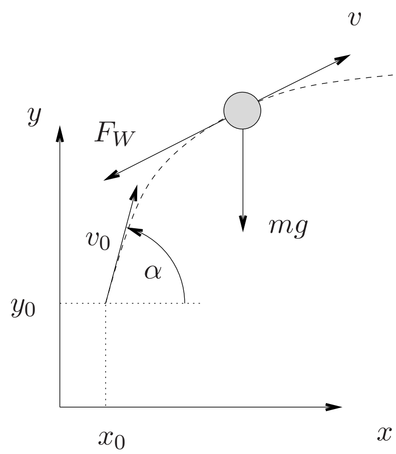
    Geg.: M, m, μ_G, α, g



48. Aus einem Rosinenbomber, der in der Höhe h mit der Geschwindigkeit v_0 fliegt, wird ein Sack Kohlen abgeworfen. Wo muss der Sack bei vernachlässigbarem Luftwiderstand abgeworfen werden, damit es ein bestimmtes Ziel erreicht?

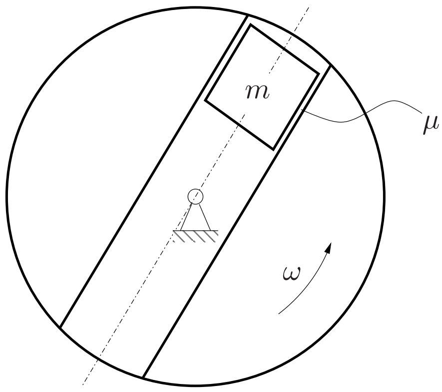


49. Wie lautet die Gleichung der Bahnkurve einer Masse m, die im Schwerefeld der Erde zum Zeitpunkt $t = 0$ mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 unter dem Winkel α bei (x_0, y_0) abgeworfen wird? Berücksichtigen Sie den Luftwiderstand nach dem Gesetz $\underline{F}_W = -k\underline{v}$ mit $k \geq 0$!



Literatur: [5, S. 32-47]

50. Auf der skizzierten Scheibe, die mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω rotiert, gleitet die Masse m in einer diametralen Führung. Zwischen der Masse m und ihrer Führung herrscht der Reibkoeffizient μ. Die Scheibe liegt in einer horizontalen Ebene, d. h. die Gewichtskraft wirkt in Richtung der Drehachse.

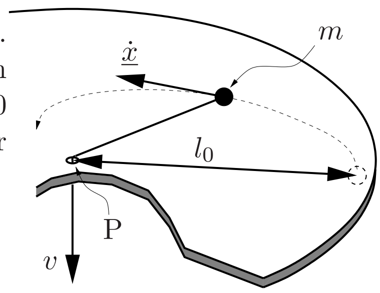


Zum Zeitpunkt $t = 0$ hat die Masse m keine Relativgeschwindigkeit zur Scheibe und den Abstand r_0 von der Drehachse der Scheibe. Stellen Sie für diese Annahmen die Bewegungsdifferentialgleichung für die Masse m auf!

Geg.: m, r_0, ω, μ

Literatur: [5, S. 32-41]

51. Eine Punktmasse m gleitet reibungsfrei auf einer Ebene. Sie ist an einem Seil befestigt, das mit der konstanten Geschwindigkeit v zum Punkt P gezogen wird. Zur Zeit $t = 0$ beträgt die Umfangskomponente der Geschwindigkeit der Punktmasse $\omega_0 l_0$ und ihr Abstand zum Punkt P l_0.



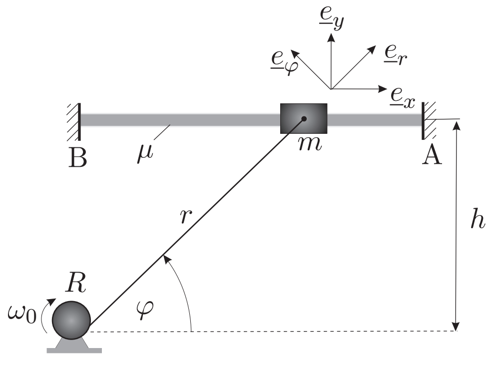
Bestimmen Sie die Seilkraft.

Geg.: m, v, l_0, ω_0

52. Ein Gleitklotz der Masse m wird mittels eines Seils auf einer horizontalen starren Schiene AB entlanggezogen. Die Seilrolle mit dem Radius R rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_0. Das Seil soll als masselos und nicht dehnbar angenommen werden. Der Reibungskoeffizient zwischen dem Klotz und der Schiene ist μ.

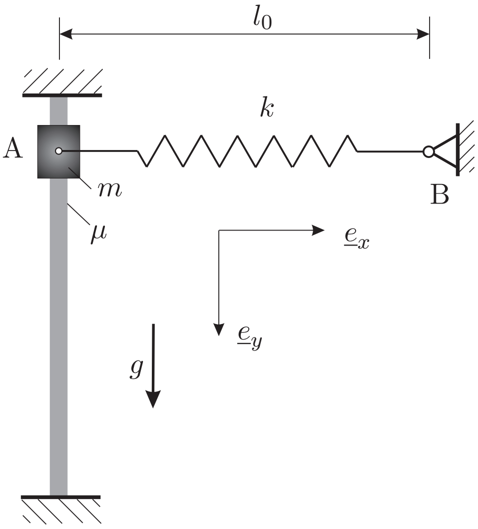
    (a) Zeigen Sie, dass die Beschleunigung des Gleitklotzes
    $$\ddot{x} = -\frac{R^2\omega_0^2}{h}\tan^3\varphi$$
    beträgt.

    (b) Berechnen Sie nun die Seilkraft F_s als Funktion des Winkels φ. Die Gewichtskraft des Klotzes ist zu vernachlässigen.



    Geg.: m, h, $R \ll r$, ω_0, μ, φ

53. Ein Gleitklotz der Masse m gleitet entlang einer vertikalen Führungsstange und ist an einer Feder mit der Steifigkeit k und der ungedehnten Länge l_0 besfestigt. Der Gleitklotz wird aus der Ruhelage in A losgelassen. Der Reibungskoeffizient zwischen dem Klotz und der Schiene ist μ.

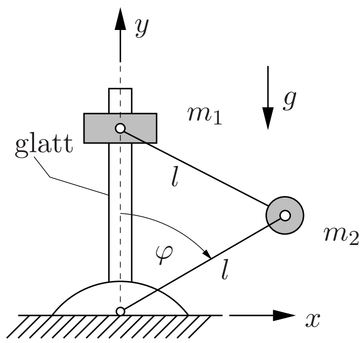


    (a) Wie viele Freiheitsgrade hat das System? Begründen Sie Ihre Antwort.

    (b) Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für die Masse m auf.

    Geg.: g, m, k, μ, l_0

54. Ein Körper (Masse m_1) gleitet reibungsfrei in vertikaler Richtung und ist über eine masselose Stange (Länge l) mit einer Punktmasse m_2 gelenkig verbunden. Die Punktmasse ist über eine weitere Stange (Länge l) gelenkig an die Umgebung gekoppelt.



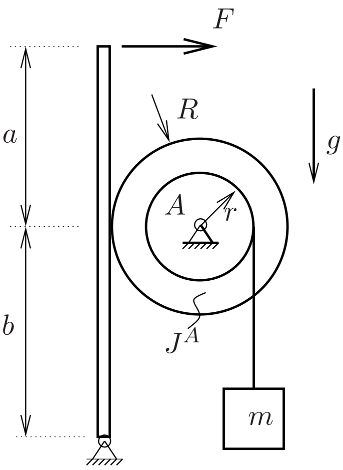
    (a) Wieviele Freiheitsgrade hat das System?

    (b) Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für das System.

    Geg.: l, g, m_1, m_2

    Literatur: [5, S. 38-41, S. 72-76]

55. Mittels einer Seiltrommel wird eine an einem idealen Seil befestigte Masse m abwärts befördert. Beim Erreichen der Geschwindigkeit v_0 wird die Rolle durch einen starren Hebel abgebremst, indem der Hebel gegen die rotierende Scheibe gedrückt wird. Es sei μ der Gleitreibungskoeffizient und μ_0 der Grenzhaftungskoeffizient zwischen dem Hebel und der Scheibe.



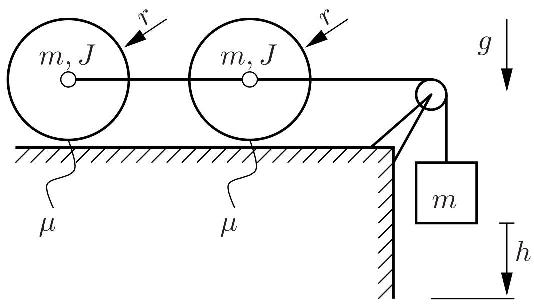
(a) Man bestimme die Kraft F so, daß das System in einer vorgegebenen Zeit T nach Eingreifen der Bremse zum Stillstand kommt.

(b) Welche Strecke legt die Masse m während des Bremsvorgangs zurück?

(c) Mit welcher Mindestkraft muß an dem Hebel gezogen werden, um das System im Gleichgewicht zu halten, nachdem es zur Ruhe gekommen ist?

Geg.: a, b, g, r, R, m, v_0, T, J^A, μ, μ_0

56. Zwei über Seile verbundene Räder werden mit einem angehängten Gewicht beschleunigt. Seile und Umlenkrolle seien masselos, die Seile undehnbar und immer straff. Die Räder stehen am Beginn der Bewegung still und rutschen danach immer (kein reines Rollen).



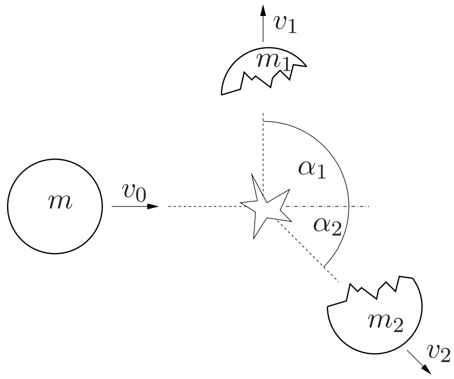
Geg.: m, J, μ, r, h, g

(a) Geben Sie die Beschleunigung der Massenmittelpunkte der Räder als Funktion der Zeit an.

(b) Geben Sie die Winkelgeschwindigkeit des linken und des rechten Rades zu dem Zeitpunkt an, an dem sich das Gewicht um die Höhe h aus der Ruhelage abgesenkt hat.

(c) Welche Werte darf der Reibbeiwert μ annehmen, damit die Annahme erfüllt ist, daß die Räder immer rutschen?

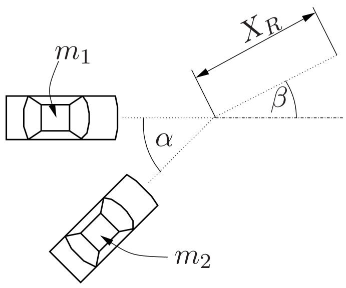
57. Eine Kugel der Masse m fliegt mit einer Geschwindigkeit v_0. Sie explodiert in zwei Teile. Die Einzelteile haben die Massen m_1 bzw. m_2. Sie fliegen mit den Geschwindigkeiten v_1 bzw. v_2 unter den Winkeln α_1 bzw. α_2 zur ursprünglichen Flugrichtung auseinander.



Die Richtungen α_1 und α_2 sowie die Geschwindigkeit v_1 des einen Teils unmittelbar nach der Explosion werden gemessen. Bestimmen Sie die Massen der Teile und die nicht gemessene Geschwindigkeit v_2!

Geg.: m, v_0, $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$, α_2, v_1

58. Zwei Autos stoßen unter einem Winkel α zusammen und rutschen ineinander verkeilt (ohne Rotation) nach dem Zusammenstoß mit blockierten Rädern eine Strecke X_R, bis sie zum Stillstand kommen.



Geg.:

- Massen und Geschwindigkeitsbeträge der Autos vor dem Zusammenstoß: m_1, v_1, m_2 und v_2
- Reibbeiwert beim Rutschen μ
- Winkel vor dem Stoß α

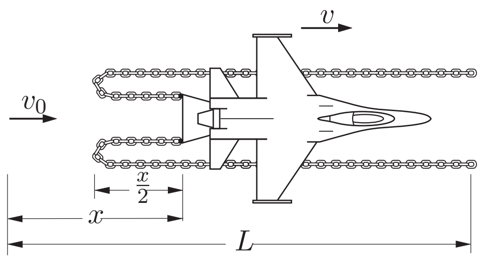
(a) In welche Richtung rutschen die Autos nach dem Zusammenstoß?

(b) Wie lang ist die Rutschstrecke X_R?

(c) Ein Golf $m_1 = 1000$kg und ein Mercedes $m_2 = 2000$kg stoßen unter $\alpha = 45°$ zusammen. Der Golf hat seine Bewegungsrichtung beim Zusammenprall um $\beta = 30°$ geändert. Aus der Rutschstrecke konnte die Geschwindigkeit der ineinander verkeilten Autos unmittelbar nach dem Zusammenstoß bestimmt werden, sie betrug $20\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Wie schnell waren die Autos vor dem Zusammenstoß?

59. Bei sehr kurzen Landebahnen (z.B. auf Flugzeugträgern) werden Kettensysteme eingesetzt, um landende Flugzeuge abzubremsen. Um einen Eindruck von den Vorgängen beim Landen zu erhalten, sollen die folgenden einfachen Berechnungen durchgeführt werden.

Das dargestellte Flugzeug habe die Masse m_F und beim Einklinken der Ketten die Geschwindigkeit v_0. Beide Ketten haben die Länge L und die Masse pro Einheitslänge μ. Es werde angenommen, dass die einzelnen Kettenglieder schlagartig aus dem Ruhezustand in den bewegten Zustand mit der Geschwindigkeit v übergehen. Reibung und Effekte senkrecht zur Zeichenebene werden vernachlässigt.



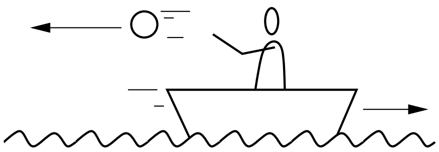
(a) Bestimmen Sie die Beziehung zwischen Weg x und Geschwindigkeit v für das landende Flugzeug. Welche Geschwindigkeit v_E hat das Flugzeug in dem Moment, in dem das letzte dargestellte Glied der beiden Ketten bewegt wird?

(b) Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf von Geschwindigkeit v und Weg x.

Literatur: [5, S. 76-79, S. 96-102]

60. Aus einem anfänglich ruhenden Boot werden zwei schwere Steine horizontal nach hinten geworfen. Das Boot hat die Gesamtmasse m_0 (einschließlich der Steine), die Steine haben die Massen m_1 und m_2. Die Reibung des Bootes soll vernachlässigt werden. Die Abwurfgeschwindigkeit (relativ zum Boot) sei w.

Wie groß ist die Geschwindigkeit des Bootes nach dem Abwerfen, wenn

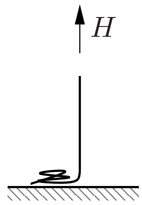


(a) die beiden Steine gleichzeitig, bzw.

(b) zuerst die Masse m_1 und dann die Masse m_2

geworfen werden?

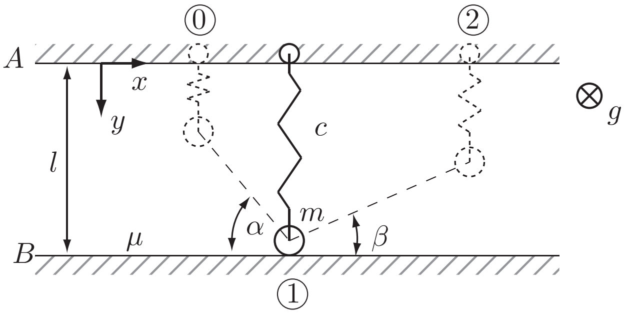
Geg.: m_0, m_1, m_2, w



61. Ein Seil der Länge L mit der Masse M liegt auf dem Boden. Nun soll es an einem Ende hochgezogen werden. Welche Kraft H ist nötig, um dieses Ende mit der konstanten Beschleunigung a nach oben zu heben? Es soll angenommen werden, daß das Seil bis zum Boden immer senkrecht hängt.

    Geg.: L, M, a

62. Eine Punktmasse der Masse m stößt mit der Geschwindigkeit v unter dem Winkel α auf eine starre Wand B. Beim Stoß tritt Gleitreibung mit dem Reibungskoeffizient μ auf. Die Punktmasse ist über eine Feder mit der Federkonstante c, die stets in Richtung der y-Achse wirkt, mit der Wand A verbunden. In der Lage $y = l$ ist die Feder spannungslos. Die Führung entlang der Wand A sei ohne Verlust.

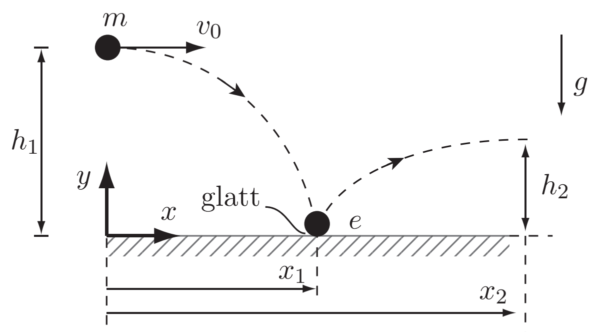


    (a) Tragen Sie alle auftretenden Kräfte an der zum Stoßzeitpunkt freigeschnittenen Punktmasse an. Bestimmen Sie dann unter Zuhilfenahme des Impulssatzes und der Stoßzahlgleichung die Geschwindigkeitskomponenten v_x^+ und v_y^+ unmittelbar nach dem Stoß.

    (b) Bestimmen Sie über den Energiesatz die Stoßzahl e unter der Maßgabe, dass gerade kein weiterer Stoß an der Wand A auftreten soll.

    Geg.: m, v, μ, c, l

63. Ein Tischtennisball (Punktmasse, Masse m) wird zum Zeitpunkt $t = 0$ mit der Geschwindigkeit v_0 in der Höhe h_1 horizontal abgeschossen. Im Abstand x_1 trifft er auf die starre unverschiebbare Tischtennisplatte. Der Stoß ist ein realer mit Stoßzahl e; die Oberfläche der Tischtennisplatte ist glatt. Im Abstand x_2 erreicht der Ball danach den höchsten Punkt $y = h_2$ seiner weiteren Flugbahn.



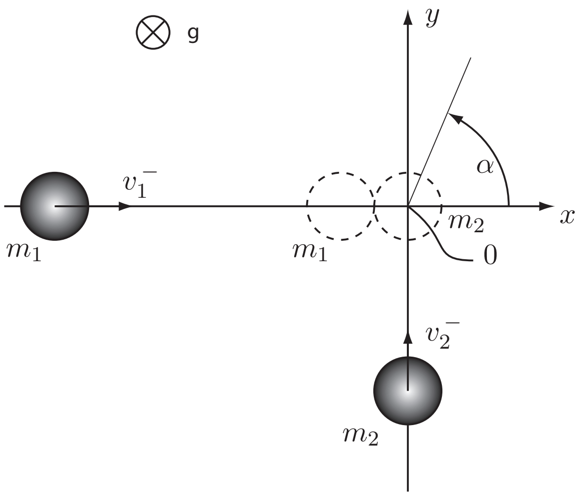
    (a) Bestimmen Sie x_1.

    (b) Berechnen Sie die Geschwindigkeiten v_x^-,v_y^- unmittelbar vor dem Stoß, sowie v_x^+, v_y^+ unmittelbar nach dem Stoß.

    (c) Bestimmen Sie die Höhe h_2.

    Geg.: m, g, e, h_1, v_0

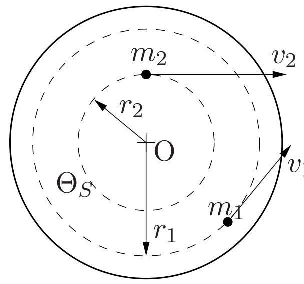
64. Zwei Kugeln verschiedener Masse m_1 und m_2 und den Geschwindigkeiten v_1^- und v_2^- stoßen wie in der Skizze angegeben zentral zusammen. Alle Vorgänge verlaufen reibungsfrei und der Stoß ist außerdem vollelastisch.



   (a) Geben Sie die Geschwindigkeiten $\underline{v}_1^-$ und $\underline{v}_2^-$ der Kugeln vor dem Stoß im kartesischen Koordinatensystem an.
   (b) Berechnen Sie die Geschwindigkeiten $\underline{v}_1^+$ und $\underline{v}_2^+$ der Kugeln nach dem Stoß.
   (c) Wie muss das Massenverhältnis $\frac{m_1}{m_2}$ gewählt werden, damit sich die Kugel mit der Masse m_2 nach dem Stoß unter dem Winkel $\alpha = 45°$ weiterbewegt, wenn die Geschwindigkeiten vor dem Stoß betragsmäßig gleich sind ($v_1^- = v_2^-$)?

   Geg.: m_1, m_2, v_1^-, v_2^-

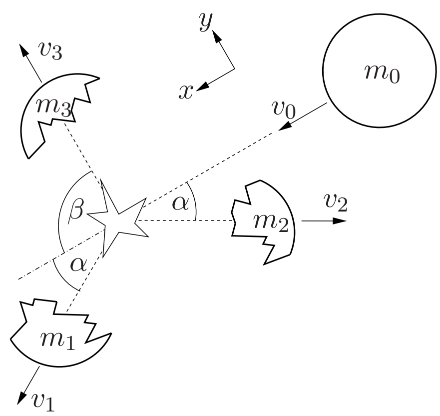
65. Zwei Personen mit den Massen m_1 und m_2 laufen auf einer Scheibe mit Massenträgheitsmoment Θ_S längs zweier konzentrischer Kreise mit den Bahngeschwindigkeiten v_1 und v_2. Die Scheibe ist dabei in Ruhe.



   Mit welcher Winkelgeschwindigkeit rotiert die reibungsfrei und zentrisch gelagerte Scheibe, wenn beide Personen plötzlich stehenbleiben?

   Geg.: m_1, m_2, $\Theta_O = \Theta_S$, r_1, r_2, v_1, v_2

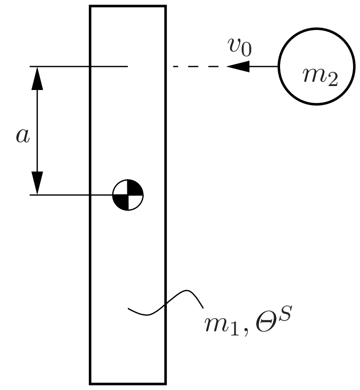
66. Eine Kugel fliegt mit einer Geschwindigkeit v_0. Zum Zeitpunkt $t = t_0$ zerplatzt sie in drei Teile. Alle Geschwindigkeitsvektoren liegen in einer Ebene. Deren Draufsicht ist anbei skizziert.



