TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

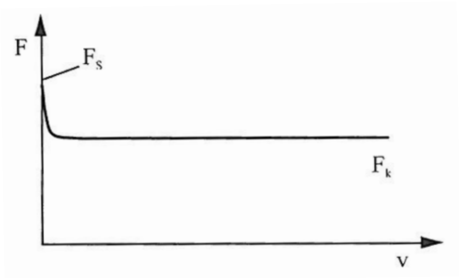
Prof. Dr. Valentin L. Popov
M.Sc. Emanuel Willert

Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2017/18 – UE 11

Thema: Schwingungen und Reibung

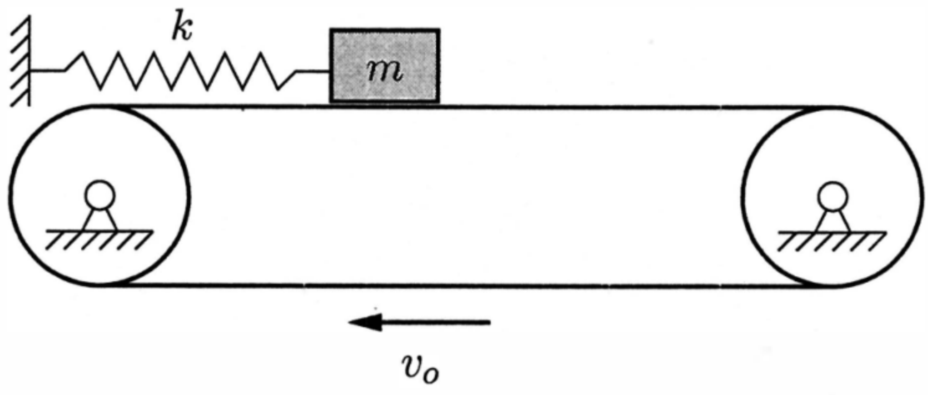
Aufgabe 1: Stick-Slip-Bewegung

Als einfaches Modell einer Reibpaarung soll ein starrer Block, der mittels einer Feder über einen reibungsbehafteten Untergrund gezogen wird, untersucht werden. Es wird angenommen, dass die Reibkraft nur bei sehr kleinen Geschwindigkeiten ($v \approx 0$) erhöht ist und mit steigender Geschwindigkeit sehr schnell auf ein konstantes, niedrigeres Niveau abfällt. Die Feder wird mit einer konstanten Geschwindigkeit v_0 gezogen. Untersuchen Sie das Verhalten des Systems.



Aufgabe 2: Förderband

Ein „endloses" Band läuft mit der konstanten Geschwindigkeit v_0 über zwei Rollen. Auf dem Förderband liegt ein Klotz der Masse m, der über eine Feder der Steifigkeit k an die Umgebung gefesselt ist. Zwischen Klotz und Unterlage wirke eine stets der Relativgeschwindigkeit entgegen gerichtete, betragsmäßig konstante Reibkraft F_R.



(a) Bestimmen Sie die stationäre Lösung (in diesem Fall die Gleichgewichtslage).

(b) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung für eine kleine Störung δx. Welche Bedingung muss die Störung erfüllen, damit die Lösung eine harmonische Schwingung darstellt? Die Anfangsbedingungen der Störung seien

$$\delta x(t=0) = \delta x_0, \quad \delta \dot{x}(t=0) = \delta v_0. \qquad (1)$$

Lösung Aufgabe 1:

Der Block haftet bis zu einem Zeitpunkt

$$t_0 = \frac{F_S}{cv_0}. \tag{2}$$

Die Bewegungsgleichung für die sich anschließende Gleitphase,

$$m\ddot{x} + cx = cv_0\left(t + t_0\right) - F_k = cv_0 t + \left(F_S - F_K\right), \quad x\left(t=0\right) = 0, \quad \dot{x}\left(t=0\right) = 0, \tag{3}$$

hat die Lösung

$$\begin{aligned} x\left(t\right) &= \frac{F_S - F_K}{c}\left[1 - \cos\left(\omega t\right)\right] + \frac{v_0}{\omega}\left[\omega t - \sin\left(\omega t\right)\right], \quad \omega = \sqrt{\frac{c}{m}}, \\ \dot{x}\left(t\right) &= \frac{F_S - F_K}{c}\omega \sin\left(\omega t\right) + v_0\left[1 - \cos\left(\omega t\right)\right]. \end{aligned} \tag{4}$$

Wenn der Block zum Zeitpunkt $t = T$ das erste Mal wieder zur Ruhe kommt, gilt offenbar

$$\frac{F_S - F_K}{c}\omega \sin\left(\omega T\right) + v_0\left[1 - \cos\left(\omega T\right)\right] = 0. \tag{5}$$

Die Federkraft ist in diesem Moment

$$\begin{aligned} F_f &= cv_0\left(T + t_0\right) - cx = F_K + \left(F_S - F_K\right)\cos\left(\omega T\right) + c\frac{v_0}{\omega}\sin\left(\omega T\right) \\ &= F_K + \left(F_S - F_K\right)\cos\left(\omega T\right) + \left(F_S - F_K\right)\frac{\sin\left(\omega T\right)}{\cos\left(\omega T\right) - 1} \\ &= 2F_K - F_S < F_S. \end{aligned} \tag{6}$$

Der Block wird also spontan haften. Danach beginnt der Stick-Slip-Zyklus erneut.

Lösung Aufgabe 2:

(a) Die Gleichgewichtslage ist bestimmt durch die Bedingung $kx_0 = F_R$.

(b) Die Bewegungsgleichung mit einer kleinen Störung $x(t) = x_0 + \delta x(t)$ ist

$$\begin{aligned} & m\ddot{x} + kx = F_R \operatorname{sgn}\left(v_0 - \dot{x}\right) \\ & \to m\delta\ddot{x} + k\delta x = F_R\left[\operatorname{sgn}\left(v_0 - \delta\dot{x}\right) - 1\right], \quad \delta x\left(t=0\right) = \delta x_0, \quad \delta\dot{x}\left(t=0\right) = \delta v_0. \end{aligned} \tag{7}$$

Falls $\delta\dot{x} < v_0$ ist das eine elementare Schwingungs-Gleichung mit der Lösung

$$\delta x\left(t\right) = \delta x_0 \cos\left(\omega t\right) + \frac{\delta v_0}{\omega}\sin\left(\omega t\right), \quad \omega = \sqrt{\frac{c}{m}}. \tag{8}$$

Die maximale Geschwindigkeit dieser Störung muss kleiner sein, als die Geschwindigkeit des Förderbandes, damit sich zu keinem Zeitpunkt die Richtung der Reibung umkehrt, d.h.

$$\delta\dot{x}_{\max} = \sqrt{\delta v_0^2 + \omega^2 \delta x_0^2} < v_0. \tag{9}$$