TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

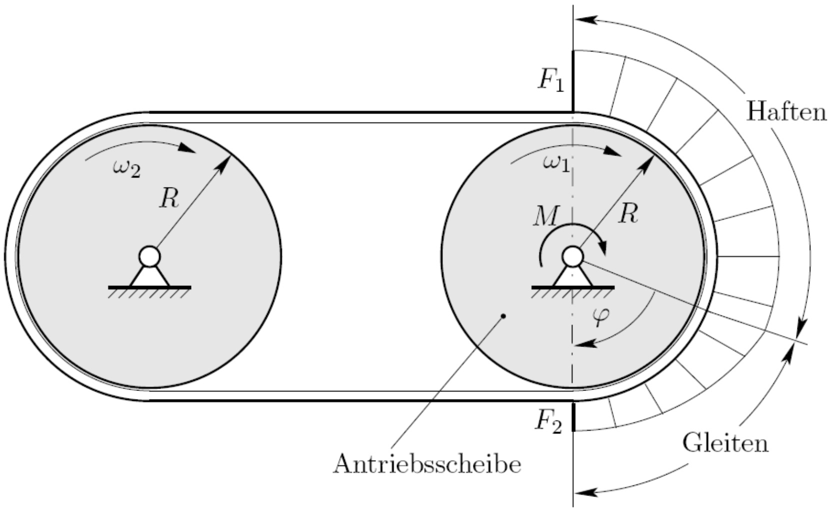
Prof. Dr. Valentin L. Popov
M.Sc. Emanuel Willert

Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2017/18 – UE 09

Thema: Rollkontakt, Schlupf

Aufgabe 1: Riemenantrieb

Der abgebildete Riementrieb soll im Folgenden näher untersucht werden.
Die rechte Scheibe wird durch ein Moment M angetrieben, wodurch sie mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_1 rotiert. Die angetriebene (linke) Scheibe dreht sich hingegen nur mit einer Winkelgeschwindigkeit $\omega_2 < \omega_1$. Sowohl das Haftgebiet, in welchem die Dehnung und damit die Kraft im Riemen (Dehnsteifigkeit EA) konstant gleich F_1 ist, als auch das Gleitgebiet, in welchem die Riemenkraft auf F_2 abnimmt, sind für das Antriebsrad aufgezeigt. Einen entsprechenden Wechsel vom Haften zum Gleiten, charakterisiert über den Winkel φ, gibt es auch am angetriebenen Rad.



(a) Zeigen Sie, dass zwischen dem Winkel φ und den Seilkräften die Euler-Eytelwein-Beziehung

$$F_1 = F_2 \exp(\mu\varphi) \tag{1}$$

besteht und skizzieren Sie Haft- und Gleitgebiet über das angetriebene Rad.

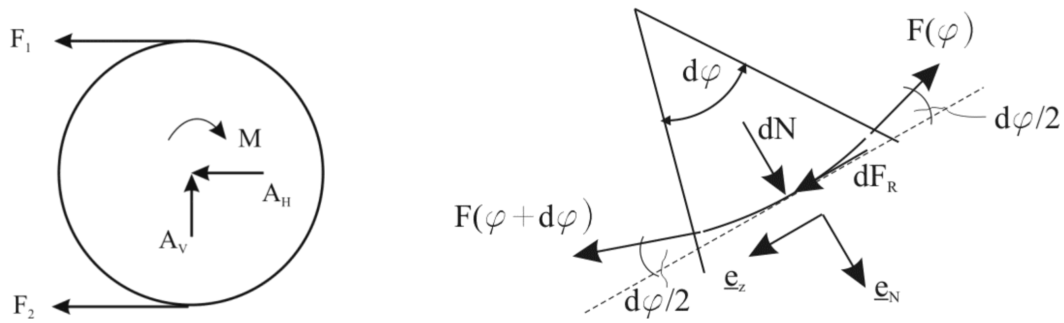
(b) Wie groß ist der Schlupf $s := \dfrac{\omega_2 R - \omega_1 R}{\omega_1 R}$?

(c) Berechnen Sie den Verlust an mechanischer Leistung!

Geg.: E, A, R, M, ω_1

Lösung Aufgabe 1:

Freischnitte der Antriebsscheibe und eines kleinen Riemenelements:



a) Die Antriebsscheibe rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit und ist daher im Momentengleichgewicht um den Auflagerpunkt. Daher ist

$$M = \left(F_1 - F_2\right) R. \tag{2}$$

Damit ist klar, dass F_1 größer ist als F_2. Auswertung des Quasi-Gleichgewichts des Riemenelements in radialer und tangentialer Richtung liefert die Beziehungen

$$\begin{gathered} F\left(\varphi + d\varphi\right) - F\left(\varphi\right) = \mathrm{d}F = -\mathrm{d}F_R = -\mu \mathrm{d}N, \\ \mathrm{d}N = F\mathrm{d}\varphi. \end{gathered} \tag{3}$$

Daraus ergibt sich die Differenzialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}\varphi} = -\mu F, \quad F\left(\varphi = 0\right) = F_1 \tag{4}$$

mit der Lösung aus der Euler-Eytewein-Theorie der Seilreibung

$$F\left(\varphi\right) = F_1 \exp\left(-\mu\varphi\right). \tag{5}$$

b) In den Haftgebieten sind die Riemengeschwindigkeiten durch die rotierenden Scheiben vorgegeben. Wegen der Massenerhaltung ist damit außerdem

$$v_1\rho_1 = v_2\rho_2, \quad \rho_i = \frac{\rho_0}{1+\varepsilon_i} \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega_1 R}{1+\varepsilon_1} = \frac{\omega_2 R}{1+\varepsilon_2}, \tag{6}$$

mit den Dehnungen $EA\varepsilon_i = F_i$. Für den normierten Schlupf ergibt sich daher bei kleinen Dehnungen

$$s = \frac{\omega_2 R - \omega_1 R}{\omega_1 R} = \frac{1+\varepsilon_2}{1+\varepsilon_1} - 1 = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{1+\varepsilon_1} \approx \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \frac{F_2 - F_1}{EA} = -\frac{M}{EAR}. \tag{7}$$

c) Die Verlustleistung durch das Gleiten beträgt

$$P = M\left(\omega_2 - \omega_1\right) = Ms\omega_1 \approx -\frac{M^2\omega_1}{EAR}. \tag{8}$$