   Geg.: m_0, $\alpha = \frac{\pi}{6}$, $\beta = \frac{\pi}{2}$, v_0, $v_1 = 2\sqrt{3}v_0$, $v_2 = \frac{4}{3}\sqrt{3}v_0$, $v_3 = \frac{8}{3}\sqrt{3}v_0$

   (a) Bestimmen Sie die Massen der drei Teile.
   (b) Wieviel mechanische Energie hat das gesamte System beim Zerplatzen insgesamt aufgenommen, wenn $m_0 = 6\,\mathrm{g}$ (sechs Gramm) und $v_0 = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$?

67. Eine Kugel (m_2) stößt mit der Geschwindigkeit v_0 gegen einen frei beweglichen ruhenden Klotz (m_1, Θ^S). Nach dem Stoß ist die Geschwindigkeit der Kugel null.



   (a) Wie groß sind die Winkelgeschwindigkeit ω des Klotzes und die Geschwindigkeit seines Schwerpunkts $v_{S,n}$ nach dem Stoß? (Der Stoß kann <u>nicht</u> als ideal elastisch angenommen werden.)

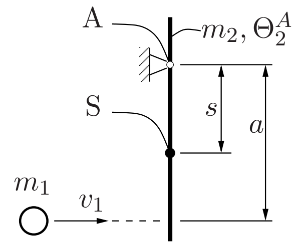
   (b) Berechnen Sie für den Fall eines ideal elastischen Stoßes und $\Theta^S = \frac{1}{2}m_1a^2$ das Verhältnis der Massen m_1/m_2!

   Geg.: m_1, m_2, Θ^S, a, v_0

68. Eine Masse m_1 trifft mit einem elastischen Stoß auf ein Pendel. (m_2, Θ_2^A, Schwerpunkt S)

   (a) Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit des Pendels nach dem Stoß. (geg.: a)

   (b) Bestimmen Sie die Länge a so, daß im Lager A keine Kräfte infolge des Stoßes auftreten.



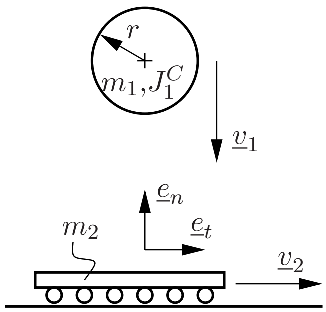
   Geg.: m_1, v_1, m_2, Θ_2^A, s

   Literatur: Exzentrischer Stoß: [5, Abschnitt 3.3.3] S. 145ff

69. Eine sich mit $\underline{v}_1$ bewegende Kugel trifft auf eine sich mit $\underline{v}_2$ bewegende Unterlage.

   Ermittle die Winkelgeschwindigkeit Ω der Kugel nach dem in tangentialer Richtung elastischen Stoß.

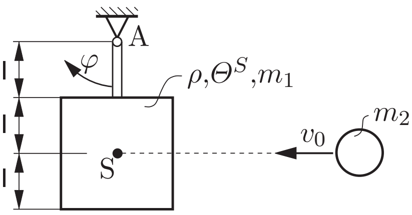
   Geg.: m_1, J_1^C, r, m_2, $\underline{v}_1 = -v_1\underline{e}_n$, $\underline{v}_2 = v_2\underline{e}_t$,



70. Eine Kugel der Masse m_2 stößt mittig gegen einen ruhenden homogenen Würfel mit der Dichte ρ, der an einem als masselos anzusehenden Stab befestigt ist.

   (a) Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit des Würfels unmittelbar nach dem Aufprall. Der Stoß sei ideal elastisch. Θ^S und m_1 sind als bekannt anzunehmen.

   Geg.: l, v_0, Θ^S, m_1, m_2



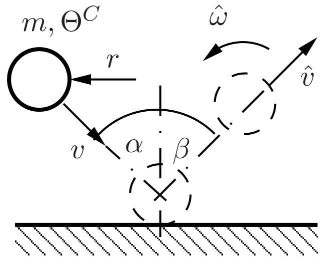
   (b) Leiten Sie das Massenträgheitsmoment Θ^S des Würfels um seinen Schwerpunkt aus der allgemeinen Formel für das Massenträgheitsmoment eines beliebig geformten starren Körpers ab.

   Geg.: ρ, l

71. Eine Kugel der Masse m und des Radius r trifft mit der Geschwindigkeit v unter einem Winkel α auf eine starre Platte.

Bestimme die Geschwindigkeiten $\hat{v}$ und $\hat{\omega}$ sowie den Winkel β nach dem Stoß unter den folgenden vereinfachenden Annahmen:

Der Stoß senkrecht zur Wand sei ideal elastisch.

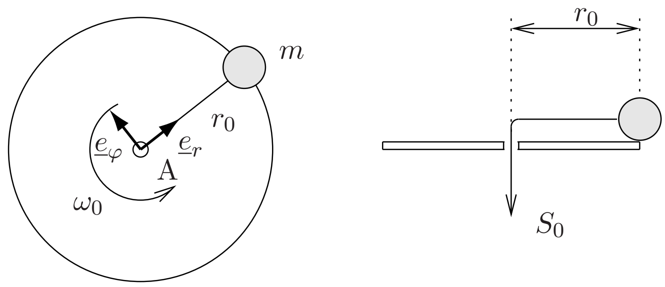


(a) Der Stoß tangential zur Wand sei ideal elastisch.
(b) Der Stoß tangential zur Wand sei voll plastisch.
(c) Die Kugel gleitet an der Wand ohne Reibung (kein Stoß in tangentialer Richtung).

Geg.: m, Θ^C, r, v, α

Literatur: Zum zentrischen Stoß siehe [5] Abschnitt 2.5 (S. 86ff). In [5, Abschnitt 3.3.3] wird der exzentrische Stoß und auf S. 149ff der Fall des rein plastischen Tangentialstoßes behandelt.

72. Eine Masse m, die von einem Faden gehalten wird, bewegt sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω_0 auf einer glatten Ebene mit dem Abstand r_0 von einem Loch A. Die Masse hängt an einem Faden, der durch das Loch geführt ist und mit der Kraft S_0 gehalten wird.

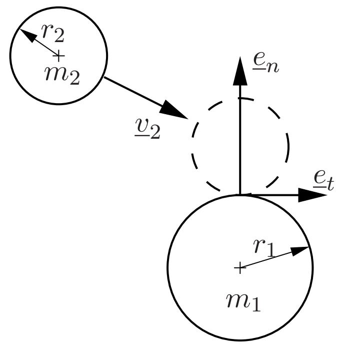


(a) Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit ω_1, wenn der Faden so weit angezogen wird, dass sich die Masse anschließend im Abstand r_1 bewegt?
(b) Wie ändert sich hierbei die Fadenkraft?

Geg.: ω_0, r_0, r_1, S_0

Literatur: [5, Abschnitt 2.3 Momentensatz, S. 80], zur Fadenkraft siehe Abschnitt 1.14 Ebene Bewegung, Polarkoordinaten, S. 20 [5]

73. Zwei Kugeln treffen wie skizziert aufeinander. Vor dem Stoß ist die Masse m_1 in Ruhe und m_2 bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\underline{v}_2$, beide Kugeln drehen sich nicht.



Berechnen Sie die Geschwindigkeiten der Kugeln nach dem Stoß unter der Annahme, daß dieser ideal elastisch ist und nur eine Normalkomponente besitzt („glatte" Kugeln).

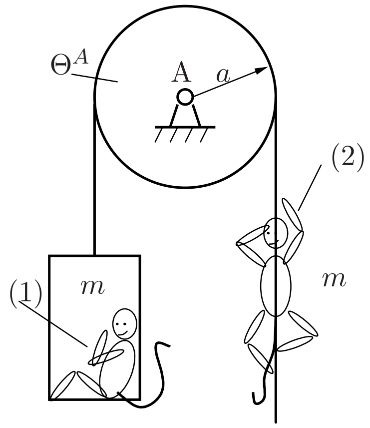
Geg.: m_1, m_2, $\underline{v}_2$, r_1, r_2

Literatur: Zentrischer Stoß: [5] Abschnitt 2.5 (S. 86ff).

74. An einem Einde eines über eine Rolle geführten Seiles sitzt ein Affe (1) ruhig. Ein gleich schwerer Affe (2) klettert mit der Relativgeschwindigkeit $u =$ konst. an dem anderen Seilende empor.

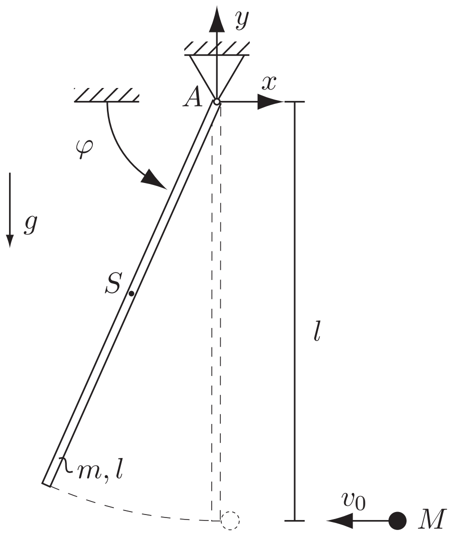
    Das Lager A sei reibungslos, dann bleibt für das Gesamtsystem das Impulsmoment erhalten. Bestimmen Sie die Absolutgeschwindigkeiten beider Affen und die kinetische Energie des Systems.

    Geg.: u, Masse eines Affen m, Trägheitsmoment Θ^A und Radius a der Rolle



Literatur: [5] Abschnitt 2.2 Schwerpunktsatz S.76ff, Abschnitt 2.3 Momentensatz S.80ff

75. Ein dünner homogener Stab mit Masse m und Länge l ist im Punkt A reibungsfrei drehbar aufgehängt. Er wird aus der Lage $\varphi = 0$ ohne Anfangsgeschwindigkeit losgelassen.
    In der Lage $\varphi = \frac{\pi}{2}$ wird er von einer Punktmasse M die sich horizontal mit der Geschwindigkeit v_0 bewegt an seinem Ende getroffen. Die Punktmasse bleibt im Pendelkörper stecken.



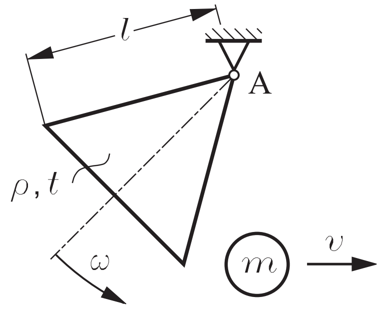
   (a) Berechnen Sie $\omega^- = \dot{\varphi}(\varphi = \frac{\pi}{2})$ des Pendelkörpers unmittelbar vor dem Stoß.

   (b) Berechnen Sie $\omega^+ = \dot{\varphi}(\varphi = \frac{\pi}{2})$ des Pendelkörpers mit der Punktmasse M unmittelbar nach dem Stoß.

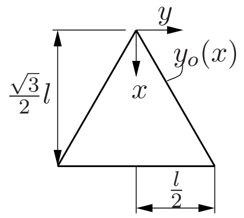
   (c) Nehmen Sie an, der Pendelkörper mit der Punktmasse schlägt zurück ($\omega^+ < 0$). Welche Bedingung muss gelten damit dieser Fall eintritt? Wie groß ist dann die minimale Auslenkung $\hat{\varphi}$ des Pendels nach dem Stoß? Dabei muss der in Aufgabenteil (b) bestimmte Wert für ω^+ **nicht** eingesetzt werden.

   Geg.: M, m, l, g, v_0

76. Eine dünne homogene gleichseitige Dreiecksscheibe der Dicke t stößt mit der Spitze gegen eine ruhende Kugel. Die Kugel fliegt genau in senkrechter Richtung zur vorderen Kante der Scheibe weg. Der Stoß sei ideal elastisch.



Hinweis: $y_o(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}x$



(a) Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment der Scheibe um ihr Lager A!

(b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Kugel unmittelbar nach dem Stoß!

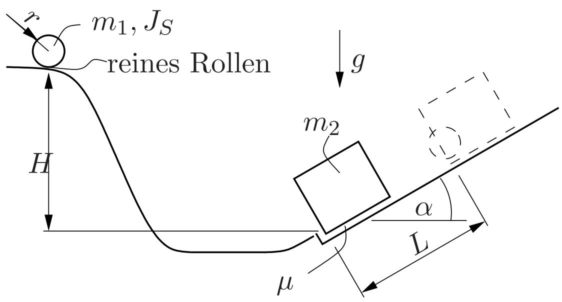
Geg.: l, t, ρ, m, ω_0, $v_0 = 0$

77. Eine Kugel der Masse m_1 rollt aus der Höhe H herab gegen einen Kasten (Leermasse m_2) und bleibt darin stecken. Durch den Aufprall rutscht der Kasten eine schiefe Ebene hinauf. Zu Beginn waren Kugel und Kasten in Ruhe.

(a) Berechnen Sie mit dem Energieerhaltungssatz die Geschwindigkeit der Kugel beim Auftreffen auf den Kasten!

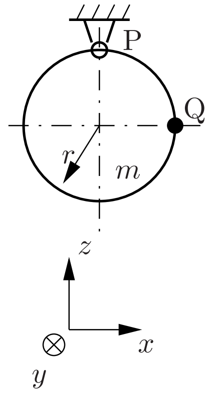
(b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Kastens mit der darin steckenden Kugel unmittelbar nach dem Aufprall (Vernachlässigen Sie das von der Kugel auf den Kasten übertragene Moment)!

(c) Berechnen Sie mit dem Arbeitssatz welche Strecke L der Kasten bis zum Stillstand zurücklegt!



Geg.: m_1, $J_S = \frac{2}{5}m_1r^2$, r, m_2, H, α, μ, g,

78. Eine dünne homogene Scheibe (Radius r, Masse m) ist im Punkt P frei drehbar durch ein Kugelgelenk gelagert. Im Punkt Q stößt etwas senkrecht zur Scheibe (in y-Richtung) dagegen. Um welche Achse dreht sich die Scheibe unmittelbar nach dem Aufprall? Bearbeite dazu zunächst die folgenden Teilaufgaben!



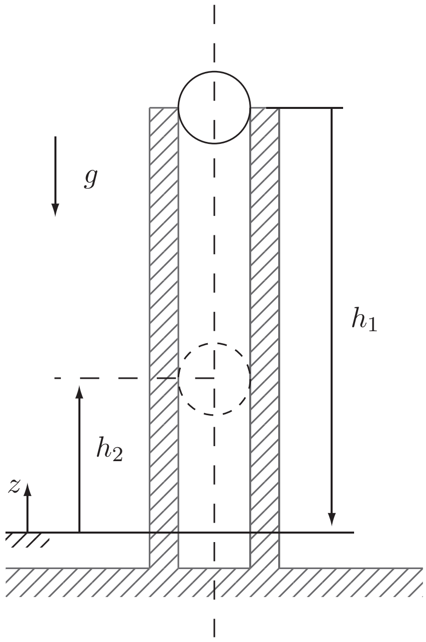
    (a) Berechne den Drehimpuls(-vektor) bezüglich P einer Punktmasse, die senkrecht zur Scheibenebene im Punkt Q gegen die Scheibe stößt vor und nach dem Aufprall (Masse und Geschwindigkeiten seien gegeben).

    (b) Berechne den Massenträgheitsmomententensor der Scheibe bezüglich P.

    (c) Die Drehung der Scheibe um eine beliebige durch P gehende Achse wird durch den Vektor der Winkelgeschwindigkeit $\underline{\omega}$ charakterisiert. Berechne den Drehimpuls(-vektor) der Scheibe bezüglich P bei vorgegebenem $\underline{\omega}$.

    Geg.: r, m

79. In einem Gerät, das zur experimentellen Bestimmung der Stoßzahl e dient, fällt eine Kugel der Masse m_1 aus dem zu erprobenden Material ohne Anfangsgeschwindigkeit von der gegebenen Höhe h_1 im Innern eines vertikalen Rohres auf eine feste Unterlage aus einem zweiten Material ($m_2 \to \infty$).



    (a) Ermitteln Sie die Geschwindigkeit v^-, mit der die Kugel auf die Unterlage trifft.

    (b) Mit welcher Geschwindigkeit v^+ prallt die Kugel von der Unterlage zurück, wenn die Stoßzahl zwischen Kugel und Stoßzahl e beträgt?

    (c) Wie groß ist diese Stoßzahl e, wenn die Kugel anschließend bis zu einer Höhe h_2 ($h_2 < h_1$) aufsteigt?

    Geg.: m_1, h_1, h_2, g

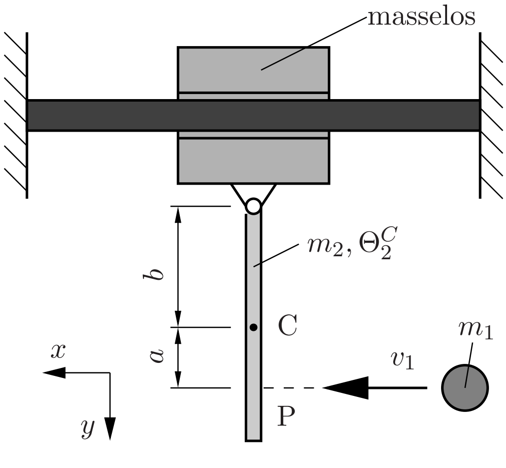
80. Ein Körper der Masse m wird normal zum Schwerefeld der Erde um die Strecke dx bewegt. Zeigen Sie, daß ausgehend vom *Newton*schen Gesetz $F = ma$ für die kinetische Energie

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

folgt, wenn für die Arbeit $dW = F\ dx$ gilt.

81. Ein an einer masselosen Führung drehbar gelagertes Pendel mit der Masse m_2 und dem Massenträgheitsmoment Θ_2 befinden sich zunächst in Ruhe.

Ein Geschoß mit der Masse m_1 und der Geschwindigkeit v_1 trifft im Punkt P auf das Pendel. Der Stoß sei vollplastisch, das Geschoß bleibt im Pendel stecken.



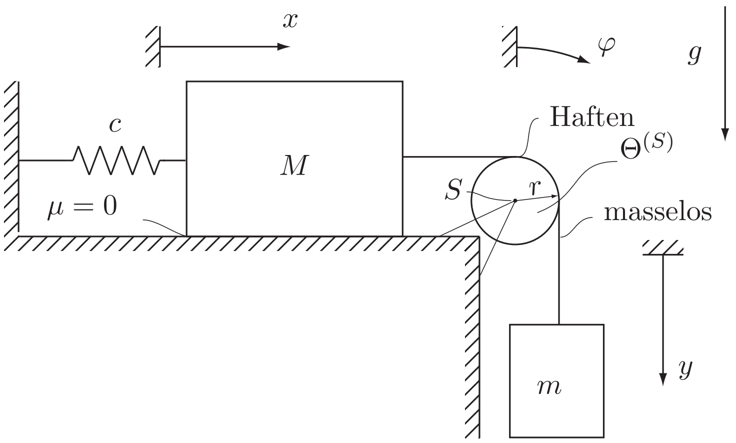
(a) Schreiben Sie die Erhaltungssätze für Impuls und Drehimpuls für den geschilderten Stoß auf.

(b) Bestimmen Sie den Abstand a so, daß das Gelenk, in dem das Pendel gelagert ist, auch nach dem Stoß ruht.

(c) Geben Sie die Winkelgeschwindigkeit $\hat{\omega}$ des Pendels nach dem Stoß sowie den Kraftstoß in P an. Es gelten die Annahmen aus Teil (b).

Geg.: m_1, $\Theta_1^C = 0$, m_2, Θ_2^C, v_1, b; Index ˆ kennzeichnet die Größen nach dem Stoß.

82. Gegeben ist eine Anordnung mit zwei starren Körpern der Massen M, m verbunden mit einem masselosen, undehnbaren Seil, welches über eine Rolle (reibungsfrei drehbar, Radius r, Massenträgheitsmoment $\Theta^{(S)}$) geführt wird und über eine Feder c (entspannt für $x = 0$) mit der Umgebung verbunden ist. Das System setze sich aus der Ruhe heraus von $x, y, \varphi = 0$ in Bewegung.



(a) Bestimmen Sie die Zusammenhänge $\dot{y}(\dot{x})$ und $\dot{\varphi}(\dot{x})$.

(b) Bestimmen Sie $\dot{x}(x)$ mit dem Arbeits- bzw. dem Energiesatz (falls anwendbar).

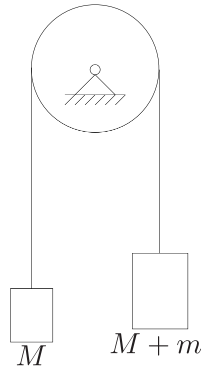
(c) Für welches $x = \hat{x}$ kommt das System wieder zur Ruhe?

Geg.: M, m, $\Theta^{(S)}$, r, c, g

83. Berechnen Sie an der *Atwood*schen Fallmaschine vermittels des Energiesatzes die Geschwindigkeit der zwei Massen in Abhängigkeit der Auslenkung.

Das Seil sei hierbei als masselos und dehnstarr anzusehen, die Scheibe als trägheitslos.

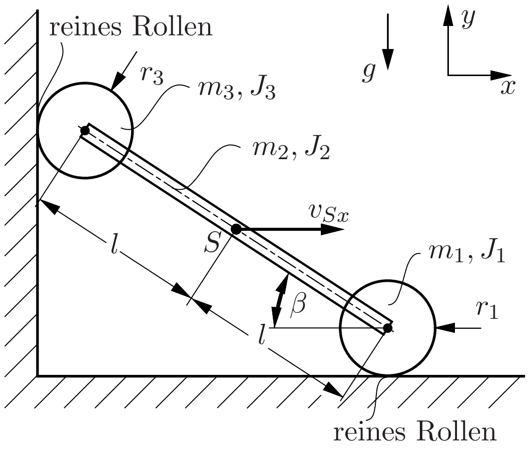
Gegeben: g, M, m.



84. Ein System, bestehend aus einem Balken und zwei Rollen an den Balkenenden, führt eine ebene Bewegung aus. Bekannt ist die waagerechte Geschwindigkeitskomponente v_{sx} des Balkenmittelpunktes und der Stellungswinkel β.

    Bestimmen Sie die kinetische und potentielle Energie des Systems.

