# TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

Prof. Dr. Valentin L. Popov
M.Sc. Emanuel Willert

## Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2017/18 – UE 13

### Thema: Quetschströmungen

### Aufgabe 1: Viskose Adhäsion

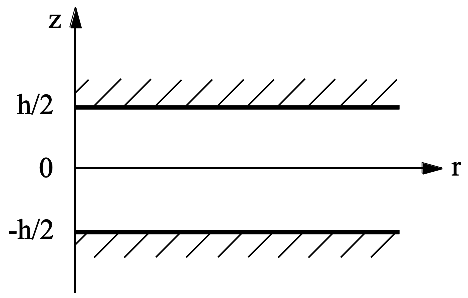
Befindet sich zwischen zwei Körpern eine flüssige Schicht, so können diese weder schnell aneinander gedrückt noch schnell getrennt werden. Der letztere Effekt wird oft als eine Art „Adhäsion" empfunden. Untersuchen Sie die Annäherung einer Kugel mit Radius $R$ an eine starre Platte.
Berechnen Sie die Anpresskraft in Abhängigkeit von der Annäherungsgeschwindigkeit unter der Annahme, dass die Dicke der flüssigen Schicht klein ist gegenüber dem Kugelradius. Die radiale Strömung sei laminar und näherungsweise eben.

### Aufgabe 2: Nicht-lineares Fluid

Berechnen Sie die Geschwindigkeits- und Druckverteilung sowie die gesamte Normalkraft in einer Quetschströmung einer nicht-linearen viskosen Flüssigkeit zwischen zwei runden Platten mit dem Radius $R$. Als rheologisches Gesetz sei

$$\dot{\gamma} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z} = \dot{\gamma}_0 \left( \frac{\tau}{\tau_0} \right)^n \tag{1}$$

angenommen. ($\gamma$ - Scherdeformation, $\dot{\gamma}$ - Schergeschwindigkeit, $\tau_0$ - charakteristische Spannung, im Grenzfall - Fließspannung, $n$ ungerade).



**Lösung Aufgabe 1:**

Das Profil der ebenen Strömung ist durch

$$v_r(z) = \frac{1}{2\eta}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}z(z-h), \quad h(r,t) = h_0(t) + \frac{r^2}{2R} \tag{2}$$

gegeben. Der Volumenstrom durch einen Zylindermantel mit dem Radius $r$ ergibt sich zu

$$Q = 2\pi r\int_0^h v_r(z)\,\mathrm{d}z = -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}\frac{\pi r h^3}{6\eta}. \tag{3}$$

Wegen der Massenerhaltung gilt damit

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}\frac{\pi r h^3}{6\eta} = -\pi r^2 \dot{h} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} = 6\eta r\frac{\dot{h}}{h^3}. \tag{4}$$

Integration dieser Gleichung ergibt dann (da das Integral schnell konvergiert, kann die Obergrenze zu „$\infty$“ gesetzt werden)

$$\begin{aligned} p_{\text{ext}} - p(r) &\approx 6\eta\dot{h}\int_r^\infty \frac{8R^3\rho\,\mathrm{d}\rho}{\left(2Rh_0+\rho^2\right)^3} = \frac{12\eta\dot{h}R^3}{\left(2Rh_0+r^2\right)^2}, \\ F_N &\approx 2\pi\int_0^\infty \left[p(r) - p_{\text{ext}}\right]r\,\mathrm{d}r = -\frac{6\pi\eta\dot{h}R^2}{h_0}. \end{aligned} \tag{5}$$

**Lösung Aufgabe 2:**

Die Strömung sei wiederum als näherungsweise eben und laminar angenommen. Dann behält die Gleichgewichtsbedingung ihre Gültigkeit

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} = \frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}z} := p'. \tag{6}$$

Aus Symmetriegründen ist $\tau(z = 0) = 0$. Daher erhält man folgende Schubspannungsverteilung

$$\tau(z) = p'z \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z} = \dot{\gamma}_0\left(\frac{p'z}{\tau_0}\right)^n. \tag{7}$$

Integration dieser Beziehung und Anwendung der Randbedingung $v(z = h/2) = 0$ führt auf das Geschwindigkeitsprofil

$$v(z) = \frac{\dot{\gamma}_0}{n+1}\left(\frac{p'}{\tau_0}\right)^n\left[z^{n+1} - \left(\frac{h}{2}\right)^{n+1}\right]. \tag{8}$$

Der Volumenstrom ist

$$Q = 2\pi r\int_{-h/2}^{h/2} v(z)\,\mathrm{d}z = -\frac{4\pi r\dot{\gamma}_0}{n+2}\left(\frac{p'}{\tau_0}\right)^n\left(\frac{h}{2}\right)^{n+2} = -\pi r^2\dot{h} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} = 2\tau_0\left(\frac{n+2}{h^{n+2}}\frac{r\dot{h}}{\dot{\gamma}_0}\right)^{1/n}. \tag{9}$$

Integration dieser Gleichung ergibt

$$\begin{aligned} p_0 - p(r) &= 2\tau_0\frac{n}{n+1}\left(\frac{n+2}{h^{n+2}}\frac{\dot{h}}{\dot{\gamma}_0}\right)^{1/n}\left[R^{\frac{n+1}{n}} - r^{\frac{n+1}{n}}\right], \\ F_N &= 2\pi\int_0^R \left[p(r) - p_0\right]r\,\mathrm{d}r = -\frac{2\pi n\tau_0}{3n+1}\left(\frac{n+2}{h^{n+2}}\frac{\dot{h}}{\dot{\gamma}_0}\right)^{1/n}R^{3+\frac{1}{n}}. \end{aligned} \tag{10}$$