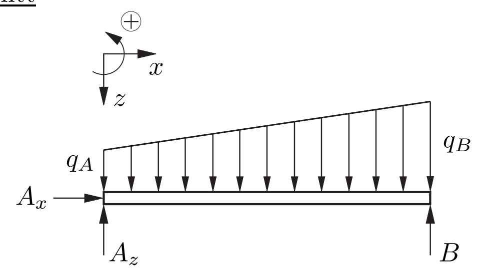
Tutorium

Aufgabe 34

Freischnitt



Kräftegleichgewicht

In x - Richtung

$$\sum F_x = 0 = A_x \Rightarrow A_x = 0 \tag{1}$$

In z - Richtung

$$\sum F_z = 0 = -A_z - B + \int_{x=0}^{l} q(x)\mathrm{d}x \tag{2}$$

$$\Rightarrow A_z = \left(\int_0^l q(x)\mathrm{d}x\right) - B \tag{3}$$

Momentengleichgewicht um das Lager A

$$\sum M^{(A)} = 0 = -\int_0^l xq(x)\mathrm{d}x + Bl \tag{4}$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{l}\int_0^l xq(x)\mathrm{d}x \tag{5}$$

Ermittlung von $q(x)$

$q(x)$ ist linear, also $q(x) = ax + b$

$$\begin{cases} q(0) = q_A \\ q(l) = q_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = q_A \\ al + b = q_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = q_A \\ a = \dfrac{q_B - q_A}{l} \end{cases}$$

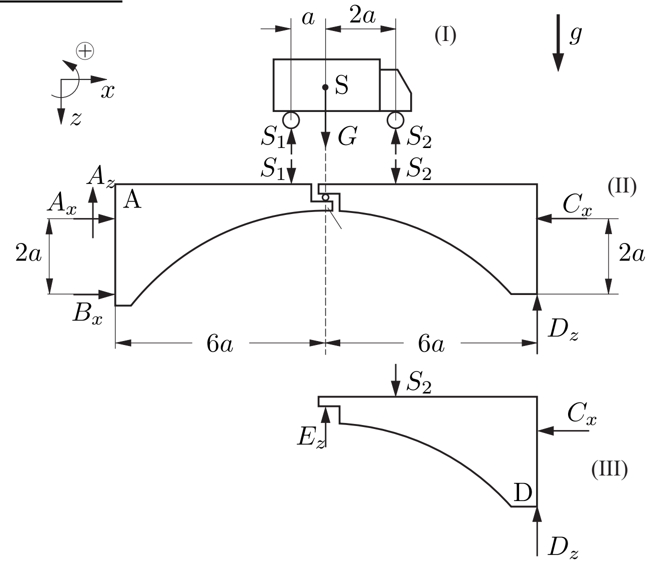
$$q(x) = \left(\frac{q_B - q_A}{l}\right)x + q_A \tag{6}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{l}\int_0^l \left[\left(\frac{q_B - q_A}{l}\right)x + q_A\right]x\,\mathrm{d}x && (7)\\ &= \frac{1}{l}\left[\left(\frac{q_B - q_A}{l}\right)\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}q_A x^2\right]_0^l && (8)\\ &= \frac{1}{l}\left[\left(\frac{q_B - q_A}{l}\right)\frac{l^3}{3} + \frac{1}{2}q_A l^2\right]_0^l && (9)\\ &= \frac{q_A l}{6} + \frac{q_B l}{3} && (10)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_z &= \int_0^l q(x)\mathrm{d}x - B && (11)\\ &= \left[\left(\frac{q_B - q_A}{l}\right)\frac{x^2}{2} + q_A x\right]_0^l - B && (12)\\ &= \frac{q_A l}{3} + \frac{q_B l}{6} && (13)\end{aligned}$$