    Geg.: l, r_1, r_3, m_1, $J_1 = \frac{m}{2}r_1^2$, m_2, $J_2 = \frac{2}{3}ml^2$, m_3, $J_3 = \frac{m}{2}r_3^2$, v_{Sx}, β

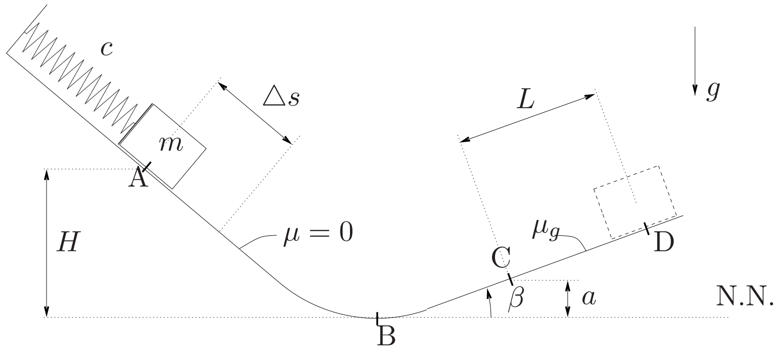


85. Eine Punktmasse m wird am Punkt A durch eine um Δs gespannte Feder abgeschossen. Die Punktmasse läuft reibungsfrei von A über B nach C bis zum Punkt D an dem die Masse stehen bleibt. Ab dem Punkt C herrscht Reibung.

    (a) Wie groß ist die Geschwindigkeit der Punktmasse im Punkt B und C?

    (b) Wie lang ist der Bremsweg L?

    Geg.: $a, \beta = 30°, c, g, H, m, \mu_g = 0.6, \Delta s$.



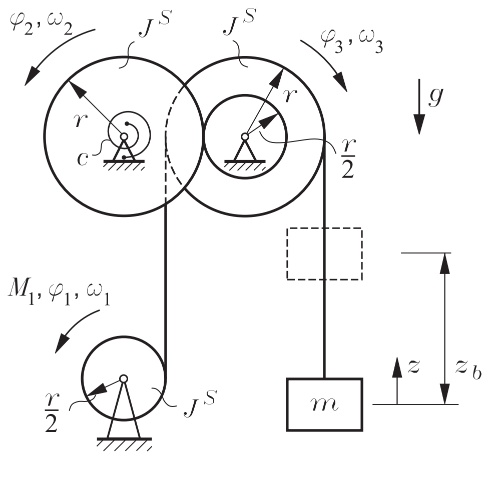
86. Im nebenstehend skizzierten System tritt kein Schlupf auf, die Reibung wird vernachlässigt.

    (a) Das Antriebsmoment sei $M_1 := -M_a$. Bestimmen Sie mit dem Arbeitssatz die Geschwindigkeit $\dot{z}(z)$ der Masse m an jeder beliebigen Stelle z!

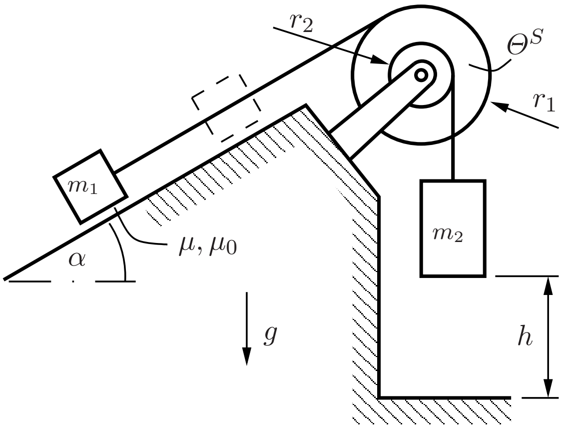
    (b) Bestimmen Sie das Antriebsmoment M_b ($M_1 = -M_b$), bei dem die Masse m maximal die Höhe z_b erreicht!

    (c) Bestimmen Sie durch Ableiten nach der Zeit eine lineare Bewegungsdifferentialgleichung für $z(t)$.

    Geg.: J^S, m, r, c, M_a, z_b, g, $z(0) = \dot{z}(0) = \varphi_1(0) = \varphi_2(0) = \varphi_3(0) = 0$, Drehfeder entspannt bei $\varphi_1 = 0$



87. Zwei Massen sind über eine Rolle miteinander verbunden.



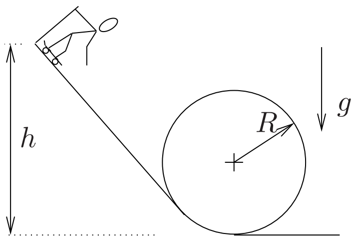
   (a) Für welche Werte des Haftreibbeiwertes μ_0 kann sich die Masse m_2 nach unten in Bewegung setzen?
   (b) Berechnen Sie unter Verwendung des Arbeitssatzes die Beschleunigung der Masse m_2.
   (c) Nachdem die Masse m_2 am Boden auftrifft, bewegt sich die Masse m_1 weiter und kommt an ihrem höchsten Punkt zum Stillstand. Welchen Weg L hat die Masse m_1 insgesamt zurückgelegt?

   Tip: Arbeitssatz

   Geg.: m_1, m_2, Θ^S, r_1, r_2, (μ_0), μ, g, h, α

   Literatur: [5, S. 140-144]

88. Ein Skateboarder möchte mit seinem Skateboard durch ein Looping fahren.

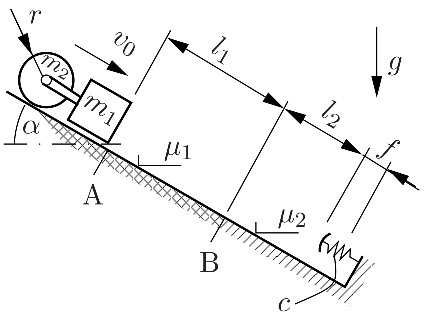


   Bestimmen Sie die Mindesthöhe h, bei der der Skateboarder aus der Ruhe starten kann, damit er das Looping vollständig durchläuft.

   Der Skateboarder wird als Punktmasse der Masse m idealisiert. Dissipation (Energieverlust) tritt nicht auf.

   Geg.: g, m, R.

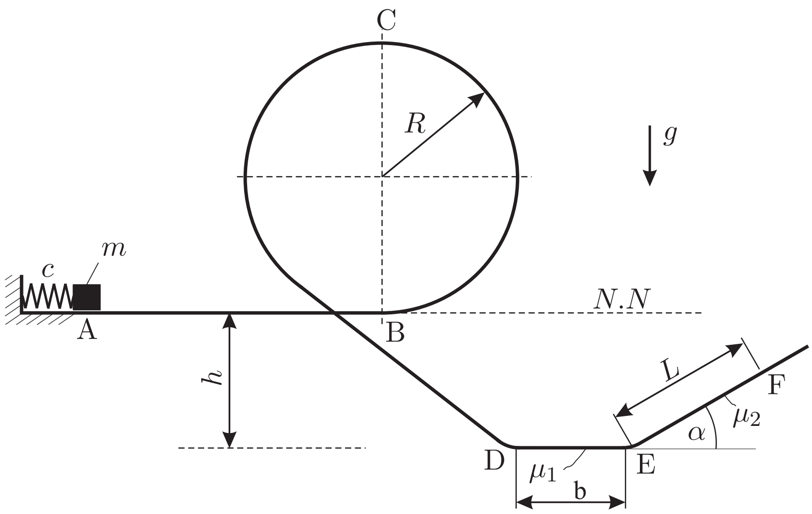
89. Eine zylinderförmige Walze (m_2) schiebt einen Klotz (m_1, Gleitreibkoeff. μ) auf einer schiefen Ebene vor sich her. Die Walze und der Klotz treffen auf eine Feder und drücken diese bis zum Maximalbetrag f zusammen. Die schiefe Ebene besteht aus zwei unterschiedlichen Materialien mit den Gleitreibkoeffizienten μ_1 und μ_2. Auf dem ersten Material rollt die Walze, auf dem zweiten Material gleitet sie.



   Wie groß muß v_0 sein, damit die Feder um die Länge f zusammengedrückt wird?

   Geg.: l_1, l_2, f, α, μ_1, μ_2, r, m_1, m_2, c, g

90. Eine Punktmasse m wird am Punkt A durch eine um Δs gespannte Feder aus der Ruhe abgeschossen. Die Masse durchläuft einen Looping mit dem Radius R und gleitet weiter auf der dargestellten Bahn. Im Punkt F kommt sie zum Stehen. Der Gleitreibungskoeffizient zwischen D und E sei μ_1 und zwischen E und F μ_2, überall sonst gleich Null.



(a) Wie groß muss die Federkonstante c sein, damit die Punktmasse im höchsten Punkt C gerade noch nicht herunterfällt?

(b) Berechnen Sie den Bremsweg L. *Hinweis: Das Ergebnis für c aus dem Aufgabenteil (a) braucht man nicht einsetzen.*

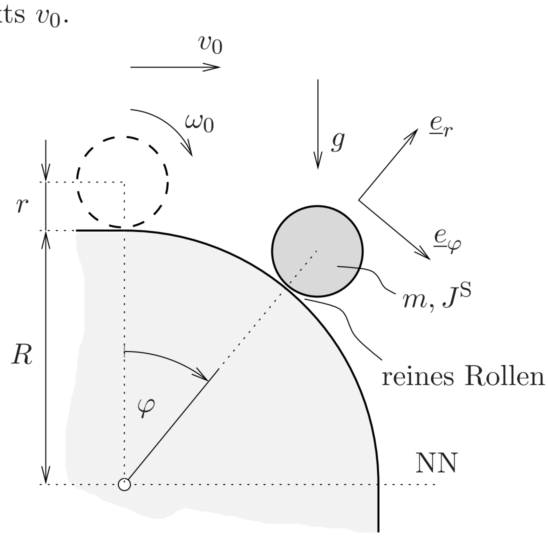
Geg.: g, m, R, h, b, μ_1, μ_2, Δs, α

91. Eine Kugel (Radius r, Masse m, Massenträgheitsmoment J^{S}) rollt im Schwerefeld außen auf einer kreisförmigen Führung (Radius R) hinab. Ihre Bewegung beginnt bei $\varphi = 0$ mit der horizontalen Geschwindigkeit des Schwerpunkts v_0.

(a) Geben Sie den Energiesatz zwischen $\varphi = 0$ und beliebigem φ an, und bestimmen Sie $v^2(\varphi)$.

(b) Schneiden Sie die Kugel frei, und bestimmen Sie die Normalkraft zwischen Kugel und Führung abhängig von φ für den Spezialfall, dass die Anfangsgeschwindigkeit Null ist, d.h. $v_0 = 0$.

(c) Für welchen Winkel φ verlässt die Kugel die Führung für diesen Spezialfall?

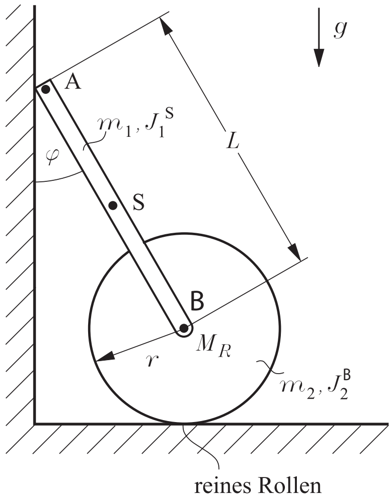


Geg.: r, R, m, $J^{\mathrm{S}} = \frac{2}{5}mr^2$, g, v_0.

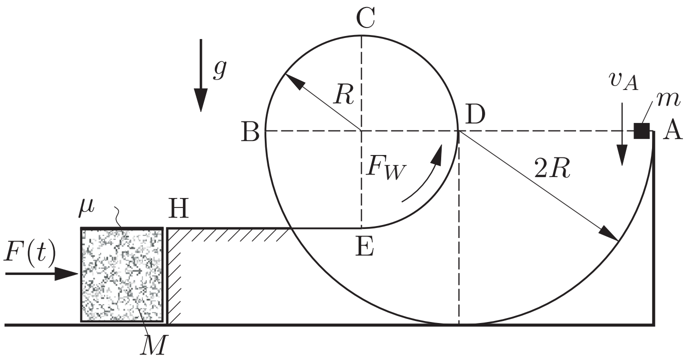
92. Die Stange m_1 gleitet ohne Reibung an der linken Wand ab. Zwischen der Stange und dem Rad m_2 wirkt das konstante Reibmoment M_R.

    Bestimmen Sie mit Hilfe des Arbeitssatzes die Geschwindigkeit des Punktes A zu dem Zeitpunkt, an dem die Stange genau waagerecht ist. Dabei soll angenommen werden, daß der Punkt A mit der Wand in Kontakt bleibt.

    Geg.: r, L, g, m_1, $J_1^S = \frac{1}{12}m_1L^2$, m_2, $J_2^B = \frac{1}{2}m_2r^2$, $M_R =$ konst., Anfangsbedingungen: $\varphi(0) = \frac{\pi}{6}$, $\dot{\varphi}(0) = 0$



93. Eine Punktmasse m bewegt sich von A aus durch einen Halbkreis A-B mit dem Radius $2R$ und anschließend durch einen Dreiviertelkreis-Looping B-E mit dem Radius R. Am Ende eines geraden Übergangstückes E-H gleitet die Punktmasse schließlich auf einen größeren Klotz der Masse M. Im Viertelkreis D-E wirkt der Punktmasse die Widerstandskraft $F_W(s)$ entgegen, der Rest der Bahn ist reibungsfrei. Zwischen der Punktmasse und dem Klotz herrscht Gleitreibung (μ), auf den Klotz wirkt zudem die Kraft $F(t)$.



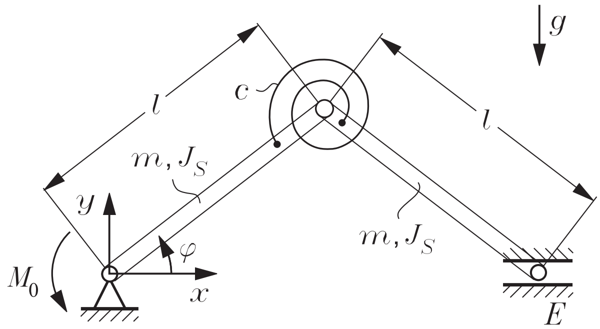
(a) Zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit $v_A = \sqrt{3gR}$ betragen muß, damit die Punktmasse im höchsten Punkt C des Loopings gerade noch nicht herunterfällt.

(b) Wie groß ist die Konstante k im Ausdruck für die Widerstandskraft $F_W(s)$ zu wählen, damit die Punktmasse im Punkt H gerade die Geschwindigkeit $v_H = \sqrt{gR}$ besitzt? Anmerkung: Die Koordinate s beginnt bei D.

(c) Berechnen Sie mit v_H aus (b) die Geschwindigkeit v_M des Klotzes, wenn die Punktmasse auf dem Klotz zur Ruhe gekommen ist. Die Zeitzählung beginnt, wenn die Punktmasse in H auf den Klotz gleitet.

Geg.: g, m, $M = \frac{1}{2}m$, $F(t) = \frac{1}{8}m\sqrt{\frac{g^3}{R}}t$, R, $F_W(s) = \frac{4\,km}{\pi^2}s$, $\mu = \frac{1}{4}$.

94. Im skizzierten ebenen System soll die Reibung vernachlässigt werden. Das antreibende Moment M_0 sei konstant, die Drehfeder bei $\varphi(t{=}0) = 0$ entspannt.



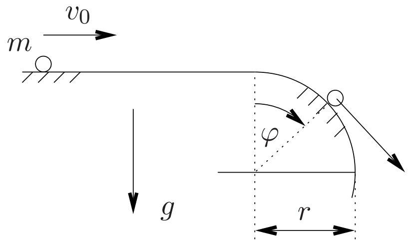
   (a) Stellen Sie den Arbeitssatz für das System auf zwischen dem Anfangszustand mit $\varphi(t = 0) = \dot{\varphi}(t = 0) = 0$ und einem beliebigen späteren Zustand, der durch den Winkel $\varphi(t)$ charakterisiert wird. Diese Gleichung soll außer $\varphi(t)$ und $\dot{\varphi}(t)$ keine Unbekannten enthalten.

   (b) Bestimmen Sie daraus die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(t_1)$ in dem Moment t_1, in dem das Stabende E gerade durch den Koordinatenursprung geht!

   (c) Wie groß muß das Moment M_0 mindestens sein, damit das Stabende E den Koordinatenursprung überhaupt erreicht.

   Geg.: l, c, g, M_0, m, J_S

95. Ein Massepunkt m bewegt sich reibungsfrei auf der skizzierten Unterlage. Auf dem ebenen Teil der Bahn beträgt seine Geschwindigkeit v_0.

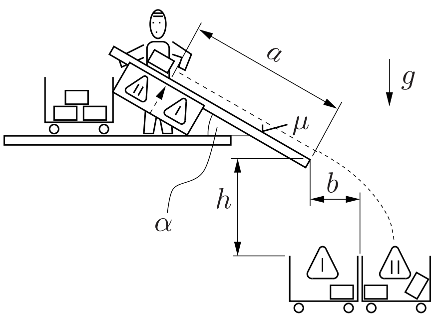


   (a) Bei welchem Winkel φ_1 hebt der Massepunkt von der Unterlage ab?

   (b) Wie hoch müßte die Geschwindigkeit v_0 mindestens sein, damit der Massepunkt bereits bei $\varphi_2 = 0$ abhebt?

   Gegeben: $g,\ m,\ r,\ v_0$.

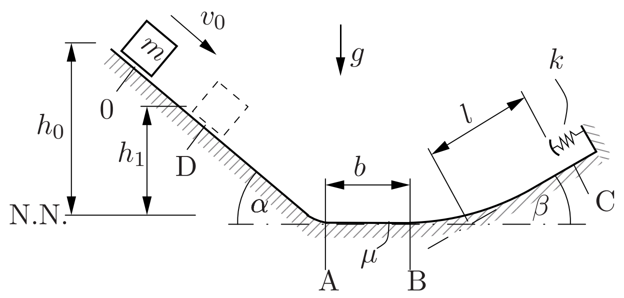
96. Dargestellt ist eine einfache Sortiermaschine, die Güter mit Hilfe einer reibungsbehafteten schiefen Ebene in erste und zweite Wahl aufteilt. Ein Arbeiter (Chief Quality Assurance Office First Assistant) legt die Waren je nach Qualität oberhalb bzw. unterhalb einer Markierung auf die Rampe. In welchem Abstand a zum Ende der Rampe muss die Markierung angebracht werden?



   Geg.: b, h, α, g, μ, m

   Literatur: [5, S. 58-66, S. 83-86]

97. Ein Klotz der Masse m gleitet auf der dargestellten Bahn von 0 über A und B nach C und zurück bis nach D. Im Punkt 0 habe er die Geschwindigkeit v_0. Der Gleitreibungskoeffizient zwischen A und B sei μ, überall sonst gleich Null. Der Luftwiderstand soll vernachlässigt werden. Bei C ist eine Feder (Federsteifigkeit k) befestigt. l ist der Abstand bis zum Anschlag bei entspannter Feder.



Verwenden Sie den Arbeits- und/oder Energiesatz.

(a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeiten des Klotzes, wenn er die Punkte A und B das erste Mal passiert.

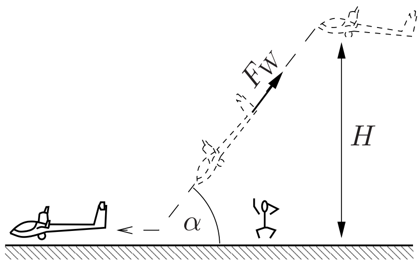
(b) Bestimmen Sie die maximale Auslenkung der Feder Δs.

(c) Bis zu welcher Höhe h_1 gleitet der Klotz zurück?

Geg.: α, β, m, v_0, h_0, l, b, k, μ, g

Literatur: [5, S. 58-66, S. 83-86]

98. Ein Segelflugschüler möchte seinen Fluglehrer beeindrucken und mit der höchstzulässigen Geschwindigkeit v_{ne} knapp über den Boden gleiten. In welcher Flughöhe H muß er mit dem Manöver beginnen, wenn er vorher mit der Mindestgeschwindigkeit $v_{\min}$ fliegt?



Annahmen:

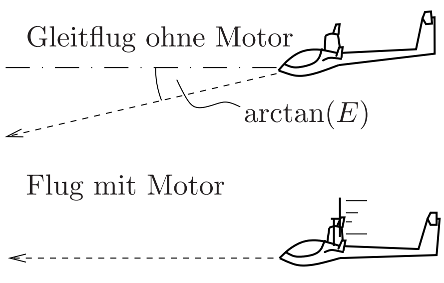
(a) Vernachlässigen Sie den Luftwiderstand.

(b) Berücksichtigen Sie (als Abschätzung) eine konstante Widerstandskraft F_W auf einem geradlinigen Flugweg unter einem Winkel α zur Horizontalen.

Geg.: $m = 270\mathrm{kg}$, $v_{\min} = 60\mathrm{km/h}$, $v_{\mathrm{ne}} = 190\mathrm{km/h}$, $F_W = 400\mathrm{N}$, $\alpha = 45°$

Literatur: [5, S. 58-66, S. 83-86]

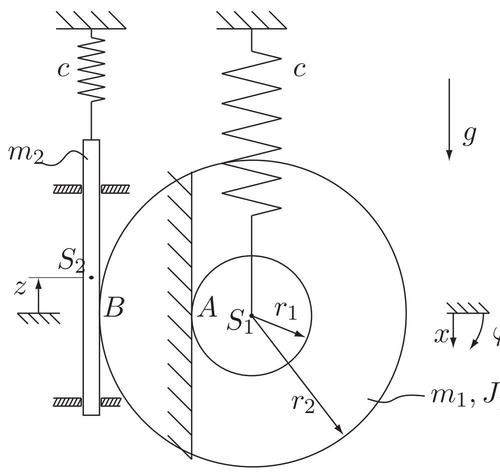
99. Ein Motorsegler (Abflugmasse m) habe bei eingeklapptem Triebwerk ein Gleitverhältnis von $\epsilon = 1{:}35$, das heißt auf einer Gleitstrecke von 35 m verliert er bei konstanter Bahngeschwindigkeit 1 m an Höhe.



Welche effektive Leistung P_{eff} muß das Triebwerk erbringen, um den Motorsegler bei einer konstanten Geschwindigkeit v im Horizontalflug zu halten?

