

Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2017/18 – UE 05

Thema: Adhäsion in Mikro-Elektromechanischen Systemen (MEMS)

Die Kräfte, die bei mikrotechnischen Systemen relevant sind, sind andere als bei “größeren“ (konventionellen) Systemen. Das hängt damit zusammen, dass das Verhältnis von Oberfläche zu Volumen größer wird, je kleiner die beteiligten Körper sind. Daher spielt Adhäsion in mikroelektromechanischen Systemen (MEMS) häufig eine große Rolle.

Im Folgenden soll eine typische Fragestellung untersucht werden, die im Zusammenhang mit der Auslegung von MEMS auftritt.

Aufgabe 1: Der klebende Balken

Wie lang darf der skizzierte schlanke Balken mit dem Elastizitätsmodul E höchstens sein, damit ein Kontakt (wie in der Skizze) verhindert wird?

Die effektive Oberflächenenergie zwischen Balken und Unterlage sei $\Delta\gamma$. Die Breite des Balkens (senkrecht zur Zeichenebene) sei a , die Dicke t .

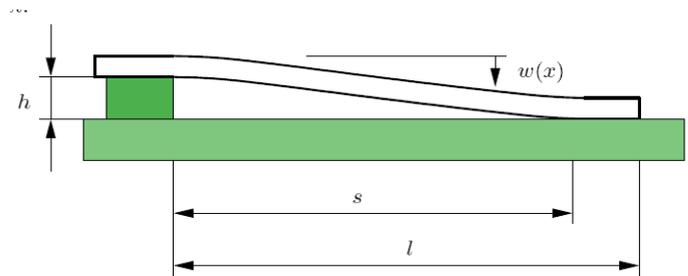


Abb. 1 Adhäsiver Kontakt eines mikromechanischen Modells

Aufgabe 2: Messung der Oberflächenspannung von Glimmer

Durch äußere Kräfte werde unter Überwindung der Oberflächenspannung von einem Körper eine Schicht (von der Stärke t) abgespalten (Abb. unten). Man leite die Beziehung zwischen der Oberflächenenergie und der Form der sich abspaltenden Plattenschicht ab¹. Betrachten Sie die Ausbreitung der Rissfläche unter kraftgesteuerten (Kraft ist konstant, d.h. die Kraft wird durch einen sehr weichen Mechanismus aufgebracht) und weggesteuerten (Auslenkung ist konstant, d.h. die Kraft wird durch einen sehr steifen, bzw. starren Mechanismus aufgebracht) Bedingungen. Warum existiert bei Kraftsteuerung kein Gleichgewicht? Was bedeutet das?

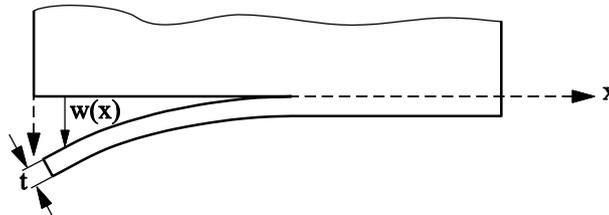


Abb. 2 Von einem elastischen Körper wird eine Plattenschicht abgespalten.

¹ Dieses Problem untersuchte I.W. Obreimov (1930) im Zusammenhang mit der von ihm entwickelten Methode zur Messung der Oberflächenspannung von Glimmer; die so durchgeführten Messungen waren die ersten direkten Messungen zur Bestimmung der Oberflächenspannung fester Körper.

Lösung Aufgabe 1:

Die Lösung der statischen Balkengleichung ohne Streckenlast $w^{IV}(x) = 0$ mit den Randbedingungen (in der „klebenden“ Konfiguration)

$$w(0) = 0, \quad w'(0) = 0, \quad w(s) = h, \quad w'(s) = 0 \quad (1)$$

lautet

$$w(x) = h \left[3 \left(\frac{x}{s} \right)^2 - 2 \left(\frac{x}{s} \right)^3 \right] \Rightarrow w''(x) = \frac{6h}{s^2} \left(1 - \frac{2x}{s} \right). \quad (2)$$

Die gesamte in der Verformung gespeicherte elastische Energie ist damit

$$U_{el} = \frac{EI}{2} \int_0^s [w''(x)]^2 dx = \frac{3Eat^3 h^2}{2s^4} \int_0^s \left(1 - \frac{2x}{s} \right)^2 dx = \frac{Eat^3 h^2}{2s^3}. \quad (3)$$

Die Gesamtenergie aus elastischer und Oberflächen-Wechselwirkung ist durch die Summe

$$U_{tot} = \frac{Eat^3 h^2}{2s^3} + \Delta\gamma(s-l) \quad (4)$$

gegeben. Die Gleichgewichtskonfiguration (falls diese existiert) bestimmt sich durch die Bedingung

$$\frac{\partial U_{tot}}{\partial s} = 0 \Rightarrow s_G = \sqrt[4]{\frac{3Eh^2 t^3}{2\Delta\gamma}}. \quad (5)$$

Falls $l > s_G$ kann der Balken an der Unterlage kleben (man beachte, dass s_G tatsächlich immer einem Minimum der Gesamtenergie entspricht).

Lösung Aufgabe 2:

Es sei angenommen, dass die Schicht durch eine einzelne Querkraft F am linken Ende abgespalten wird. Die Schicht kann als eine Blattfeder mit der Länge l betrachtet werden. Der Zusammenhang zwischen der Kraft F und der Absenkung h des Angriffspunktes der Kraft ist daher

$$F = \frac{3EI}{l^3} h \quad (6)$$

Die gesamte in der Deformation gespeicherte Energie ist deswegen

$$U_{el} = \int_0^h F(\tilde{h}) d\tilde{h} = \frac{3EIh^2}{2l^3} = \frac{F^2 l^3}{6EI}. \quad (7)$$

Die totale Energie $U_{tot} = U_{el} + 2\gamma la$ hat unter kraftgesteuerten Bedingungen ($F = \text{konstant}$) kein lokales Minimum, da sie in diesem Fall monoton mit der Risslänge wächst (der Riss würde sich also spontan schließen). Bei Wegsteuerung hingegen ($h = \text{konstant}$) lautet die Gleichgewichtsbedingung wie folgt:

$$\frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{3EIh^2}{2l^3} + \Delta\gamma al \right) = -\frac{9EIh^2}{2l^4} + 2\gamma a = 0. \quad (8)$$

Daraus lässt sich die effektive Oberflächenenergie bestimmen:

$$\gamma = \frac{9EIh^2}{4l^4 a} = \frac{3Et^3 h^2}{16l^4}. \quad (9)$$