

3. Merkblatt

Balken

Die Balkenbiegedifferentialgleichung lautet

$$\ddot{w}(x, t) = -\frac{EI}{\rho A} w''''(x, t) \quad (1)$$

Nach Separation mit Hilfe des Ansatzes $w(x, t) = X(x) \cdot T(t)$ ergeben sich die gewöhnlichen DGLn:

$$\ddot{T} + \omega^2 T = 0 \quad , \quad X'''' - \underbrace{\frac{\omega^2 \rho A}{EI}}_{=: \kappa^4} X = 0 \quad (2)$$

Die Orts-DGL ist 4. Ordnung, daher ergibt sich eine viergliedrige allgemeine Lösung mit vier Konstanten. Zur Bestimmung der Frequenzgleichung werden vier Randbedingungen benötigt.

$$X(x) = A \cos \kappa x + B \sin \kappa x + C \cosh \kappa x + D \sinh \kappa x \quad (3)$$

Erzwungene Balkenschwingungen

Vorgehen:

1. Aufstellen der Bewegungsdifferentialgleichung
2. Ansatz vom Typ der Anregung (Gleichtaktansatz, Ansatz vom Typ der rechten Seite) wählen
3. Finde (oder kenne) die allgemeine Lösung der Orts-DGL
4. Anpassen der allgemeinen Lösung an die Randbedingungen liefert die Werte der Konstanten
5. Rückeinsetzen in den Ansatz liefert die Gesamtlösung
6. Aus den Polstellen der Gesamtlösung können die Resonanzfrequenzen des Systems abgelesen werden

Dieses Vorgehen gilt unter der Voraussetzung, dass

- nur die partikuläre Lösung (die Lösung im eingeschwungenen Zustand) gesucht ist
- die innere Dämpfung des Materials nicht berücksichtigt wird

Arten der Anregung

Systeme können über eine vorgegebene Verformung, eine angreifende Einzelkraft (oder ein Einzelmoment) oder eine verteilte Last zum Schwingen gezwungen werden. Die Anregung wird meist über die Randbedingungen berücksichtigt, nur eine verteilte Last geht direkt in die Bewegungsdifferentialgleichung ein.