Geg.: $m = 400\mathrm{kg}$, $\epsilon = 1{:}35$, $v = 108\mathrm{km/h}$

100. Eine aus zwei Teilscheiben mit den Radien r_1 und r_2 bestehende Scheibe (m_1, J_1^S) rollt an einer festen Wand auf dem Radius r_1 ab. Die vertikale Bewegung des Scheibenschwerpunkts S_1 wird durch die Koordinate x und die Drehung der Scheibe durch den Winkel φ beschrieben. Auf dem Radius r_2 rollt die Scheibe auf einer vertikal reibungsfrei geführten Stange der Masse m_2 ab. Die Bewegung des Stangenschwerpunkts S_2 wird durch die Koordinate z beschrieben. Der Translationsbewegung von Scheibe und Stab wirkt jeweils eine masselose Feder (Federkonstante c) entgegen, die für $x = z = 0$ entspannt sind.



Das System setzt sich aus der Anfangslage $x = 0$, $z = 0$ und $\varphi = 0$ ohne Anfangsgeschwindigkeit aufgrund der Schwerkraftwirkung in Bewegung.

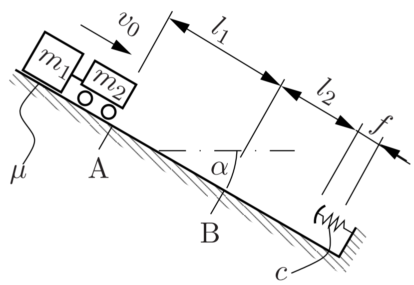
(a) Bestimmen Sie mit dem Energieerhaltungssatz den Zusammenhang zwischen einer beliebigen Lage x und der Geschwindigkeit $\dot{x}(x)$.

(b) Leiten Sie nun eine Bewegungsdifferentialgleichung der Form $m^*\ddot{x} + c^*x =$ konst. ab.

(c) Für welche Lage $x = \hat{x}$ verschwindet erstmals wieder die Geschwindigkeit? Wie muss das Massenverhältnis $\frac{m_1}{m_2}$ gewählt werden damit sich die Scheibe aus der Anfangslage abwärts in Bewegung setzt?

Geg.: r_1, $r_2 = 2r_1$, m_1, m_2, c, g, $J_1^S = \frac{1}{2}m_1r_2^2$

101. Ein Wagen (m_2) schleppt einen Klotz (m_1, Gleitreibkoeffizient μ) auf einer schiefen Ebene. Der Wagen selbst bewegt sich reibungsfrei, seine Anfangsgeschwindigkeit bei A ist v_0. Bei B blockieren die Räder des Wagens, der Gleitreibkoeffizient ist dann ebenfalls μ.

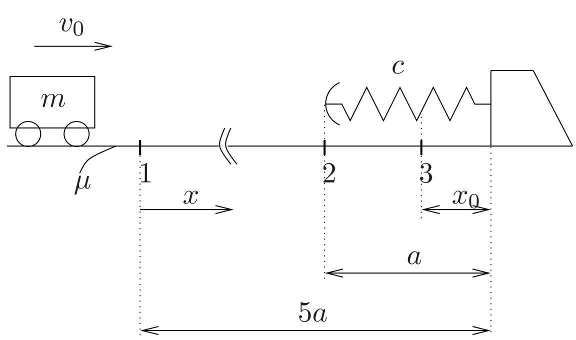


Wie groß muss v_0 sein, damit die Feder um die Länge f zusammengedrückt wird?

Geg.: l_1, l_2, μ, α, f, m_1, m_2, c, Erdbeschleunigung g

Literatur: [5, S. 58-66, S. 83-86]

102. Ein Güterwagen der Masse m rollt auf einen elastischen Prellbock (Federkonstante c) mit der Geschwindigkeit v_0 zu. Bei 1 werden die Räder durch Bremsen blockiert (Gleiten!), bei 2 trifft der Wagen auf den Prellbock, dessen entspannte Feder die Länge a hat. Es herrscht die Erdbeschleunigung g.

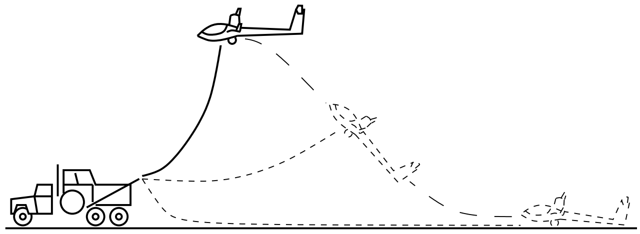


Um welche Strecke $\Delta x = a - x_0$ wird der Puffer bis zum Stillstand des Wagens bei 3 zusammengedrückt? Verwenden Sie den Arbeitssatz.

Geg.: a, c, m, μ, μ_0, v_0, g.

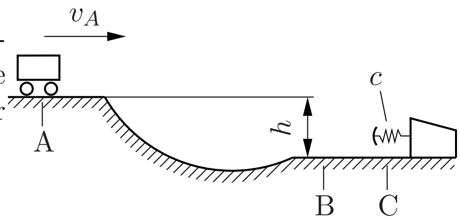
103. Beim Windenstart wird ein Segelflugzeug von einer Seilwinde an einem langen Stahlseil in die Luft gezogen. Das Flugzeug wird in einer Höhe h mit einer Geschwindigkeit v ausgeklinkt.

Berechnen Sie mit dem Arbeitssatz unter Vernachlässigung des Luftwiderstands die Arbeit beim Start, die nötig ist, um ein Flugzeug der Masse m bei Windstille zu starten.



Geg.: $H = 300\text{m}$, $m = 350\text{kg}$, $v = 108\text{km/h}$

104. Ein Wagen mit der Masse m hat im Punkt A die Geschwindigkeit v_A und rollt dann verlustfrei durch eine Senke. An der Stelle C steht ein Rammbock mit der Federkonstanten c.

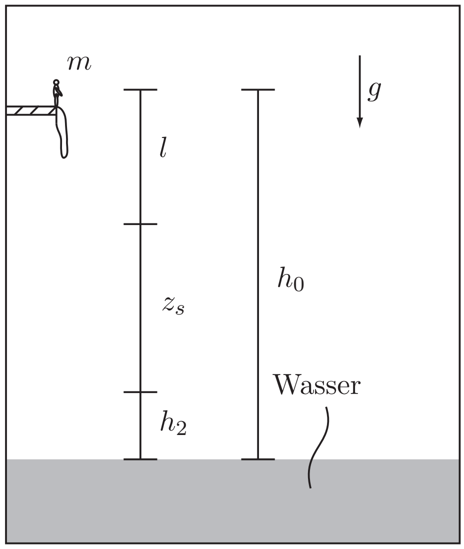


(a) Welche Geschwindigkeit hat der Wagen im Punkt B?

(b) Wie weit hat sich die Feder des Rammbocks im Punkt C zusammengedrückt, wenn der Wagen bei C zum Stillstand kommt?

Geg.: m, v_A, c, h, Erdbeschleunigung g

105. Ein Bungee-Jumper, welcher als Punktmasse m vereinfacht werden kann, springt verbunden mit einem elastischen Seil der Länge l und der Steifigkeit c von einer Plattform, welche sich in der Höhe h_0 über der Wasseroberfläche befindet. Der Luftwiderstand wird vernachlässigt und das Seil wird als masselos angenommen.



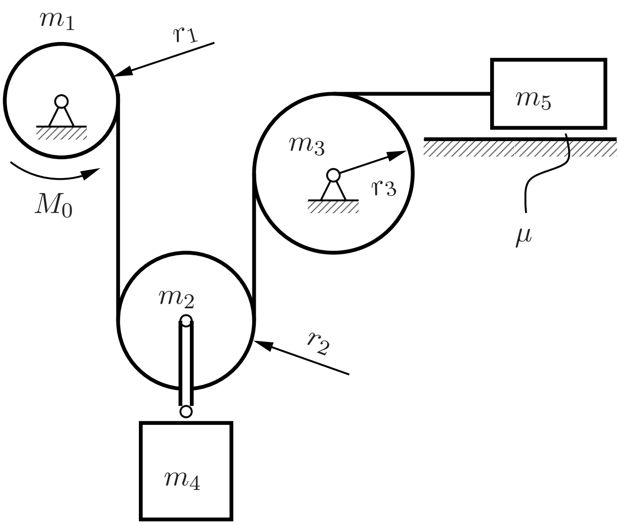
(a) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Springers am Ende des freien Falls?
Hinweis: Das Seil ist bis zu dieser Höhe entspannt.

(b) Um welchen Weg z_s dehnt sich das Seil, wenn der Springer die geringste Höhe h_2 erreicht hat?
Geben Sie die Falltiefe $a = l + z_s$ an.

(c) Geben Sie die Falltiefe $\hat{a}$ bei der Verwendung von drei aneinandergeknoteten Seilen an, wobei jedes einzelne Seil die Länge l und Steifigkeit c hat. Für diesen Aufgabenteil sei h_0 groß genug, so dass kein Eintauchen des Springers in das Wasser erfolgt.

Geg.: m, g, l, c

106. Um die Bewegungsgleichungen für das skizzierte System zu bestimmen, soll angenommen werden, dass die Seile masselos und undehnbar sind und dass abgesehen vom Gleiten der Masse m_5 keine Reibungsverluste auftreten.



(a) Schneiden Sie die einzelnen Massen frei und tragen Sie alle wirkenden Kräfte und Momente an.

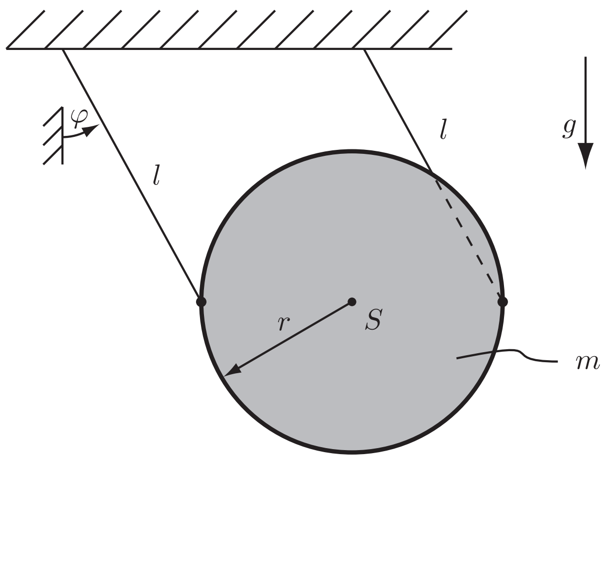
(b) Schreiben Sie für jede Masse Impuls- und/oder Drallsatz auf, je nachdem, was für die Berechnung der Bewegung relevant sein kann.

(c) Geben Sie die nötigen kinematischen Zusatzbedingungen an.

(d) Setzen Sie alle Massen und alle Radien gleich: $m_i \doteq m$, $r_j \doteq r$. Reduzieren Sie das Differentialgleichungssystem für diesen Spezialfall auf zwei Gleichungen für φ_1 und φ_2.

Geg.: μ, M_0, m_i mit $i = 1 \ldots 5$, r_j mit $j = 1 \ldots 3$

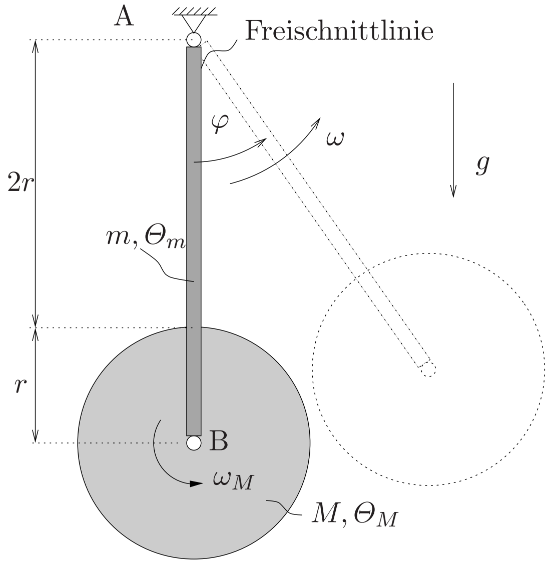
107. Gegeben ist ein Bifilarpendel bestehend aus einer homogenen Kreisscheibe der Masse m und aufgehängt an zwei undehnbaren Seilen.
Stellen Sie die Bewegungsgleichung in Abhängigkeit von der Koordinate φ auf und bestimmen Sie die Seilkräfte F_1 und F_2 in Abhängigkeit von der Koordinate φ.



Geg.: m, l, r
Hinweis: Der Schwerpunkt S der Kreisscheibe bewegt sich auf einer Kreisbahn.

Literatur: [4, S. 122]

108. An einem anfangs ruhenden Stab ist eine Kreisscheibe befestigt, die erst mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_M rotiert, und dann plötzlich durch einen inneren Mechanismus blockiert wird.



(a) Berechnen Sie das Massenträgheitsmoment des aus der Stabmasse m und der Masse der Kreisscheibe M bestehenden Gesamtsystems bezogen auf den Lagerpunkt A, also Θ^{A}. Tipp: Θ_m und Θ_M sind gegeben.

(b) Geben Sie den Drehimpuls des Gesamtsystems vor und nach der Blockierung und bezogen auf A an, also $L^{\mathrm{A}}_{\mathrm{vor}}$ und $L^{\mathrm{A}}_{\mathrm{nach}}$. Berechnen Sie daraus die Winkelgeschwindigkeit des Systems unmittelbar nach der Blockierung, also ω_{nach}. Tipp: Es gilt hier $L^{\mathrm{A}}_{\mathrm{vor}} = L^{\mathrm{B}}_{\mathrm{vor}}$.

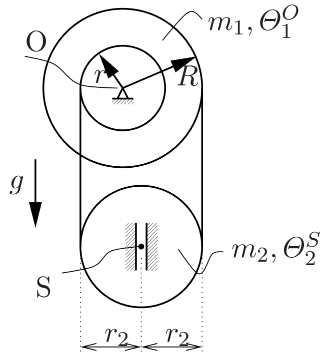
(c) Berechnen Sie den Massenmittelpunkt (Schwerpunkt) des Gesamtsystems und damit das Massenträgheitsmoment des Gesamtsystems bezogen auf seinen Massenmittelpunkt, also Θ^{S}.

(d) Berechnen Sie die kinetische Energie des Systems nach der Blockierung und damit den maximalen Winkel, bis zu dem das Pendel ausschlägt. Tipp: Energiesatz.

(e) Schneiden Sie den Stab nahe des Lagers frei, und bestimmen Sie seine maximale Längskraft bei der Pendelbewegung. Tipp: Schwerpunktsatz in radialer Richtung.

Geg.: Massenträgheitsmomente bezogen auf die Massenmittelpunkte von Stab bzw. Kreisscheibe $\Theta_m = \frac{3}{4}mr^2$, $\Theta_M = mr^2$, Massen m, $M = 2m$, r, ω_M, g.

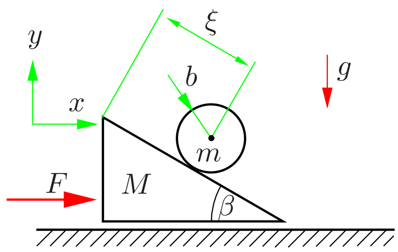
109. Die beiden oberen Riemenscheiben mit den Radien r und R sind starr miteineinder verbunden. Das Seil läuft auf allen drei Riemenscheiben ohne Schlupf, seine Abschnitte zwischen den Riemenscheiben hängen genau senkrecht. Der Drehpunkt S der unteren Scheibe ist vertikal geführt.



Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Punktes S zu einem beliebigen Zeitpunkt t mit dem Impuls- und Drehimpulssatz.

Geg.: R, r, m_1, Θ_1^O, m_2, Θ_2^S, g, $z(0) = \dot{z}(0) = 0$

110. Auf einem keilförmigen starren Körper der Masse M, der sich reibungsfrei längs der x-Achse bewegen kann, rollt im Schwerefeld eine homogene zylindrische Walze der Masse m und des Radius b. Am Keil wirkt dabei eine konstante Kraft F in dessen Bewegungsrichtung.

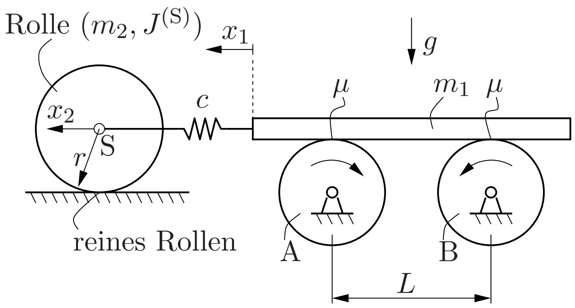


(a) Ermittle die beiden Bewegungsgleichungen von M und m in x und ξ!

(b) Wie groß müßte die Kraft F sein, damit die Walze relativ zum Keil in Ruhe bleibt?

Geg.: M, m, F, β, b, g.

111. Auf den zwei drehbar gelagerten Walzen A und B liegt eine dünne homogene Platte der Masse m_1 (Dicke der Platte vernachlässigbar klein). Die Walzen rotieren mit sehr großer Winkelgeschwindigkeit im skizzierten Richtungssinn. In der skizzierten Ausgangslage ($x_1 = x_2 = 0$) liegt die Platte genau mittig auf den Walzen und die Feder ist entspannt.



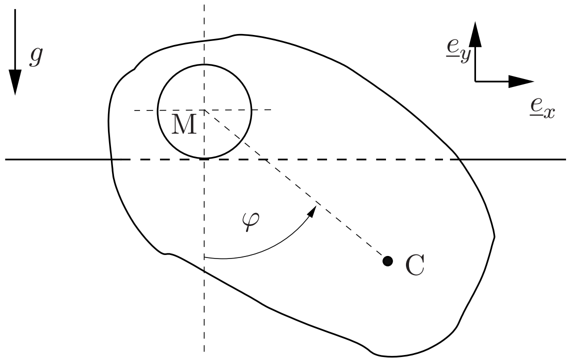
(a) Erstellen Sie je eine Freischnittskizze der Platte (m_1) und der Rolle (m_2, J_S) in einer ausgelenkten Lage!

(b) Bestimmen Sie die Normalkräfte zwischen der Platte und den Walzen in der ausgelenkten Lage als Funktion von x_1.

(c) Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen des Systems in den Koordinaten x_1 und x_2. Sortieren Sie die Gleichungen nach Ableitungen von x_1 und x_2 oder schreiben Sie das System in Matrizenschreibweise.

Geg.: m_1, m_2, $J^{(\mathrm{S})}$, c, μ, g, L

112. Ein starrer Körper führt Schwingungen in einer vertikalen Ebene unter dem Einfluß der Schwerkraft aus. Der Zapfen (Radius R) rollt ohne zu gleiten auf der starren Unterlage. Verluste durch Reibung seien vernachlässigbar. Der Massenmittelpunkt C hat den Abstand a vom Zapfenmittelpunkt M. Der Körper hat die Masse m und das Massenträgheitsmoment J um den Massenmittelpunkt.



(a) Zeigen Sie, dass die Bewegung durch die Differentialgleichung

$$\ddot{\varphi}\left(J + m\left(a^2 + R^2\right) - 2maR\cos\varphi\right) + mga\sin\varphi + maR\dot{\varphi}^2\sin\varphi = 0$$

beschrieben wird.

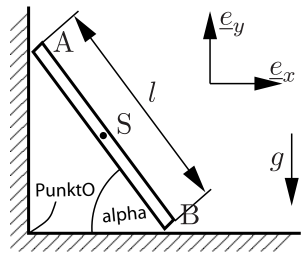
(b) Bestimmen Sie nun ausgehend von der hergeleiteten Bewegungsdifferentialgleichung die statische Ruhelage.

(c) Wie lautet die Bewegungsdifferentialgleichung, wenn man kleine Schwingungen um die Ruhelage $\varphi = 0$ betrachtet?

(d) Mit welcher Kreisfrequenz ω schwingt das System bei kleinen Auslenkungen?

Geg.: R, a, m, J

113. Eine dünne homogene Stange gleitet reibungsfrei mit ihren Endpunkten A, B auf zwei zueinander senkrecht stehenden Wänden. Bei $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$ war sie in Ruhe.

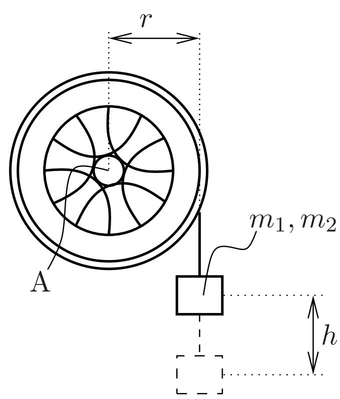


(a) Ermittle den Impuls $\underline{P}$ und den auf den Schwerpunkt bezogenen Drall $\underline{L}_S$ der Stange als Funktion von α.

(b) Wie groß ist der auf den Koordinatenursprung O bezogene Drall $\underline{L}_O$?

Geg.: m, g, l

114. Das Massenträgheitsmoment Θ^A des abgebildeten Schwungrades soll bestimmt werden. Dazu wird das Rad mit einem dünnen Faden umwickelt. Am Ende des Fadens wird ein Körper mit der Masse m_1 befestigt. Nun wird die Dauer t_1 gemessen, in der der Körper aus der Ruhelage um die Höhe h absinkt.



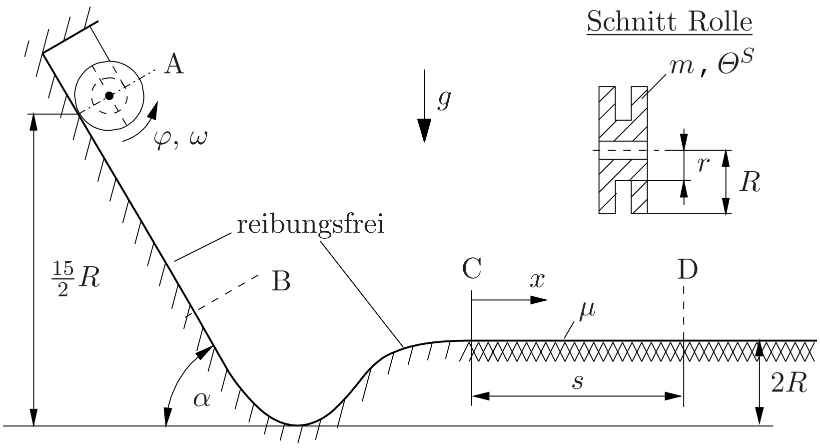
Um den Einfluss des im Lager A wirkenden Reibmomentes zu eliminieren, wird der Versuch mit einem anderen Körper mit der Masse m_2 wiederholt. Bei gleicher Absinkhöhe wird diesmal die Absinkdauer t_2 gemessen.

Bestimme Θ^A unter den Annahmen, dass das Reibmoment M_R konstant ist und dass die Masse des Fadens vernachlässigt werden kann.

