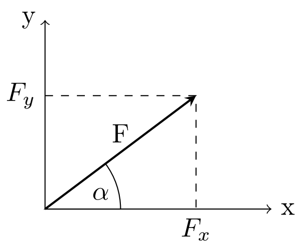
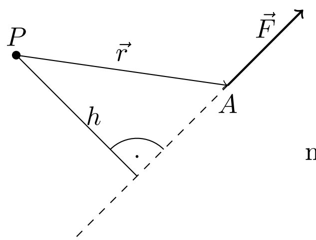
1 Kraft als Vektor



$$F_x = F\cos\alpha$$
$$F_y = F\sin\alpha$$
$$|\vec{F}| = F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$
$$\alpha = \arctan\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$

	0°	30°	45°	60°	90°
sin	$\frac{\sqrt{0}}{2}=0$	$\frac{\sqrt{1}}{2}=\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}=1$
cos	$\frac{\sqrt{4}}{2}=1$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}=\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}=0$
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	/

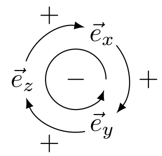
2 Moment als Vektor



Vektoriell: $\vec{M}^{(P)} = \vec{r} \times \vec{F}$
Skalar: $M = hF$

mit:
- $\vec{r}$ Ortsvektor vom Bezugspunkt P zum Kraftangriffspunkt A
- h Senkrechter Abstand von der Wirkungslinie der Kraft zum Bezugspunkt P

Vorzeichenzirkel zur Berechnung des Kreuzproduktes



3 Gleichgewichte in der Ebene

Mittels eines Freischnitt die Lagerreaktionen sichtbar machen, dann Gleichgewichtsbedingungen anwenden:

$$\sum F_x \stackrel{!}{=} 0 \qquad \sum F_y \stackrel{!}{=} 0 \qquad \sum M_z \stackrel{!}{=} 0.$$

4 statische Bestimmtheit

notwendige Bedingung

$n = f - r - v$

mit

f Anzahl der Freiheitsgrade
r Wertigkeit der Lager
v Wertigkeit der inneren Bindungen

$n < 0$ statisch überbestimmt
$n = 0$ statisch bestimmt
$n > 0$ kinematisch überbestimmt

hinreichende Bedingung

Das System ist außerdem weder vorspannbar noch wackelig

5 Fachwerke

notwendige Bedingung der statischen Bestimmtheit

$2k = r + s$

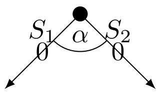
mit

k Anzahl der Knoten
r Wertigkeit der Lager
s Anzahl der Stäbe

Nullstabregeln

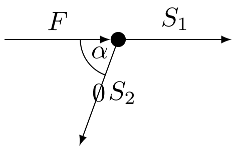
Die Nullstabregeln leiten sich aus den Kräftegleichgewichten in x- und y-Richtung um den betrachteten Knoten her.
Es gilt $0 < \alpha < \pi$

Regel 1



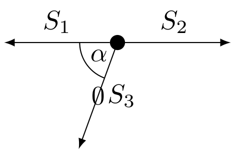
Unbelasteter Knoten
$S_1 = S_2 = 0$

Regel 2



Belasteter Knoten, Kraft in Richtung eines Knotens.
$S_2 = 0$.

Regel 3



unbelasteter Knoten 3 Stäbe, 2 in eine Richtung.
$S_3 = 0$

Verfahren zur Ermittlung von Stabkräften

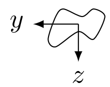
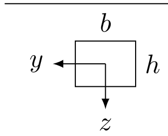
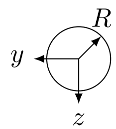
1. RITTERschnitt
2. Knotenschnitt

6 Schwerpunkt

Schwerpunkt	kontinuierlich	diskret
Massenschwerpunkt	$x_s = \frac{\int x\mathrm{d}m}{\int \mathrm{d}m}$	$x_s = \frac{\sum x_i m_i}{\sum m_i}$
Flächenschwerpunkt	$x_s = \frac{\int x\mathrm{d}A}{\int \mathrm{d}A}$	$x_s = \frac{\sum x_i A_i}{\sum A_i}$

7 Flächenträgheitsmoment

axiales Flächenträgheitsmoment

Querschnitt	I_{yy}	I_{zz}
	$\int z^2 \mathrm{d}A$	$\int y^2 \mathrm{d}A$
	$\frac{1}{12} bh^3$	$\frac{1}{12} b^3 h$
	$\frac{\pi}{4} R^4$	$\frac{\pi}{4} R^4$

polares Flächenträgheitsmoment

$$I_{\mathrm{P}} = I_{yy} + I_{zz}$$

Satz von Steiner

$$I_{\tilde{y}} = I_y^{(s)} + \tilde{z}_s{}^2 A$$
$$I_{\tilde{z}} = I_z^{(s)} + \tilde{y}_s{}^2 A$$
$$I_{\tilde{y}\tilde{z}} = I_{yz}^{(s)} - \tilde{y}\tilde{z}A$$