Geg.: r, m_1, m_2, h, t_1, t_2, g

Literatur: Kinetik der Rotation um eine feste Achse [5, Aschnitt 3.2.1, 3.2.2, S. 120]

115. Eine Rolle mit der Masse m, dem Massenträgheitsmoment Θ^S und dem Außenradius R wird in der Lage A festgehalten. Auf dem Innenradius r der Rolle ist ein Seil mit n Windungen aufgewickelt. Die Rolle wird losgelassen und dreht sich über das aufgewickelte Seil entlang der reibungsfreien Bahn bis zur Lage B ab. In B ist das Seil vollständig abgewickelt und löst sich von der Rolle, die sich auf der Bahn weiter bis C bewegt. Von C an ist die Bahn reibungsbehaftet. Die Rolle bewegt sich bis D, wo aufgrund ihres Dralles eine Bewegungsumkehr stattfindet.



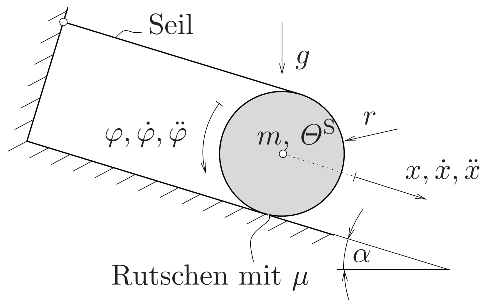
Geg.: m, g, R, $r = \frac{1}{2}R$, $\alpha = 60^o$, $\Theta^S = \frac{1}{2}mR^2$, $n = \frac{4\sqrt{3}}{\pi}$, μ

(a) Zeigen Sie, dass die Bewegungsgrößen der Rolle in C durch $v_C = \sqrt{2gR}$ und $\omega_C = 4\sqrt{\frac{g}{R}}$ gegeben sind. Beachten Sie den eingezeichneten Drehsinn von ω.

(b) Bestimmen Sie die Wegstrecke s (siehe Skizze) von C bis zum Umkehrpunkt D. Tipp: Schwerpunktsatz

(c) Zu welcher Zeit $\hat{t}$ tritt wieder reines Rollen ein? Die Zeitzählung beginnt, wenn die Rolle das erste Mal den Punkt C passiert.

116. Auf einer Rolle ist ein Seil aufgewickelt. Der Zug dieses Seils sowie die Gleitreibung am Boden beeinflussen die Abwärtsbewegung der Rolle im Schwerefeld. Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Schwerpunkts der Rolle abhängig von t, wenn der Schwerpunkt für $t = 0$ die Anfangsgeschwindigkeit v_0 besitzt.



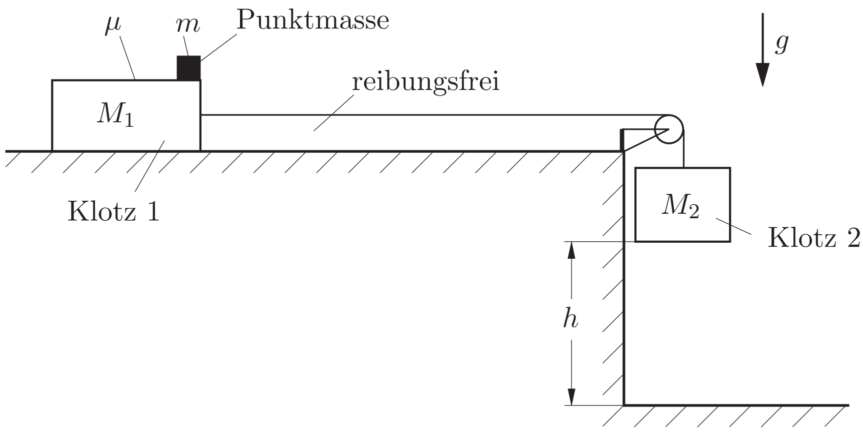
(a) Geben Sie die kinematische Beziehung zwischen der Geschwindigkeit des Schwerpunkts $\dot{x}$ und der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ an.

(b) Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für die Koordinate $x(t)$.

(c) Was muss für μ gelten, damit die Geschwindigkeit $\dot{x}$ mit der Zeit größer wird, wenn für den Neigungswinkel gilt: $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$?

Geg.: r, μ, α, g, m, Massenträgheitsmoment bezogen auf den Schwerpunkt $\Theta^S = \frac{1}{2}mr^2$, Anfangsgeschwindigkeit $\dot{x}(t=0) = v_0$.

117. Das dargestellte System besteht aus einer Punktmasse m, die auf einem Klotz 1 der Masse M_1 liegt. Zwischen der Punktmasse und Klotz 1 wirkt der Gleitreibungskoeffizient μ, die Unterlage sei reibungsfrei. Klotz 1 ist über ein undehnbares masseloses Seil und eine masselose Rolle mit einem weiteren Klotz 2 der Masse M_2 verbunden. Das System wird zum Zeitpunkt $t = 0$ losgelassen und setzt sich derart in Bewegung, dass die Masse auf dem Klotz 1 zu gleiten beginnt. Nach der Zeit t^* schlägt der Klotz 2 auf den Boden auf.



Bestimmen Sie mit Hilfe des Impulssatzes die Geschwindigkeit v_m^* der Punktmasse und v_M^* des Klotzes 1 zum Zeitpunkt t^*, an dem Klotz 2 auf den Boden aufprallt.

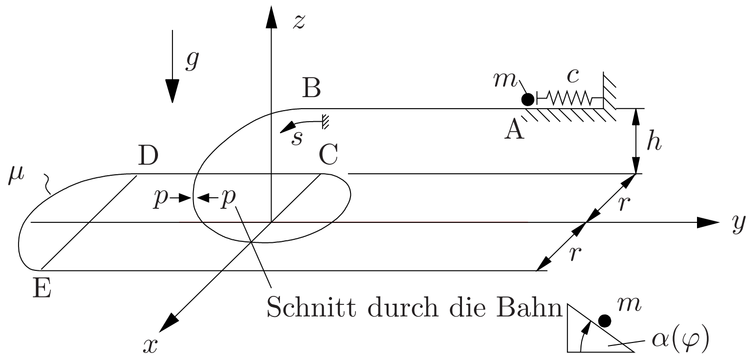
Geg.: g, m, $M_1 = M_2 = \frac{2}{5}m$, $\mu = \frac{1}{5}$, $t^* = 2\sqrt{2\frac{h}{g}}$

118. Eine Punktmasse m wird von A aus durch eine mit Δl vorgespannte Feder in die dargestellte Bahn A-E gestoßen. Zunächst durchläuft die Masse das gerade, reibungsfreie Stück A-B. Dann durchquert sie die reibungsfreie Spiralwindung B-C (Radius r, Höhe h). Es folgt eine weitere gerade und reibungsfreie Strecke C-D, bis schließlich der reibungsbehaftete Abschnitt D-E (Reibkoeffizient μ, keine Überhöhung, sondern reibungsfreie seitliche Führung) erreicht wird. Dabei handelt es sich um einen Halbkreis mit dem Radius r.

(a) Wie groß ist die Federsteifigkeit c der Feder in A zu wählen, damit die Punktmasse in B die Geschwindigkeit $v_B = \sqrt{3\pi g a}$ erreicht?

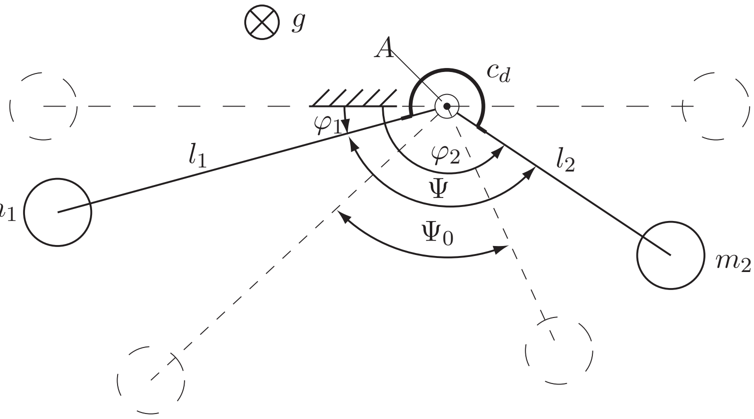
(b) Wie groß ist dann die Geschwindigkeit v_E der Punktmasse in E?

(c) Berechnen Sie den von der Koordinate φ abhängigen Überhöhungswinkel $\alpha(\varphi)$ der Bahn in der Spirale, so dass die Punktmasse nicht aus der Bahn getragen wird. Die Koordinate φ sei 0 im Punkt B.



Geg.: a, g, $h = 3\pi a$, m, $r = 2a$, $\Delta l = \sqrt{\frac{\pi}{3}}a$, $\mu = \frac{1}{4}$.

119. Zwei Punktmassen m_1 und m_2 sind an zwei masselosen Stangen der Länge l_1 und l_2 befestigt, die reibungsfrei drehbar in Punkt A gelagert sind. Zwischen beiden Stangen befindet sich eine Drehfeder (Federkonstante c_d), die bei einem Relativwinkel $\psi = \Psi_0$ entspannt ist. Nach dem Vorspannen der Drehfeder setzen sich die Punktmassen bei $\varphi_{10} = 0$ und φ_{20} ohne Anfangsgeschwindigkeit in Bewegung.



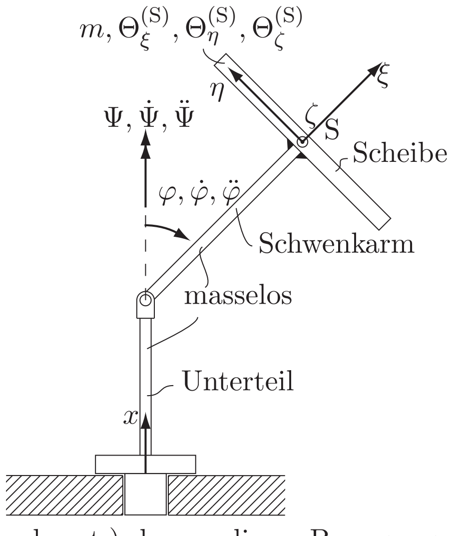
(a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Drallsatzes die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_2$ in Abhängigkeit von $\dot{\varphi}_1$ und daraus $\varphi_2(\varphi_1)$.
$\left(\text{als Abkürzung benutzen Sie: } \frac{m_1 l_1^2}{m_2 l_2^2} = M_1\right)$

(b) Ermitteln Sie $\dot{\varphi}_1(\varphi_1)$ durch Anwenden des Energiesatzes.

(c) Für welche Winkel φ_{1m} bzw. φ_{2m} kommen die Massen m_1 und m_2 erstmals wieder zur Ruhe?

Geg.: m_1, m_2, l_1, l_2, c_d, Ψ_0, $\varphi_{10} = 0$, φ_{20}

120. Der skizzierte Roboterarm besteht aus dem um die x-Achse drehbaren Unterteil und einem Schwenkarm auf dem fest eine dünne homogene Scheibe sitzt (ξ, η, ζ ist ein körperfestes Hauptachsensystem). Das Unterteil und der Schwenkarm werden als masselos angesehen.



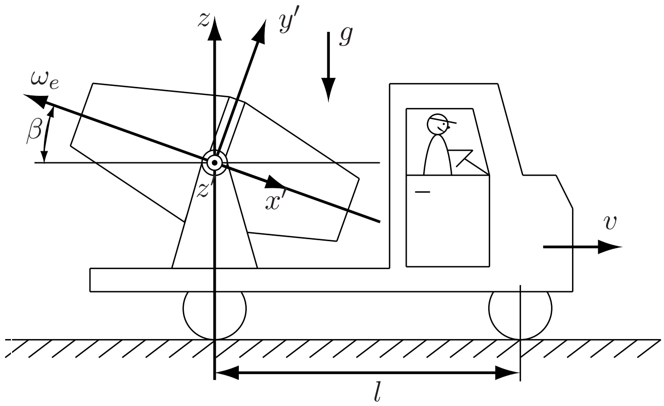
(a) Bestimmen Sie den Winkelgeschwindigkeitsvektor $\underline{\omega}$ der Scheibe im körperfesten ξ, η, ζ-Hauptachsensystem.

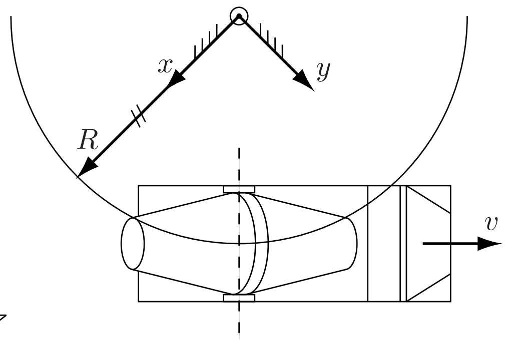
(b) Berechnen Sie aus allgemeinen vorgegebenen Winkelverläufen $\Psi(t)$ und $\varphi(t)$ mit Hilfe der EULERschen Kreiselgleichungen das zu dieser Bewegung notwendige Moment $\underline{M}$.

(c) Bestimmen Sie für $\Psi(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2$, $\varphi(t) = \frac{1}{2}\vartheta t^2$ (α, ϑ = konst.) das zu dieser Bewegung notwendige Moment $\underline{M}$.

Geg.: m, $\Theta_\xi^{(S)} = 2\,\Theta_\eta^{(S)} = 2\,\Theta_\zeta^{(S)} = 2\,\Theta^{(S)}$, $\Psi(t)$, $\varphi(t)$

121. Ein Zementtransporter, dessen Mischtrommel sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_e bei einer konstanten Schrägstellung β dreht, durchfährt in horizontaler Ebene eine Linkskurve vom Radius R mit der konstanten Geschwindigkeit v. Die Mischtrommel habe bezüglich ihrer körperfesten Achse (ξ, η, ζ) die Trägheitsmomente $\Theta_\eta = \Theta_\zeta = \frac{1}{2}\Theta_\xi$.



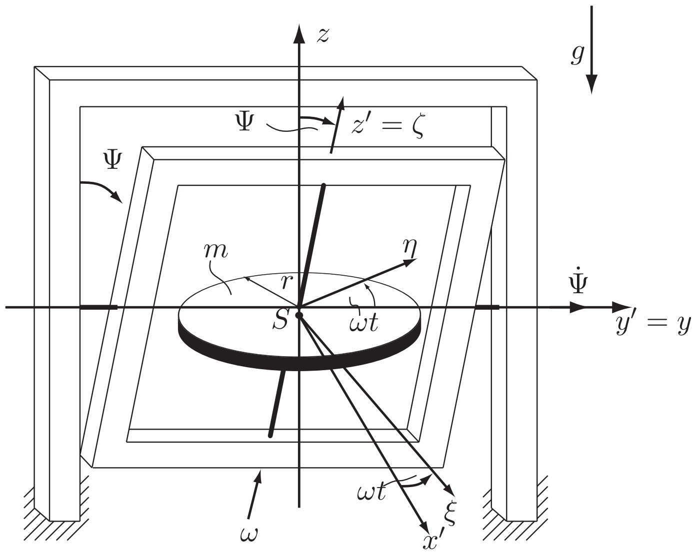


Im körperfesten ξ, η, ζ- Koordinatensystem ist der Winkelgeschwindigkeitsvektor $\underline{\omega}$ zu bestimmen. Berechnen Sie mit Hilfe der EULERschen Kreiselgleichungen das Moment $\underline{M}_T$, welches bei der Kurvenfahrt durch die Trommel hervorgerufen wird.

Geg.: R, v, β, Θ_ξ, Θ_η, Θ_ζ

122. Eine dünne Kreisscheibe mit der Masse m und dem Radius r rotiert in dem masselosen, inneren Rahmen reibungsfrei mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um die ζ-Achse. Der Rahmen kann sich seinerseits in dem feststehenden äußeren Rahmen mit der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\Psi}$ um die $y' = y$-Achse drehen.

Geg.: m, r, ω, g



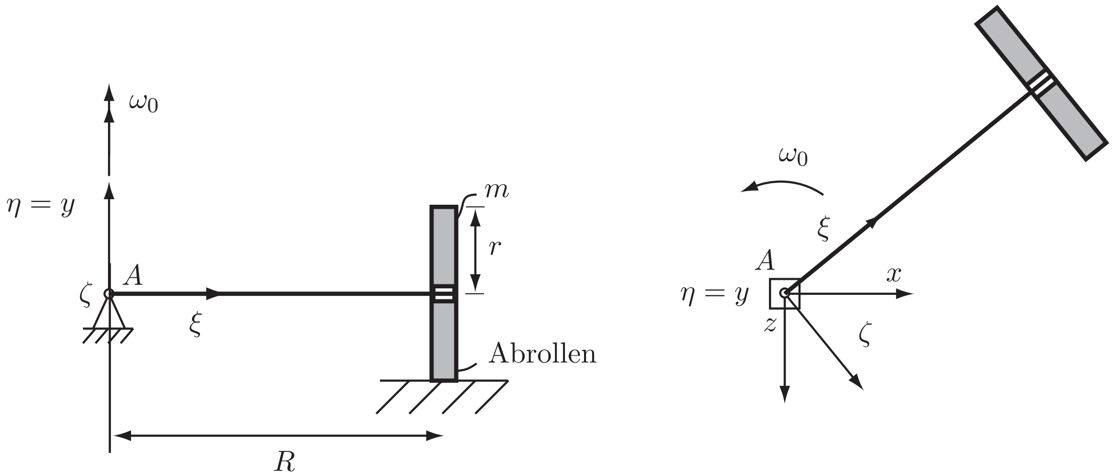
(a) Ermitteln Sie den Winkelgeschwindigkeitsvektor $\underline{\omega}$ der Scheibe im scheibenfesten ξ, η, ζ-System.

(b) Bestimmen Sie mit Hilfe der EULERschen Kreiselgleichungen die äußeren Momente M_ξ, M_η und M_ζ.

(c) Ermitteln Sie für reibungsfreie Drehung um die y'-Achse ($M_{y'} = 0$) die Bewegungsgleichung der Scheibe in Ψ.

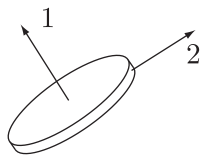
(d) Bestimmen Sie das äußere Moment $M_{x'}$, das von der Lagerung aufgebracht werden muss, damit sich der innere Rahmen mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\dot{\Psi} = \omega_{\mathrm{P}} =$ konst. dreht.

123. Gegeben ist die skizzierte Kollermühle bestehend aus einem Mahlstein (dünne Scheibe mit Radius r und Masse m) der mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_0 bewegt wird und auf der Unterlage abrollt. Die Masse des Gestänges ist gegenüber der Masse des Mahlsteins vernachlässigbar. Die Gewichtskraft wird ebenfalls vernachlässigt.



(a) Bestimmen Sie mit Hilfe der Abrollbedingung die Winkelgeschwindigkeit $\underline{\omega}$ des Mahlsteins, sowie die Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}'$ des ξ, η, ζ-Systems relativ zum ortsfesten Inertialsystem x, y, z. Geben Sie beide Winkelgeschwindigkeitsvektoren im ξ, η, ζ-System an.

(b) Bestimmen Sie den Drall $\underline{L}^{(A)}$ des Mahlsteins bzgl. des festen Punktes A. Geben Sie diesen Vektor ebenfalls im ξ, η, ζ-System an.
Hinweis: Für die skizzierte dünne homogene Kreisscheibe gilt für die Massenträgheitsmomente $2\Theta_2 = \Theta_1$



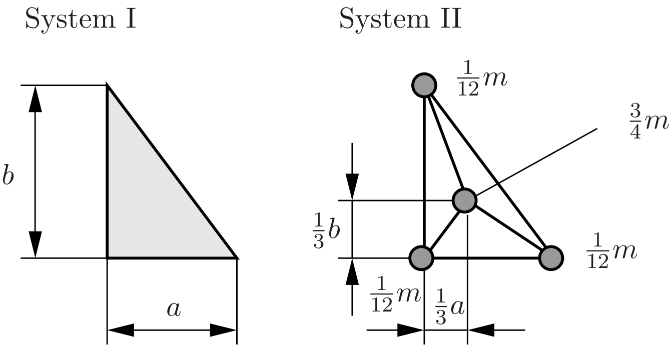
(c) Schneiden Sie den Mahlstein von der Unterlage frei und bestimmen Sie mit Hilfe des Drallsatzes die Aufstandskraft F_N aufgrund der Kreiselwirkung.
Hinweis: Für den Drallsatz im bewegten (nicht körperfesten) ξ, η, ζ-System gilt

$$\underbrace{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\underline{L}}_{\text{im Inertialsystem}} = \underbrace{\frac{\mathrm{d}'}{\mathrm{d}t}\underline{L}}_{\text{im } \xi,\eta,\zeta\text{-System}} + \underline{\omega}' \times \underline{L} = \underline{M}$$

Geg.: m, r, R, ω_0

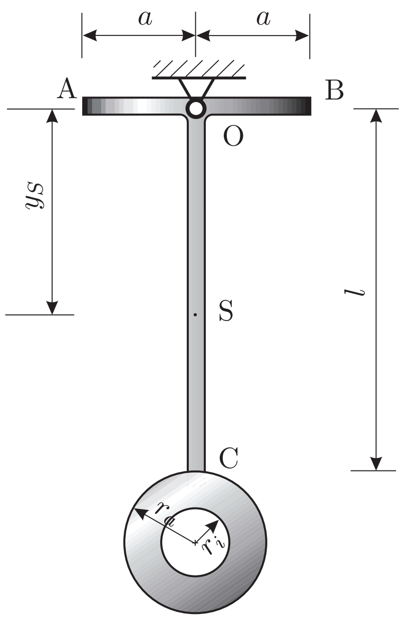
Literatur: [2, S. 160]

124. Betrachtet werden zwei Systeme I und II. System I ist eine homogene, dünne Scheibe der Masse m. System II besteht aus vier Punktmassen, die durch starre, masselose Stäbe verbunden sind. Zeigen Sie, dass die kartesischen Komponenten des Trägheitstensors Θ_{11} und Θ_{12} und Θ_{13} bezogen auf den Schwerpunkt für beide Systeme gleich sind. Anmerkung: Im Englischen spricht man in diesem Zusammenhang von *equimomental systems*.
Literatur: [3]



125. Das Pendel besteht aus zwei schlanken Stäben AB und OC mit jeweils der Masse pro Länge m_S und einer dünnen gelochten Kreisplatte der Masse pro Fläche m_P. Bestimmen Sie die Lage y_S des Gesammtschwerpunktes S des Pendels und berechnen Sie dann das Massenträgheitsmoment des Pendels um die Drehachse des Gelenklagers O.

Geg.: r_i, r_a, a, l_{BC}, m_S, m_P

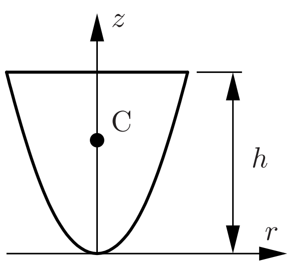


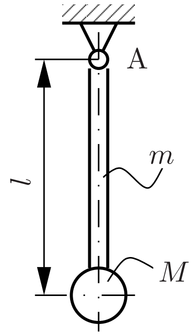
126. Für den um die z-Achse rotationssymmetrischen Körper mit der konstanten Dichte ρ, dessen Kontur durch die Gleichung $z = \frac{r^2}{a}$ gegeben ist, berechne man:

(a) den Ortsvektor $\underline{x}_C$ zum Massenmittelpunkt,

(b) das Massenträgheitsmoment um die z-Achse $\Theta_0^{zz}C$ bzgl. des Schwerpunktes.

Geg.: h, a, ρ



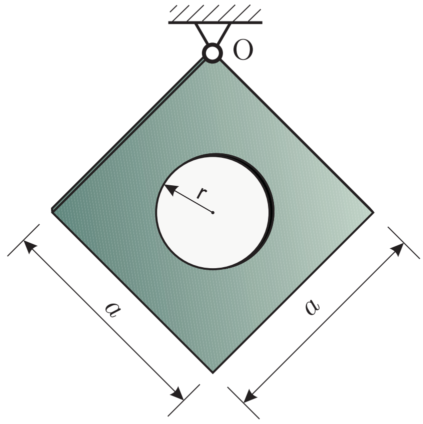


127. Das skizzierte physikalische Pendel besteht aus einem dünnen Stab der Länge l mit der Masse m und einer punktförmigen Endmasse M.

   (a) Wie groß ist das Massenträgheitsmoment bezüglich der Achse, die orthogonal zur Zeichenebene durch den Aufhängepunkt A geht.

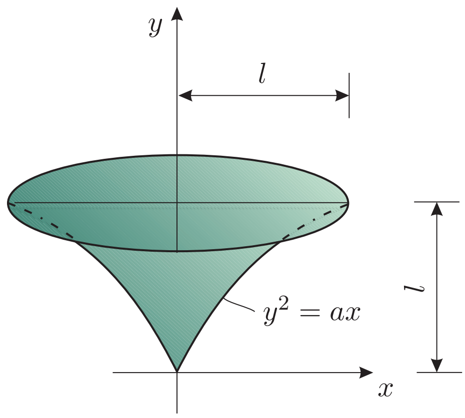
   (b) Bestimmes Sie die Koordinaten des Schwerpunktes.

   Geg.: l, m, $M = 4m$



128. Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment um die Drehachse des Gelenklagers O. Die dünne Platte hat ein Loch in der Mitte und die Dicke d. Der Werkstoff hat die Dichte ρ.

   Geg.: r, d, a, ρ



129. Der Rotationskörper bezüglich der y-Achse in der Skizze hat die Dichte ρ. Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment um die y-Achse.

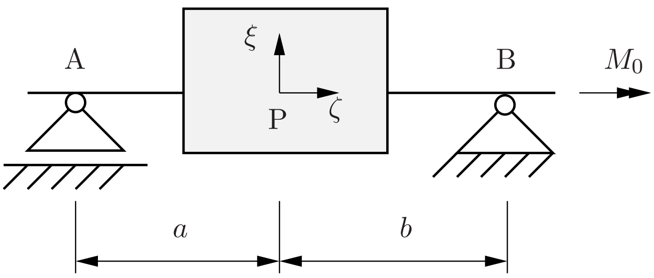
   Geg.: l, ρ.

130. Ein biegestarrer Rotor mit der Masse m und dem Trägheitstensor

$$\Theta^{(P)} = \begin{bmatrix} J_\xi & -J_{\xi\eta} & -J_{\xi\zeta} \\ -J_{\xi\eta} & J_\eta & -J_{\eta\zeta} \\ -J_{\xi\zeta} & -J_{\eta\zeta} & J_\zeta \end{bmatrix}$$

sitzt auf einer masselosen Welle. Das $\xi\eta\zeta$-Koordinatensystem ist förperfest. Der Ursprung des Koordinatensystems liegt auf der Drehachse im Punkt P. Die ζ-Achse weist in Richtung der Drehachse. Die Lage des Rotorschwerpunktes S ist im körperfesten Koordinatensystem durch $\xi_S \neq 0$, $\eta_S \neq 0$ und $\zeta_S = 0$ gegeben.

Die Welle ist über ein Loslager in A und ein Festlager in B drehbar gelagert und wird durch ein konstantes Drehmoment M_0 angetrieben.



(a) Zeigen Sie, daß der Schwerpunktsatz die Form

$$\begin{aligned} -m\dot{\omega}\eta_S - m\omega^2\xi_S &= A_\xi + B_\xi \\ m\dot{\omega}\xi_S - m\omega^2\eta_S &= A_\eta + B_\eta \\ 0 &= B_\zeta \end{aligned}$$

und der Drallsatz die Form

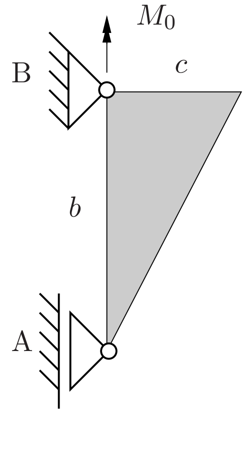
$$\begin{aligned} \omega^2 J_{\eta\zeta} - \dot{\omega} J_{\xi\zeta} &= A_\eta a - B_\eta b \\ -\omega^2 J_{\xi\zeta} - \dot{\omega} J_{\eta\zeta} &= -A_\xi a + B_\xi b \\ \dot{\omega} J_\zeta &= M_0 \end{aligned}$$

annehmen. Alle Lagerkräfte sind positiv in positive Koordinatenrichtung angenommen.

(b) Bestimmen Sie nun die Lagerkräfte.

(c) Wie groß sind die Lagerkräfte, wenn der Rotor statisch und dynamisch ausgewuchtet ist?

131. Eine dünne, homogene Dreiecksscheibe der Masse m ist in A und B drehbar gelagert. Sie wird durch ein Moment M_0 aus der Ruhe heraus angetrieben.

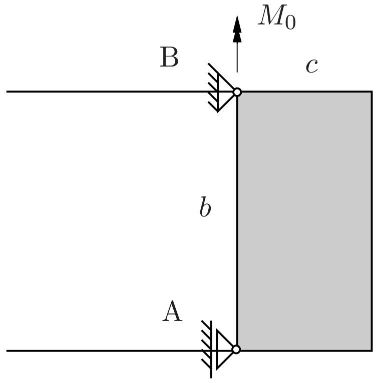


Wie groß sind die Lagerreaktionen in A und B und wie groß ist die Winkelbeschleunigung?

Geg.: b, c, m, M_0

Hinweis: Es handelt sich hierbei um ein dreidimensionales Problem. Lager A ist hierbei zweiwertig und Lager B dreiwertig.

132. Eine dünne, homogene Rechteckscheibe der Masse m ist in A und B drehbar gelagert; A ist ein Loslager, B ein Festlager. Die Scheibe wird durch ein Moment M_0 angetrieben. Zudem sind in der gleichen Ebene zwei masselose Stangen an der Scheibe befestigt.



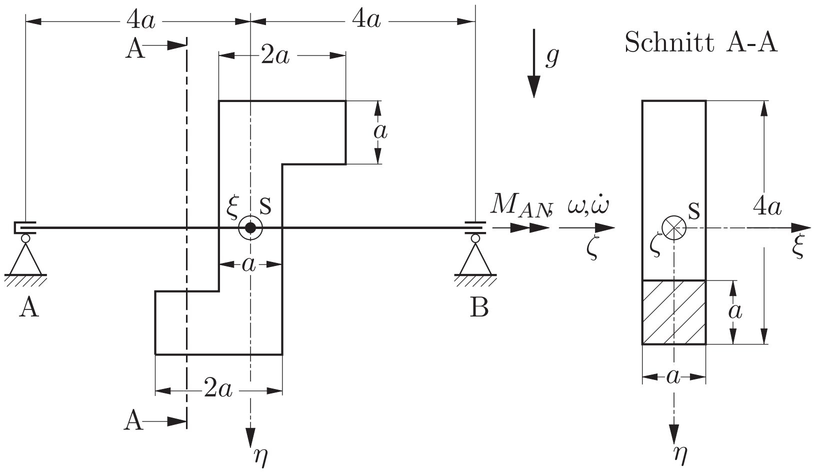
(a) Wie groß ist die Winkelbeschleunigung der Rechteckscheibe?

(b) Wie groß sind die Lagerreaktionen in A und B?

(c) Ist es möglich, den Rotor durch Anbringen von Punktmassen auf den masselosen Stangen auszuwuchten? Wenn ja, in welchem Abstand von der Drehachse müssen welche Punktmassen angebracht werden?

Geg.: b, c, m, M_0

133. Ein homogener Körper der Masse m ist auf einer masselosen Welle befestigt und in A und B gelagert. Er wird durch ein Antriebsmoment M_{AN} im Schwerefeld der Erde aus der Ruhe heraus beschleunigt.



(a) Zeigen Sie, dass sich für den auf den Schwerpunkt S bezogenen Massenträgheitstensor des Körpers im angegebenen $\xi - \eta - \zeta$−Koordinatensystems

$$\underline{\underline{\Theta}}^{(s)} = \frac{ma^2}{12} \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 6 \\ 0 & 6 & 21 \end{pmatrix}$$

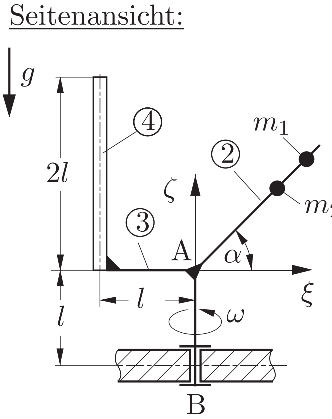
ergibt.

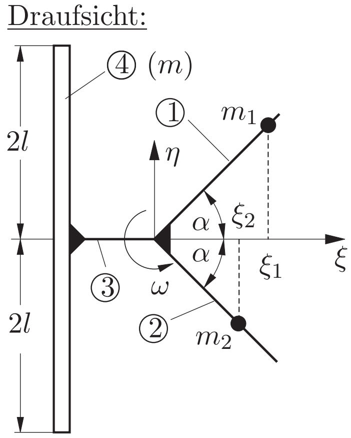
(b) Bestimmen Sie die Lagerkräfte in A und B während des Beschleunigungsvorganges in Abhängigkeit von ω und $\dot{\omega}$.

(c) Wie groß ist $\dot{\omega}$?

Geg.: g, m, a, M_{AN}

134. Der skizzierte Rotor, der sich im Schwerefeld der Erde befindet, besteht aus den masselosen Stangen ①, ②, und ③ sowie der massenbehafteten, homogenen, rechteckigen Scheibe ④ (Masse m). Er ist in B gegenüber der Umgebung gelagert und dreht sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um die masselose Achse AB. Das eingezeichnete $\xi-\eta-\zeta-$Koordinatensystem ist körperfest, d.h. es dreht sich mit dem Rotor. Die Punktmassen m_1 und m_2 sind zunächst nicht montiert und müssen nur in Aufgabenteil b) berücksichtigt werden.





(a) Bestimmen Sie sämtliche Auflagerreaktionen in B!

Hinweis: B ist ein fünfwertiges Lager!

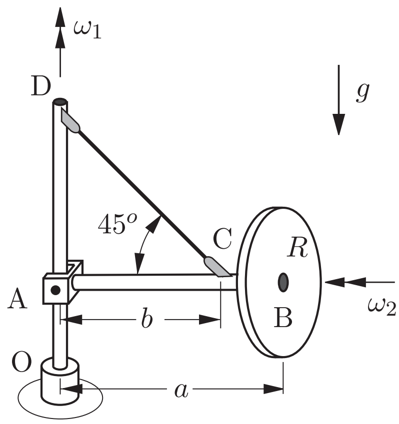
(b) Wie groß müssen m_1 und m_2 sein, und an welcher Stelle ξ_2 muß die Masse m_2 auf der Stange ② montiert werden, damit der Rotor bezüglich der $\zeta-$Achse statisch und dynamisch ausgewuchtet ist?

Hinweis: Die Stelle ξ_1, an der die Masse m_1 beim Auswuchten montiert werden muß, ist gegeben!

Geg.: l, m, g, $\alpha = 45^o$, $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$, $\xi_1 = l$.

Literatur: [5, S. 153-160]

135. Eine dünne Scheibe (Masse m, Radius R) rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_2 um die horizontale Achse AB. Zudem rotiert das System um die vertikale Achse OA mit ebenfalls konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_1.



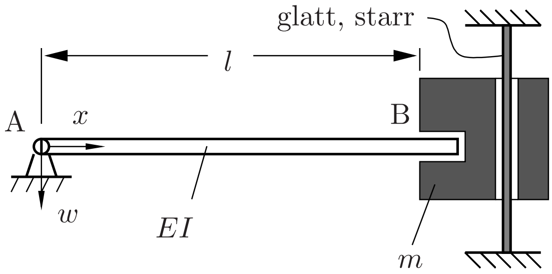
Geg.: $m = 35\,\mathrm{kg}$, $R = 0{,}5\,\mathrm{m}$, $\omega_2 = 15\,\mathrm{s}^{-1}$, $\omega_1 = 8\,\mathrm{s}^{-1}$, $a = 1\,\mathrm{m}$, $b = 0{,}75\,\mathrm{m}$

Bestimmen Sie die Kraft S im Seil CD unter der Annahme, dass die Masse der Scheibe deutlich größer ist als die Massen der anderen Teile.

Literatur: [5, S. 153-160]

3 Schwingungen

136. Ein masseloser Balken (Länge l, Biegesteifigkeit EI) ist bei A gelenkig gelagert und bei B in eine Hülse gesteckt, die dem Balken dort eine horizontale Tangente aufzwingt. Die Hülse (Masse m) kann auf einer starren Stange in vertikaler Richtung reibungsfrei gleiten. Der Balken schwingt ausschließlich in Querrichtung.

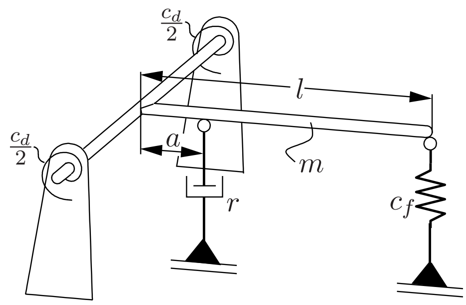


   (a) Wie lautet die Bewegungsdifferentialgleichung für die vertikale Bewegung der Masse m?

   (b) Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz ω?

   Geg.: EI, l, m

137. Ein homogener Stab der Masse m ist wie skizziert gelagert. Die Masse des Verbindungselementes zwischen den Drehfedern sei vernachlässigbar klein.



   (a) Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung des Systems auf.

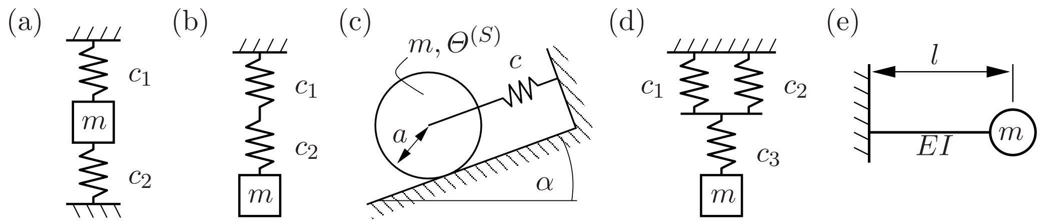
   (b) Berechne Sie die Eigenkreisfrequenz ω für kleine Auslenkungen.

   (c) Geben Sie die Lösung der DGL (bei kleinen Auslenkungen) für die Anfangsbedingungen:

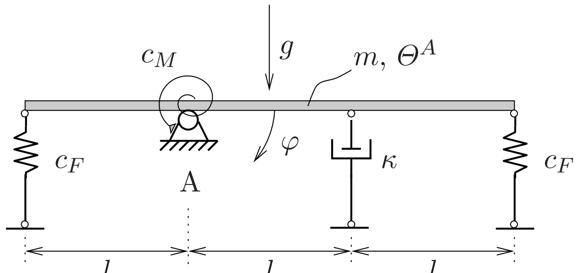
$$\varphi(t=0) = 0 \quad \text{und} \quad \dot{\varphi}(t=0) = \Omega_0 \quad \text{an.}$$

   Geg.: c_d, c_f, m, a, l, Ω_0

138. Berechnen Sie die Eigenkreisfrequenzen der folgenden Systeme im Erdschwerefeld!



139. Bei einem homogenen, starren Stab (Masse m) seien die Federn in horizontaler Lage entspannt. Die Bewegung des Stabs sei mit φ beschrieben mit $|\varphi| << 1$. Das System sei schwach gedämpft.



(a) Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für φ auf, und definieren Sie Abklingkonstante δ und Kreisfrequenz ω_0 geeignet. Geben Sie die Eigenkreisfrequenz des gedämpften Systems ω^* an.

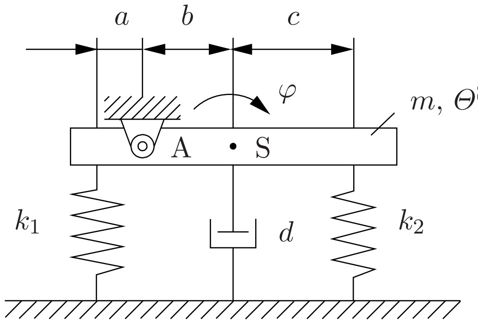
(b) Geben Sie die statische Ruhelage φ_{stat} an, und transformieren Sie die inhomogene Differentialgleichung für φ in eine homogene Differentialgleichung für $\tilde{\varphi}$, so dass gilt $\tilde{\varphi} = \varphi - \varphi_{\text{stat}}$.

(c) Geben Sie die spezielle (homogene) Lösung der transformierten Differentialgleichung an für die Anfangsbedingungen

$$\tilde{\varphi}(t = 0) = \varphi_{\text{stat}} \qquad \dot{\tilde{\varphi}}(t = 0) = 0$$

Geg.: m, Θ^A, c_M, c_F, κ, l, g

140. Das nebenstehend skizzierte ebene System besteht aus einem starren Körper (Masse m, Massenträgheitsmoment Θ^{S} bezüglich des Schwerpunktes S) und soll für kleine Ausschläge und schwache Dämpfung untersucht werden. Die Federn seien für die gezeichnete Lage entspannt.



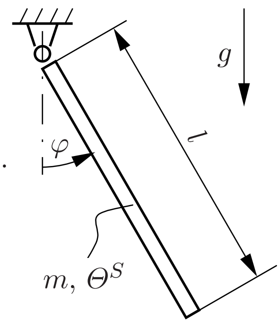
(a) Bestimmen Sie die Schwingungsdifferentialgleichung (Koordinate φ).

(b) Berechnen Sie die Eigenkreisfrequenz des gedämpften und des ungedämpften Systems.

(c) Geben Sie für den Fall $k_1 = 2k_2$, $a = b = c$ eine Beziehung (Ungleichung) zwischen k_2 und d an, bei der eine Schwingung des gedämpften Systems überhaupt erst möglich ist.

Geg.: a, b, c, m, Θ^{S}, k_1, k_2, d

141. Der dargestellte Stab pendelt unter dem Einfluß der Schwerkraft.



(a) Stelle die Bewegungsdifferentialgleichung auf!

(b) Für kleine Auslenkungen kann das Problem linearisiert werden. Gib die entsprechende Differentialgleichung an!

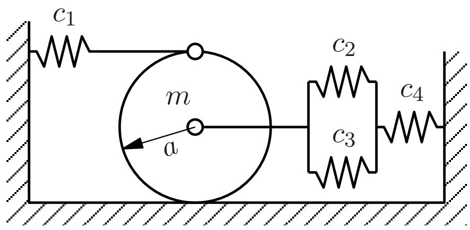
(c) Löse diese Differentialgleichung mit den Anfangsbedingungen $\varphi(t = 0) = \varphi_0$ und $\dot{\varphi}(t = 0) = 0$!

(d) Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz des Systems?

Geg.: g, m, l, $\Theta^S = \frac{1}{12}ml^2$

142. Die dargestellte homogene Kreisscheibe rollt ohne Schlupf. Berechnen Sie die Eigenkreisfrequenz des Systems für kleine Auslenkungen.

Geg.: $c_1 = c_2 = c$, $c_3 = \frac{c}{2}$, $c_4 = 3c$, m, a, $\Theta^S = \frac{1}{2}ma^2$,

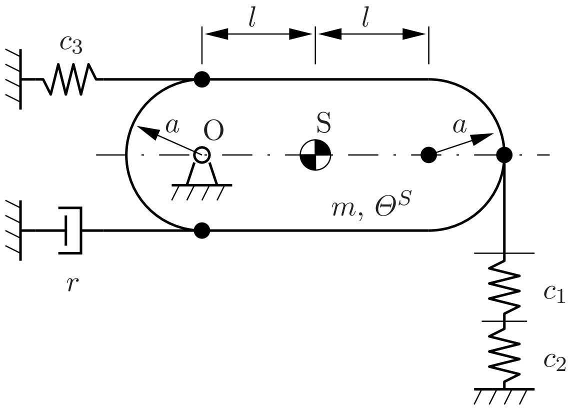


143. Ermitteln Sie für das skizzierte System bei kleinen Ausschlägen

(a) die Bewegungsdifferentialgleichung,

(b) die Eigenfrequenz des schwach gedämpften und des ungedämpften Systems.

Geg.: a, l, c_1, c_2, c_3, r, m, Θ^S

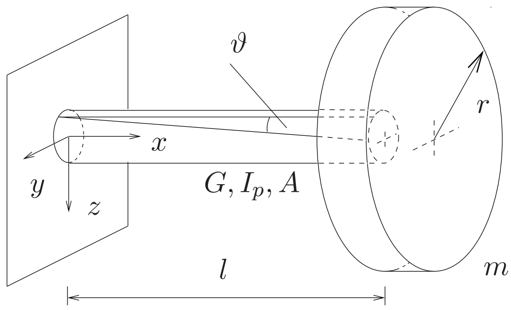


144. Ein eingespannter, masseloser Stab mit kreisförmigem Querschnitt trägt an seinem Ende eine Einzelmasse. Geeignete Anfangsbedingungen lassen den Stab um seine Längsachse schwingen.