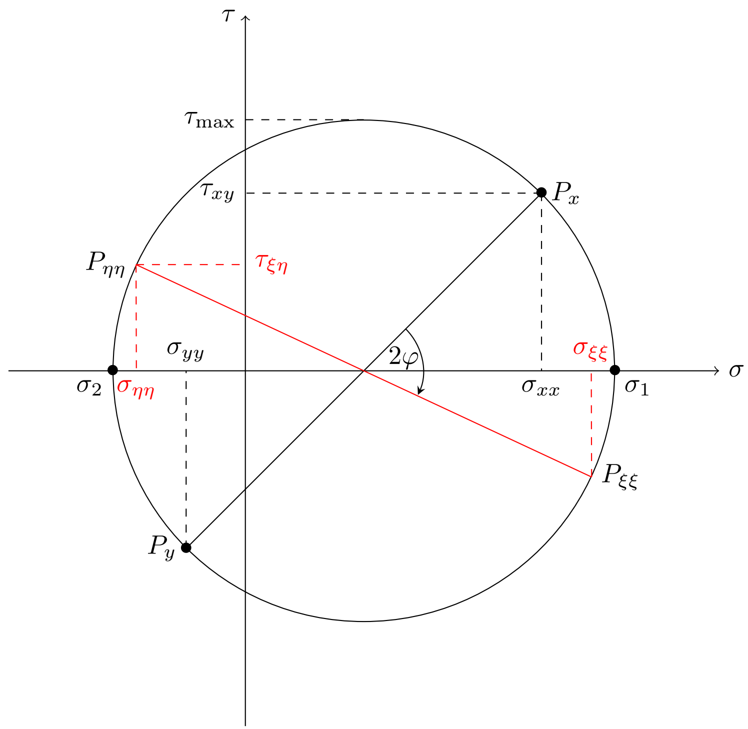
8 Längsdehnung - Torsion

	Dehnung	**Torsion**
HOOKE:	$\sigma = E\varepsilon_{\mathrm{el}}$	$\tau = G\gamma$
Spannung	$\sigma = \dfrac{N}{A}$	$\tau = r\dfrac{M_{\mathrm{T}}}{I_{\mathrm{P}}}$
Temperatur	$\varepsilon = \varepsilon_{\mathrm{el}} + \varepsilon_{\mathrm{th}} = \dfrac{N}{EA} + \alpha\Delta T$	/
Kinematik	$\varepsilon = \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} \overset{\text{hom.}}{=} \dfrac{\Delta l}{l}$	$\gamma = r\dfrac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}x} \overset{\text{hom.}}{=} r\dfrac{\Delta\vartheta}{l}$
MSG:	$N = EA\left(\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} - \alpha\Delta T\right)$	$M_{\mathrm{T}} = GI_{\mathrm{P}}\dfrac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}x}$

mit:

σ	Normalspannung	τ	Schubspannung
N	Normalkraft	M_{T}	Torsionsmoment
E	Elastizitätsmodul	G	Schubmodul
A	Querschnittsfläche	I_{P}	Polares Flächenträgheitsmoment
ε	Dehnung	γ	Schubwinkel
$\varepsilon_{\mathrm{el}}$	Elastische Dehnung	ϑ	Verdrehwinkel
$\varepsilon_{\mathrm{th}}$	Thermische Dehnung		

9 Mohrscher Spannungskreis



Hauptspannungen:

$$\sigma_{1/2} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Maximale Schubspannung:

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

10 Schnittlasten

Globalschnittverfahren

Schnittlasten DGL

$$M'(x) = Q(x)$$
$$Q'(x) = -q(x)$$

11 Biegelinien-DGL

$$(EIw''(x))'' = q(x)\,, \qquad \text{mit } EI = \text{const.}$$
$$EIw''''(x) = q(x)$$
$$EIw'''(x) = -Q(x)$$
$$EIw''(x) = -M(x)$$

$w'(x)$ Biegewinkel
$w(x)$ Durchsenkung

12 Knickung

Eulersche Knickdifferentialgleichung

$$(EIw''(x))'' = -Fw''(x)$$
$$\text{mit} \quad E, I = \text{const.}$$
$$w''''(x) + \lambda^2 w''(x) = 0$$
$$\text{wobei} \quad \lambda^2 := \frac{F}{EI}$$

allgemeine Lösung

$$w(x) = A\cos(\lambda x) + B\sin(\lambda x) + C\lambda x + D$$

13 Einheiten

Name	Formelzeichen	Einheit
Kraft	F	N
Moment	M	Nm
Koordinate	x, y, z	m
Streckenlast	q	N/m
Zugpannung	σ	N/m^2
Schubspannung	τ	N/m^2
Dehnung	ε	1
Poisson-Zahl	ν	1
Schubwinkel	γ	1
Verdrehwinkel	ϑ	1
Elastizitätsmodul	E	N/m^2
Schubmodul	G	N/m^2
Fläche	A	m^2
Temperatur	T	K
Wärmeausdehnungskoeffizient	α_T	1/K
Federsteifigkeit	c	N/m
Drehfedersteifigkeit	c_φ	Nm
Flächenträgheitsmoment	I	m^4