(a) Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für die Drehbewegung der Endmasse auf.

(b) Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenz ω.

Geg.: l, m, G, I_p, A, r



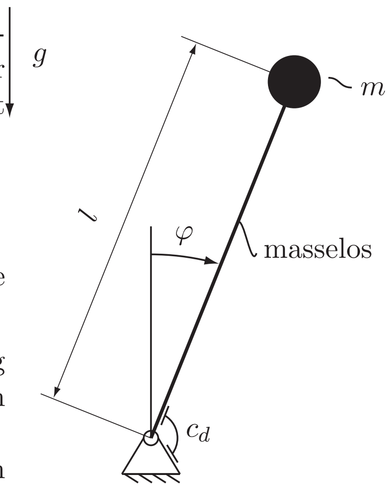
145. Gegeben ist ein mathematisches Überkopfpendel mit Pendelmasse m und reibungsfrei drehbarer masseloser Stange der Länge l. Eine Drehfeder (Rückstellmoment $M = c_d\,\varphi$) wirkt rückstellend.

(a) Leiten Sie die Bewegungsgleichung in φ her.

(b) Linearisieren Sie die Bewegungsgleichung für kleine Winkel φ.

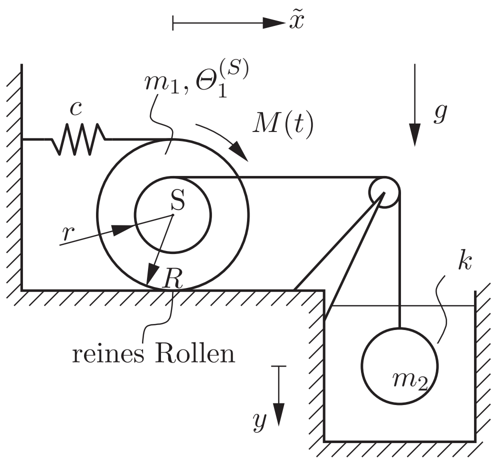
(c) Wie groß muss c_d sein, damit es zu einer Schwingung um $\varphi = 0$ kommen kann (ausgehend von der linearen Bewegungsgleichung aus Aufgabenteil (b))?
Schreiben Sie dazu die Bewegungsgleichung in die Form $\ddot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0$ um und geben Sie ω_0^2 an.

Geg.: m, l, g, c_d (außer in Aufgabenteil (c))



146. Das skizzierte System wird durch das Moment $M(t)$ zum Schwingen angeregt. Auf die Rolle (m_1, $\Theta_1^{(S)}$) sind zwei stets straffe Seile gewickelt, eins ist über eine Feder (Steifigkeit c) an die Umgebung gekoppelt, am anderen hängt eine Kugel (m_2) in einem Behälter mit einer zähen Flüssigkeit. Der Strömungswiderstand der Kugel ist proportional zur Geschwindigkeit mit dem Widerstandskoeffizienten k. Alle anderen Widerstände, die Masse der Umlenkrolle sowie der hydrostatische Auftrieb der Kugel sollen vernachlässigt werden. Die Feder ist bei $\tilde{x} = 0$ entspannt.

    (a) Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung des Systems für $\tilde{x}$.
    (b) Berechnen Sie die statische Ruhelage x_{stat} für den Fall $M(t) = 0$.
    (c) Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung um die statische Ruhelage (in der Variable $x = \tilde{x} - x_{\text{stat}}$).
    (d) Bestimmen Sie die Eigenfrequenz und den Dämpfungsgrad D.



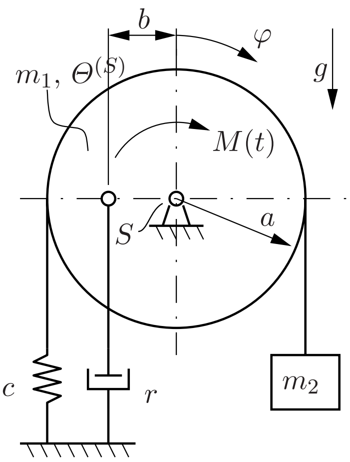
Geg.: m_1, m_2, $\Theta_1^{(S)}$, $M(t) = M_0 \cos \Omega t$, M_0, Ω, g, c, k, r, R, g

Literatur: Ernst Lehr (1896 - 1944, Deutschland), „Schwingungstechnik", 1930, 1934

147. Die partikuläre Lösung einer Schwingungsdifferentialgleichung stellt den eingeschwungenen, stationären Zustand des zwangserregten Systems dar. Berechne die stationären Lösungen der folgenden Schwingungsdifferentialgleichungen und stelle sie in der Form $\hat{A}\cos(\omega t + \varphi)$ dar, wobei $\hat{A}$ die (reelle) Schwingungsamplitude und φ die Phasenverschiebung darstellt.

    (a) $\ddot{y} + \gamma \dot{y} + \omega_0^2 y = F \cos \Omega t$
    (b) $\ddot{y} + \gamma \dot{y} + \omega_0^2 y = F \sin \Omega t$
    (c) $\ddot{y} + \gamma \dot{y} + \omega_0^2 y = F_1 \cos \Omega_1 t + F_2 \sin \Omega_2 t$

148. Ein schwach gedämpftes schwingungsfähiges System wird durch $M(t) = M_0 \sin \lambda t$ angeregt. In der skizzierten Stellung ist die Feder spannungsfrei.



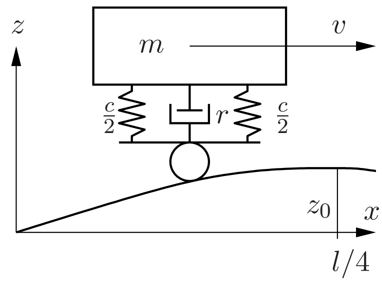
    (a) Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für kleine Auslenkungen φ!
    (b) Geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung an und passen Sie diese den folgenden Anfangsbedingungen an:

$$\varphi(t = 0) = \frac{m_2 g}{ca} \qquad \text{und} \qquad \dot{\varphi}(t = 0) = 0$$

    (c) Wie groß sind Amplitude und Phasenwinkel im eingeschwungenen Zustand?

Geg.: a, b, c, r, M_0, λ, m_1, $\Theta^{(S)}$, m_2, g

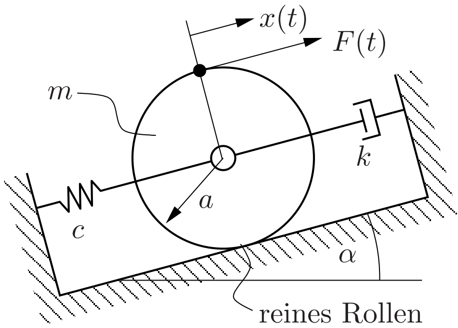
149. Ein gefederter und gedämpfter einachsiger Anhänger rollt mit konstanter Geschwindigkeit v durch sinusförmige Bodenwellen mit der Wellenlänge l und der Amplitude z_0. Untersuchen Sie für den stationären Zustand den Einfluß der Parameter z_0, v, m, c und r auf die Amplitude V und die Phasenverschiebung φ der Schwingung und die Achskraft F_a.



Geg.: l, z_0, v, m, c, r, g

Literatur: [5, S. 218-226]

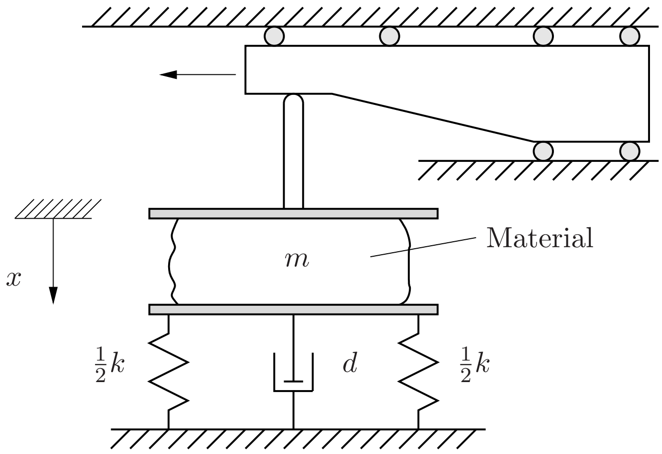
150. An einer homogenen Kreisscheibe greift wie skizziert eine harmonische Erregerkraft $Ft)$ an.



Die Auslenkung aus der statischen Ruhelage wird durch $x(t)$ beschreiben. Berechne den stationären (eingeschwungenen) Zustand des Systems (Amplitude und Phasenlage) bei kleinen Auslenkungen.

Geg.: $F(t) = F_0 \cos \Omega t$, m, c, k, a

151. Eine Drucksinterpresse soll für erste Untersuchungen als Einmassenschwinger modelliert werden. Die Masse m umfaßt neben der Masse des zu verdichtenden Materials auch die Masse der sich vertikal bewegenden Teile der Maschine. Durch die horizontale Zustellbewegung wird eine Kraft $F(t) = ft$ in vertikaler Richtung auf die obere Plattform der Presse ausgeübt.



Für die Auslegung der Sinterpresse muß die Systemantwort $x(t)$ auf die linear zunehmende Kraft $F(t)$ bekannt sein. Beachten Sie, daß zu Beginn Auslenkung und Geschwindigkeit 0 sind.

Die Berechnung soll in den folgenden Schritten erfolgen:

(a) Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung auf.

(b) Zeigen Sie, daß man die Bewegungsdifferentialgleichung auf die dimensionslose Form

$$q'' + 2Dq' + q = \tau$$

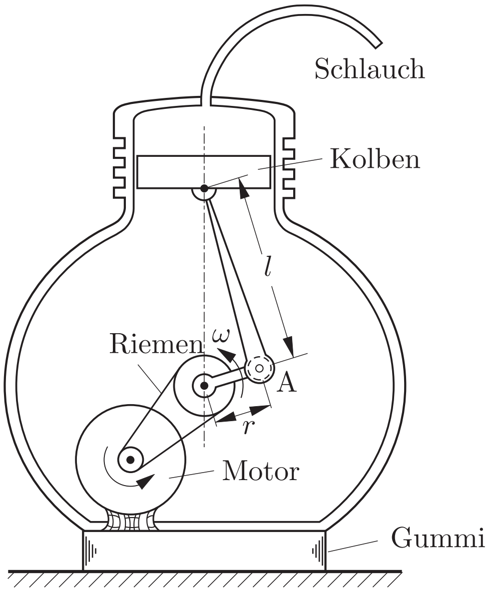
bringen kann.

(c) Bestimmen Sie nun die gesuchte Systemantwort, wenn man 10% Dämpfung ($D = 0{,}1$) annimmt. Skizzieren Sie die Lösung.

Geg.: m, k, d, f

Literatur: [5, S. 214-226]

152. Ein Einzylinder-Luftkompressor (Masse 100 kg) ist über Gummifedern am Boden befestigt. Die Steifigkeit- und Dämpfungswerte betragen $10^6\,\mathrm{N\,m^{-1}}$ bzw. $2000\,\mathrm{N\,s\,m^{-1}}$. Nehmen Sie an, daß die Unwucht des Kompressors äquivalent zu einer Masse von 0,1 kg, befestigt am Ende der Kurbel (Punkt A), ist. Für die Längen gilt: $r = 10\,\mathrm{cm}$ und $l = 40\,\mathrm{cm}$.



Das Schwingungsverhalten des Kompressors im eingeschwungenen Zustand soll in Abhängigkeit von der Kurbel-Drehzahl n untersucht werden.

Die Aufgabe soll in den folgenden Schritten bearbeitet werden:

(a) Skizzieren Sie ein Ersatzsystem.

(b) Leiten Sie die Bewegungsdifferentialgleichung, die zur Berechnung des eingeschwungenen Zustands benötigt wird, für das mechanische Ersatzsystem her.

(c) Zeigen Sie, dass sich für

$$y'' + 2Dy' + y = \eta^2 \cos(\eta\tau) \ ,$$

mit $y = y(\tau)$, die Vergrößerungsfunktion

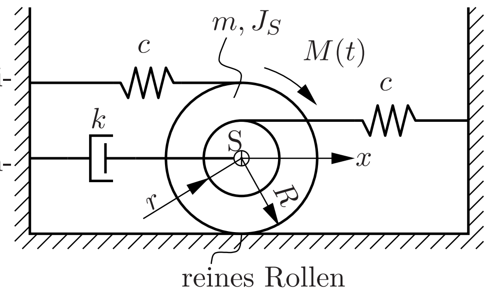
$$V = \frac{\eta^2}{\sqrt{\left(1-\eta^2\right)^2 + 4D^2\eta^2}}$$

ergibt.

(d) Skizzieren Sie die Amplitude der erzwungenen Schwingungen in Abhängigkeit von der Drehzahl n. Wie groß ist die Amplitude bei einer Kurbel-Drehzahl von $3000\,\mathrm{U\,min^{-1}}$? In welchem Drehzahlbereich darf der Kompressor nicht betrieben werden, wenn die Amplitude 0,2 mm im Dauerbetrieb nicht überschreiten darf?

Literatur: [5, S. 214-226]

153. Das skizzierte System wird durch das Moment $M(t)$ zum Schwingen angeregt.



(a) Schneiden Sie die Masse m frei! (Skizze)

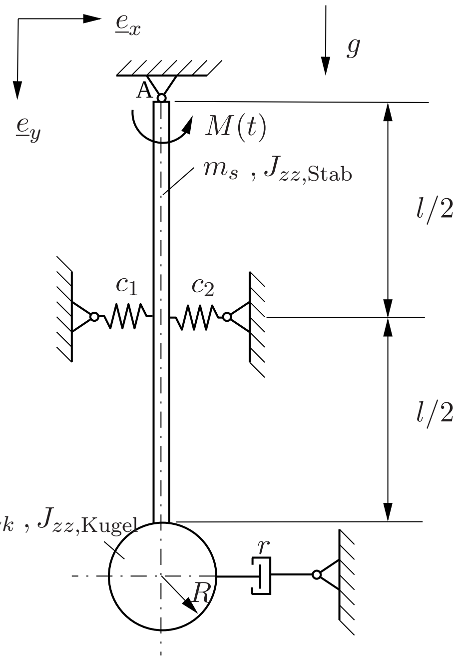
(b) Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung in der Schwerpunktskoordinate x!

(c) Bestimmen sie die Amplitude und den Phasenwinkel der stationären Schwingung!

Geg.: m, J_S, $M(t) = M_0 \cos\Omega t$, M_0, Ω, g, c, k

154. Das skizzierte ebene Pendel besteht aus einem kreiszylindrischen, schmalen Stab der Länge l, an dessen Ende eine Kugel (Radius R) befestigt ist. Durch ein Moment $M(t) = M_0 \cos(\Omega t)$ wird das System erregt. Sowohl die Kugel als auch der Pendelstab sind als Starrkörper anzunehmen.

(a) Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung des Systems für kleine Drehwinkel. Beachten Sie die in der Legende angegebenen Vereinfachungen.



Bearbeiten Sie nachfolgende Aufgaben ausgehend von der Bewegungsdifferentialgleichung für den Drehwinkel $\varphi(t)$:

$$\ddot{\varphi} + \frac{10r}{7m}\dot{\varphi} + \frac{5g}{7R}\varphi = \frac{5M_0}{56mR^2}\cos(\Omega t)$$

(b) Geben Sie die Eigenkreisfrequenz des ungedämpften und gedämpften Systems an.

(c) Berechnen und skizzieren Sie für den eingeschwungenen Zustand die Amplitude der Schwingung (Amplitudenfrequenzgang).

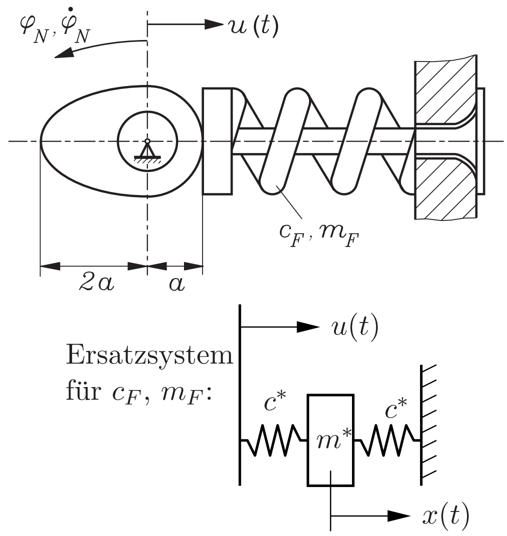
Geg.: $c_1 = c_2 = \frac{mg}{R}$, $l = 3R$, $m_k = \frac{m}{2}$, $m_s = m$, $M(t)$, g, r, R, Ω, l, m

Massenträgheitsmoment bzgl. des jeweiligen Schwerpunktes: Kugel: $J_{zz,\text{Kugel}} = \frac{2}{5}m_k R^2$

Stab: $J_{zz,\text{Stab}} \approx \frac{1}{12}m_s l^2$

155. Das Ventil eines 4-Takt-Motors wird durch den mit $\Omega = \dot{\varphi}_N$ rotierenden Nocken in eine harmonische Bewegung $u(t)$ versetzt und dabei durch die massebehaftete Ventilfeder (Konstante c_F) gegen den Nocken gedrückt.

Für eine näherungsweise Berechnung der Schwingungen der Ventilfeder wird ein Ersatzsystem aus zwei idealen Federn c^* und einer Masse $m^* = \frac{1}{3}m_F$ gebildet.

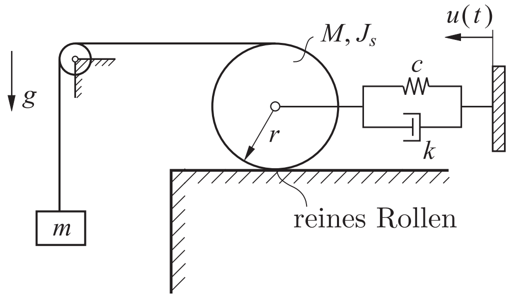


(a) Bestimme $u(t)$ und ein geeignetes c^*!

(b) Berechne die Bewegung $x(t)$ der Ersatzmasse m^* für den stationären (eingeschwungenen) Fall.

Geg.: a, c_F, m_F, φ_N, $m^* = \frac{1}{3}m_F$

156. Das skizzierte System (homogene Kreisscheibe M, J_s, masselose Umlenkrolle, ideales Seil, Masse m, lineare Feder c, linearer Dämpfer k) erfährt eine Fußpunkterregung $u(t) = \hat{u}\cos\Omega t$.



(a) Wieviele Freiheitsgrade hat das System?

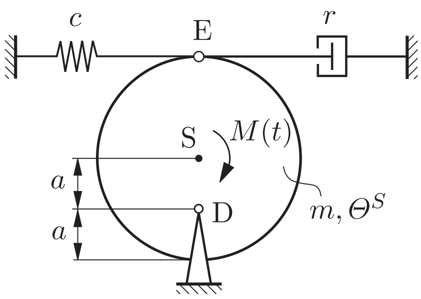
(b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Bewegung des Scheibenschwerpunktes auf.

(c) Berechnen Sie die Lösung im eingeschwungenen Zustand.

(d) Wie kann man die Seilkraft berechnen?

Geg.: M, m, $J_s = \frac{1}{2}Mr^2$, c, k, r, $\hat{u}$, Ω, g

157. Das skizzierte System wird von einem im Massenmittelpunkt S angreifenden Moment angetrieben. Nach einer Einschwingphase stellt sich ein stationärer Zustand mit kleinen Ausschlägen ein. (Gravitation spielt keine Rolle.)



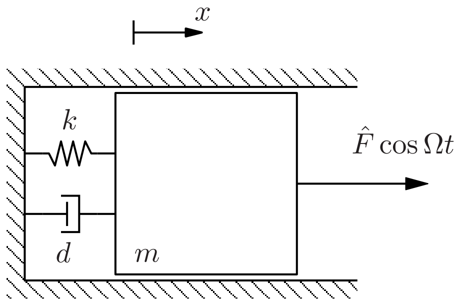
(a) Bestimmen Sie die lineare Bewegungsdifferentialgleichung!

(b) Wie groß ist die Kreisfrequenz der freien gedämpften Schwingung?

(c) Bestimmen Sie die Amplitude und den Phasenwinkel der stationären Schwingung!

Geg.: a, r, c, m, $\Theta^S = 2ma^2$, $M(t) = M_0\cos\Omega t$

158. Bei fremderregten Schwingern hängt die zu erwartende Amplitude der Systemantwort bei gegebenen Parametern des Schwingers von der Erregerfrequenz ab. Diese Abhängigkeit wird häufig über eine sogenannte Vergrößerungsfunktion V ausgedrückt, die im folgendenen für den abgebildeten Einmassenschwinger hergeleitet werden soll. Die Dämpfung sei so gering, daß es tatsächlich zu Schwingungen kommt.



(a) Zeigen Sie, daß die Schwingungen des abgebildeten Einmassenschwingers durch die Differentialgleichung

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = \hat{F}\cos\Omega t \tag{1}$$

beschrieben werden.

(b) Leiten Sie die dimensionslose Form

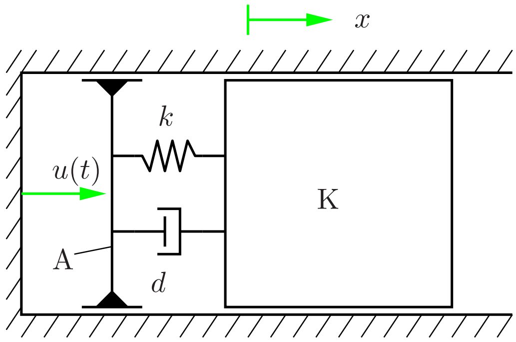
$$\xi'' + 2D\xi' + \xi = \cos\eta\tau \tag{2}$$

der Differentialgleichung (1) her. Welche Beziehungen gelten zwischen x und ξ sowie zwischen t und τ?

(c) Bestimmen Sie mittels (2) die Vergrößerungsfunktion V, die als Quotient aus Amplitude im eingeschwungenen Zustand und statischer Absenkung unter der Wirkung der Kraft $\hat{F}$ definiert sein soll.

159. Ein Körper K mit der Masse m ist über eine Feder und einen Dämpfer mit dem Anregungskolben A verbunden, der eine vorgegebene schwingende Bewegung $u(t)$ ausführt. $x(t)$ bezeichnet die Verschiebung des Körpers K gegen den spannungslosen Ruhezustand. Im Ruhezustand gilt für den Anregungskolben A: $u_{\text{Ruhe}} = 0$.

Geg.: m, d, k, $u(t) = \hat{u}\cos\Omega t$, $\hat{u}$, Ω



(a) Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung des skizzierten Systems auf.

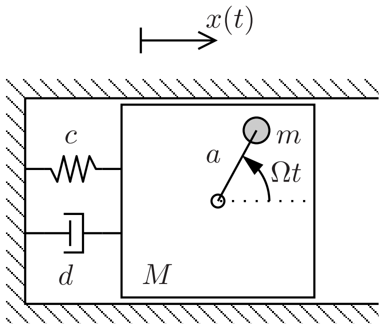
(b) Bestimmen Sie die Schwingungsamplitude $|\hat{x}|$ des Körpers K im eingeschwungenen Zustand als Funktion der Erregerkreisfrequenz Ω. **Tipp:** Verwenden Sie geeignete Abkürzungen.

(c) Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf dieser Abhängigkeit bei kleinen Dämpfungen. Geben Sie explizit die Werte an für $\Omega = 0$ und $\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

160. Eine Maschine der Gesamtmasse M sei wie skizziert gegen das Fundament gelagert. Im Innern rotiert eine Punktmasse m an einem Hebel der Länge a mit konstanter Winkelgeschwindigkeit Ω. Die Feder sei für $x = 0$ spannungsfrei, die Führung reibungsfrei.

Bestimme Sie die Bewegungsgleichung, Amplitude und Phasenlage der Schwingung und den Verlauf $x(t)$.

Geg.: M, m, c, d, a, Ω, $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$

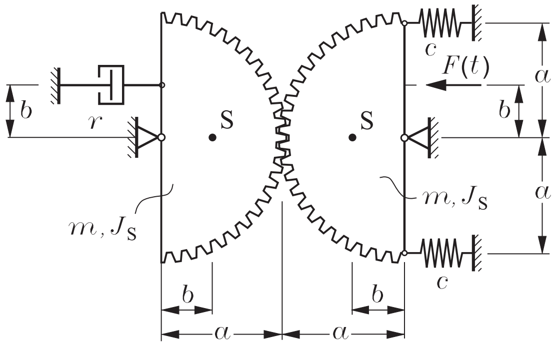


161. Das skizzierte System besteht aus zwei Zahnscheiben, zwei Federn und einem Dämpfer und wird von der oszillierenden Kraft $F(t)$ angetrieben. Die Federn sind in der skizzierten Lage entspannt.

(a) Bestimme die lineare Bewegungsdifferentialgleichung!

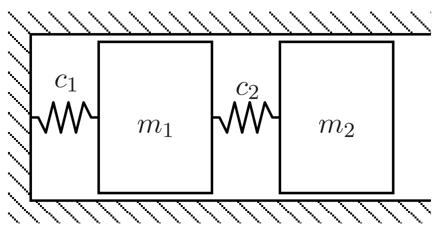
(b) Bestimme die Kreisfrequenz der <u>freien</u> gedämpften Schwingung!

(c) Bestimme die Amplitude und den Phasenwinkel der stationären Schwingung!



Geg.: a, b, r, c, m, J_S, $F(t) = F_0 \cos\Omega t$, F_0, Ω

162. Im skizzierten System soll die Reibung vernachlässigt werden.

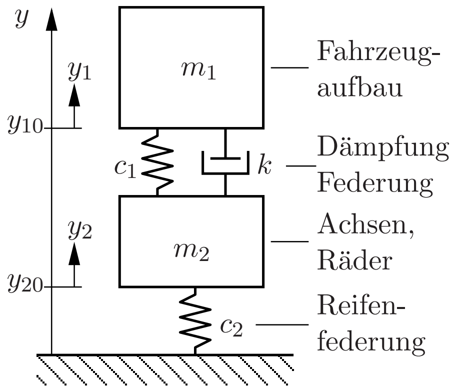


(a) Stelle die Bewegungsdifferentialgleichungen auf!

(b) Bestimme die Eigenfrequenzen und Eigenformen der Schwingung und gib die allgemeine Lösung der Schwingungsdifferentialgleichung an!

Geg.: $c_1 = 2c$, $c_2 = c$, $m_1 = 2m$, $m_2 = m$

163. Die Vertikalschwingungen eines Automobils können durch das gezeichnete Ersatzmodell beschrieben werden. Durch die Koordinaten y_{10}, y_{20} ist die Ruhelage des Systems gekennzeichnet.



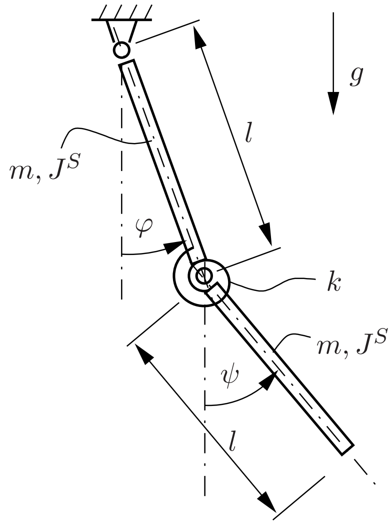
(a) Bestimme die Bewegungsdifferentialgleichung(en) des Systems!

(b) Wie lautet die charakteristische Gleichung?

(c) Welche Eigenwerte (Eigenkreisfrequenzen) hat das System ohne Dämpfung ($k = 0$)?

Geg.: $m_1 = 600$kg, $m_2 = 40$kg, $c_1 = 150$N/cm, $c_2 = 1600$N/cm

164. Untersucht werden soll das skizzierte System bei kleinen Ausschlägen. Als Lagekoordinaten sollen die Drehwinkel φ und ψ gegen die Senkrechte verwendet werden.

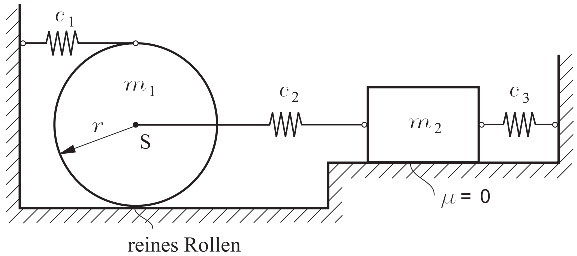


(a) Stellen Sie das lineare Bewegungsdifferentialgleichungssystem auf!

(b) Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenzen und die zugehörigen Eigenschwingungsmoden für den Fall $k = \frac{1}{3}mgl$.

Geg.: m, L, $J^S = \frac{1}{12}ml^2$, k, g

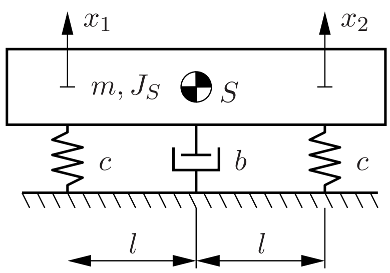
165. (a) Für das skizzierte System stelle man das Bewegungsdifferentialgleichungssystem auf und schreibe es auf Matrizenform um. Es sollen <u>von vornherein</u> kleine Auslenkungen angenommen werden.



(b) Man berechne die Eigenkreisfrequenzen und die dazugehörigen Eigenformen des Systems.

Geg.: $c_1 = \frac{1}{4}c\,, \quad c_2 = c_3 = c\,, \quad m_1 = \frac{2}{3}m\,, \quad m_2 = m, \quad \Theta_S = \frac{1}{2}m_1r^2, \quad r$

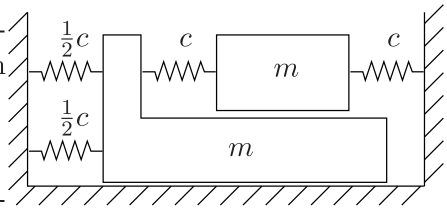
166. Ein starrer Stab ist auf zwei Federn und einem Dämpferelement gelagert. Es sollen kleine Auschläge ausschließlich in senkrechter Richtung und schwache Dämpfung angenommen werden. Die Gravitation wird vernachlässigt.



Berechnen Sie die Eigenfrequenzen und Eigenformen des Systems.

Geg.: l, c, b, m, $J_S = ml^2$

167. Im skizzierten schwingungsfähigen System soll die Reibung vernachlässigt werden.



(a) Schneiden Sie die einzelnen Massen frei und stellen Sie das Bewegungsdifferentialgleichungssystem auf.

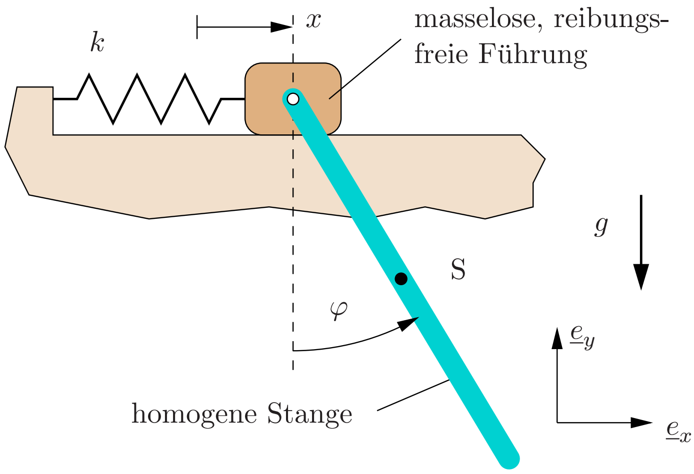
(b) Stellen Sie die charakteristische Gleichung auf.

(c) Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenzen und dazugehörigen Eigenformen des Systems.

Geg.: m, c

168. Das abgebildete mechanische System besteht aus einer homogenen, dünnen Stange (Länge l, Masse m), die über eine masselose, reibungsfreie Führung geführt wird. Die Feder sei entspannt, wenn $x = 0$. Der Schwerpunkt sei mit S bezeichnet. Für das Massenträgheitsmoment bezüglich des Schwerpunktes gilt bekanntermaßen

$$J^{\mathrm{S}} = \frac{1}{12} m l^2 \qquad .$$



Hinweis Die Aufgabenteile (c) und (d) können unabhängig von den vorhergehenden Teilen gelöst werden.

(a) Berechnen Sie die Beschleunigung $\underline{a}_{\mathrm{S}}$ von S gegenüber der ruhenden Umgebung als Funktion von x, φ und ihren Zeitableitungen (kinematisches Problem) in der Basis $\underline{e}_x$, $\underline{e}_y$.

(b) Stellen Sie nun die Bewegungsdifferentialgleichungen für das System auf. Beachten Sie, dass $-\frac{1}{2}\pi < \varphi < \frac{1}{2}\pi$ gilt. Bestimmen Sie die statische Ruhelage.

(c) Betrachtet werden im folgenden kleine Schwingungen um die stabile Gleichgewichtslage. Eine Modalanalyse liefert für den Fall $mg \ll kl$ die Eigenkreisfrequenzen

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{3g}{2l}} \cdot \sqrt{1 - \frac{9mg}{8kl}} \quad \text{und} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{9g}{2l}} \cdot \sqrt{1 + \frac{8kl}{9mg}} \qquad .$$

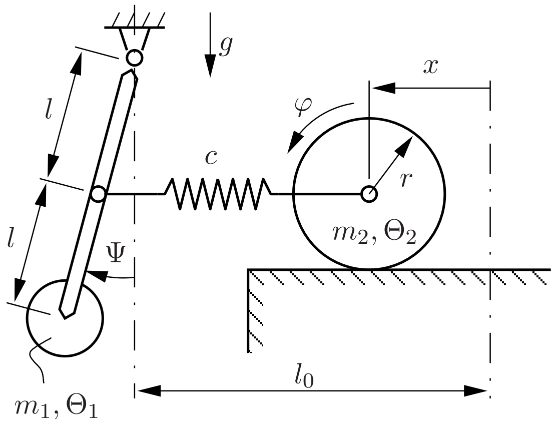
Wieviele weitere Eigenkreisfrequenzen besitzt das System? Begründen Sie Ihre Antwort.

Wie lautet die zur Eigenkreisfreqenz ω_1 gehörende Eigenform im Grenzfall einer unendlich steifen Feder? Geben Sie den zugehörigen Eigenvektor an.

(d) Zeigen Sie durch geeignete Berechnungen, dass im Fall einer sehr steifen (**nicht** unendlich steifen) Feder ($mg \ll kl$) bei freien Schwingungen des Systems keine Schwebungen auftreten können. Nutzen Sie die in Aufgabenteil (c) angegebenen Eigenkreisfrequenzen.

Geg.: m, g, k, l

169. Das skizzierte System schwingt mit kleinen Auslenkungen. Die Feder und der Pendelstab sind masselos. Die Länge der entspannten Feder ist l_0.

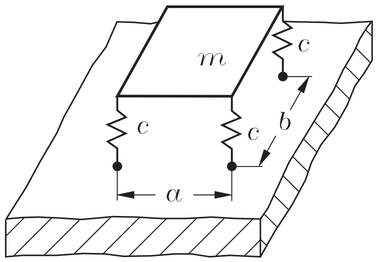


(a) Stelle die Schwingungsdifferentialgleichung (in Matrixschreibweise, ohne die Spezialisierung in Teil b) auf!

(b) Bestimme die Eigenkreisfrequenzen als Funktion von c und m für folgenden Spezialfall: $m_1 = \frac{m}{33}$, $m_2 = m$, $\Theta_1 = \frac{1}{66}mr^2$, $\Theta_2 = \frac{1}{2}mr^2$, $l = 2r$, $c = \frac{mg}{33r}$

Geg.: m_1, m_2, Θ_1, Θ_2, l, r, c, g, l_0

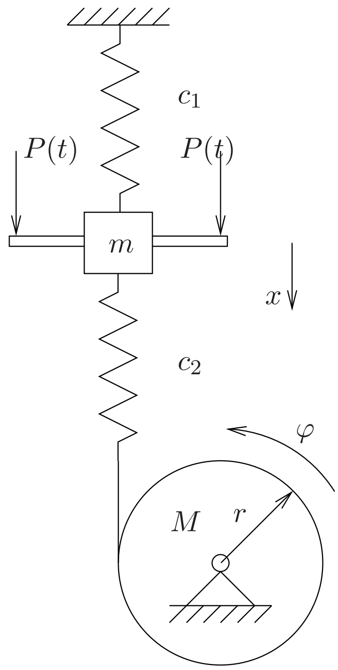
170. Eine starre Rechteckplatte ist federnd in ihren Ecken gelagert. Berechne die Eigenkreisfrequenzen und -formen.



Berücksichtige dabei nur kleine Ausschläge senkrecht zur Plattenebene!

Geg.: a, b, c, m

171. Bestimmen Sie für das dargestellte System



(a) die Bewegungsdifferentialgleichungen,

(b) die Eigenkreisfrequenzen,

(c) die Bewegungen der beiden Massen für den eingeschwungenen Zustand,

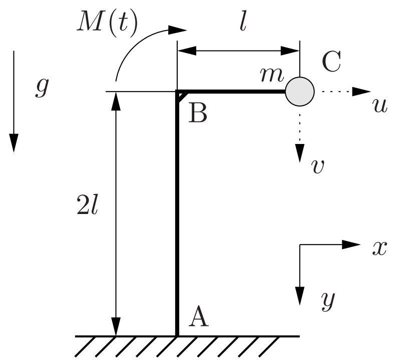
(d) diejenige Erregerfrequenz, bei der die Masse m in Ruhe bleibt,

(e) die kritischen Erregerfrequenzen und

(f) die Vergrößerungsfunktionen!

Geg.: m, M, c_1, c_2, r, $P(t) = \frac{P_0}{2}\cos\Omega t$

Literatur: [1, S. 134 ff]



172. Zwei masselose elastische Balken (Biegesteifigkeit EI) sind zu einem rechtwinkligen Träger zusammengeschweißt. Der Träger ist an einem Ende fest eingespannt und trägt am anderen Ende eine Punktmasse m. Untersucht werden Schwingungen mit kleinen Auslenkungen u und v. Am Punkt B wirkt auf den Träger ein periodisch veränderliches Moment $M(t)$.

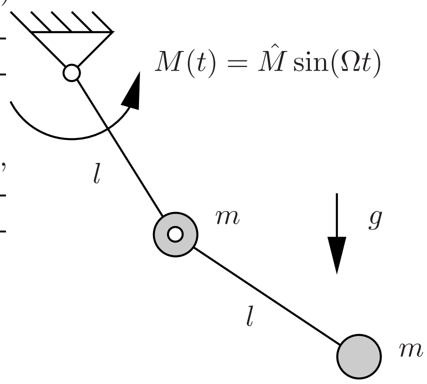
    (a) Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen, die kleine Schwingungen des Systems beschreiben.

    (b) Wie lauten die Eigenfrequenzen des Systems?

    (c) Berechnen Sie die Lösung im eingeschwungenen Zustand für den Fall, daß die Erregerfrequenz Ω nicht eine der Eigenfrequenzen ist.

    Geg.: l, m, g, $M(t) = \hat{M}\sin(\Omega t)$, $\hat{M}$

173. Zwei masselose Stangen der Länge l und zwei identische Punktmassen m bilden wie abgebildet ein Doppelpendel. Untersucht werden Schwingungen mit kleinen Auslenkungen um die stabile Ruhelage. Ausschläge größer als 2° führen zu einem Versagen des Systems. Auf die obere Stange wirkt ein periodisch veränderliches Moment $M(t)$.

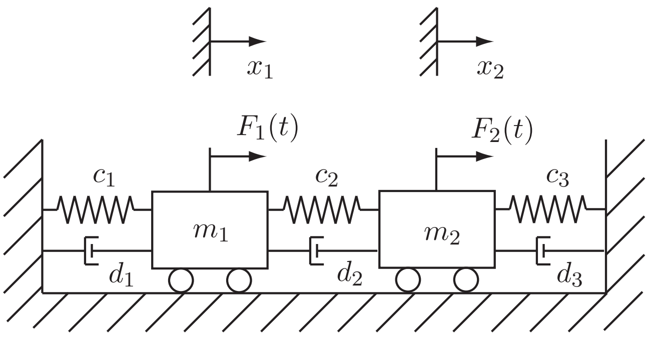


    (a) Kommt es zum Versagen des mechanischen Systems? Begründen Sie Ihre Entscheidung mit geeigneten Berechnungen.

    (b) Als konstruktive Änderung wird vorgeschlagen, einen viskoser Drehdämpfer in das mechanische System einzubauen. Wo ist dieser Dämpfer zu plazieren? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

    Geg.: l, m, g, $M(t) = \hat{M}\sin(\Omega t)$, $\Omega = \sqrt{\frac{(2+\sqrt{2})g}{l}}$, $\hat{M}$

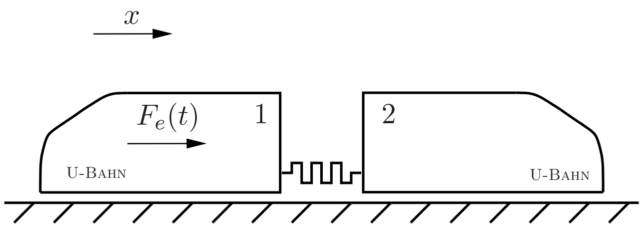
174. Zwei Körper mit den Massen m_1 und m_2 können sich auf der Unterlage horizontal reibungsfrei bewegen. Auf sie wirken die ebenfalls horizontal gerichteten Kräfte $F_1(t)$ und $F_2(t)$. Die Körper sind über die Federn mit den Steifigkeiten c_1, c_2, c_3 und die Dämpfer mit den Dämpfungskonstanten d_1, d_2, d_3 miteinander, sowie der festen Umgebung verbunden (siehe Skizze).



    Federn und Dämpfer werden als masselos und die Körper als Punktmassen betrachtet. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen der beiden Körper in den Koordinaten x_1 und x_2.

    Geg.: m_1, m_2, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3, $F_1(t)$, $F_2(t)$

175. Im Betrieb liegengebliebene U-Bahnzüge werden in der Regel mit betrieblichen Mitteln, d. h. durch den nächstfolgenden Zug von der Strecke geschoben. Wenn beim Abschieben plötzlich die Notbremse ausgelöst wird, kann es zu hohen dynamischen Kräften in den Kupplungen und sogar zum Abriss der Kupplungen kommen.



Für ein erstes Studium der Längsdynamik soll ein sehr stark vereinfachtes Modell zweier U-Bahnen betrachtet werden. Die U-Bahnen seien in sich starr (Zugmasse m) und durch eine lineare Kupplung (Federsteifigkeit k) verbunden. Auf den linken Wagen 1 wirkt die Antriebs- bzw. Bremskraft F_e, auf den defekten rechten Wagen 2 wirkt nur die Kupplungskraft F_k. Der Zugverband fährt nach rechts (positive x-Richtung).

Die maximale Kupplungskraft soll für den Fall berechnet werden, daß die äußere Kraft sich sprungartig von $\hat{F}_e > 0$ (Beschleunigen) zu $-\hat{F}_e < 0$ (Bremsen) ändert.

(a) Zeigen Sie, daß zur Bestimmung der maximalen Kupplungskraft die Betrachtung eines Einmassenschwingers genügt.

(b) Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für den Einmassenschwinger auf. Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz?

(c) Lösen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für die angegebene Anregung und bestimmen Sie die maximale Kupplungskraft.

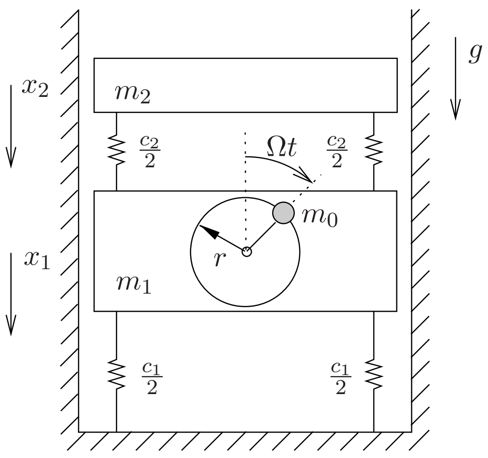
176. Ein federnd gelagerter Rotor mit der Masse m_1 trägt am Radius r eine Unwucht der Masse m_0. Durch ein zweites Federpaar ist eine weitere Masse m_2 mit dem Rotor verbunden.

(a) Die Bewegung soll um die statische Ruhelage beschrieben werden. Die Koordinaten x_1 und x_2 sollen die Lage der Massen in Bezug auf die (bzw. abgemessen von der) statische(n) Ruhelage angeben. Wie groß sind die Federkräfte in der statischen Ruhelage?

(b) Stellen Sie für $\Omega =$ konst. die Bewegungsgleichungen des Systems auf.

(c) Berechnen Sie die Eigenkreisfrequenzen des Systems.

(d) Bei welcher Winkelgeschwindigkeit bleibt der Rotor m_1 in Ruhe ($x_1(t) \equiv 0$)?



Geg.: m_0, m_1, m_2, c_1, c_2, r, Ω, g