Aufgabe 37

Freischnitt



Für Teilkörper (I) liegen 2 GGB für 2 Unbekannte vor. (Horizontales Kräftegleichgewicht macht keine Aussage über S_1 oder S_2). Gesamtkörper (II) und Teilkörper (III) liefern 6 GGB für die 6 Unbekannten: A_x, A_z, B_x, C_x, D_z, E_z

(I)

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow S_1 + S_2 = G \tag{14}$$

$$\sum M^{(\mathrm{S})} = 0 \Rightarrow S_2 \cdot 2a = S_1 \cdot a \Rightarrow S_1 = 2S_2 \tag{15}$$

$$(15) \text{ in } (14) \Rightarrow S_2 = \frac{1}{3}G \text{ und } S_1 = \frac{2}{3}G \tag{16}$$

(III)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow C_x = 0 \tag{17}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow E_z - S_2 + D_z = 0 \tag{18}$$

$$\sum M^{(\mathrm{D})} = 0 \Rightarrow -E_z \cdot 6a + C_x \cdot 2a + S_2 \cdot 4a = 0 \tag{19}$$

$$(17) \text{ in } (19) \Rightarrow E_z = \frac{2}{3}S_2 = \frac{2}{9}G \tag{20}$$

$$(20) \text{ in } (18) \Rightarrow D_z = S_2 - \frac{2}{9}G = \frac{1}{9}G \tag{21}$$

(II)

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x + B_x - C_x = 0 \tag{22}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow S_1 + S_2 - A_z - D_z = 0 \tag{23}$$

$$\text{mit } (21) \Rightarrow A_z = \frac{8}{9}G \tag{24}$$

$$\sum M^{(\mathrm{A})} = 0$$

$$\Rightarrow 2a\,B_x - 5a\,S_1 - 8a\,S_2 + 12a\,D_z = 0 \tag{25}$$

$$B_x = \frac{1}{2}\left(\frac{10}{3} + \frac{8}{3} - \frac{4}{3}\right)G = \frac{7}{3}G \tag{26}$$

$$(17) \text{ und } (26) \text{ in } (22) \Rightarrow A_x = -\frac{7}{3}G \tag{27}$$

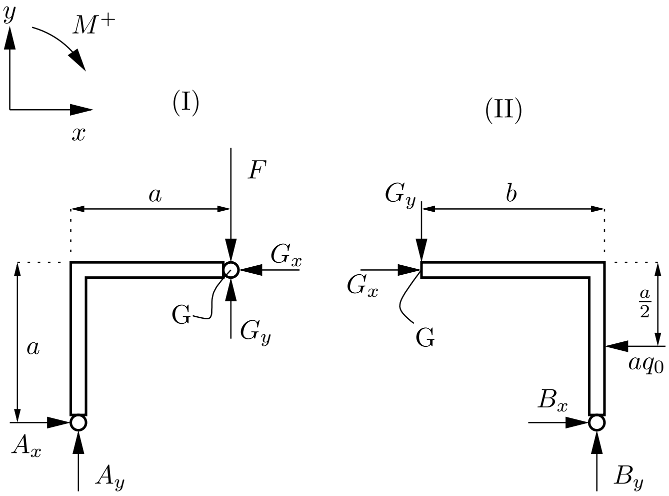
mit der Vorgabe von $G = 90\,\text{kN}$ ergeben sich:

$$C_x = 0\,\text{kN} \tag{28}$$
$$E_z = 20\,\text{kN} \tag{29}$$
$$D_z = 10\,\text{kN} \tag{30}$$
$$B_x = 210\,\text{kN} \tag{31}$$
$$A_x = -210\,\text{kN} \tag{32}$$
$$A_z = 80\,\text{kN} \tag{33}$$

Hausaufgaben

Aufgabe 36

Zwei Freimachskizzen: (Streckenlast ersetzt durch ihre Resultierende)



Gleichgewichtsbedingungen Teilkörper (I):

$$\sum M^{(G)} = 0 \tag{34}$$
$$A_y a - A_x a = 0 \qquad \Rightarrow A_x = A_y \tag{35}$$
$$\sum F_x = 0 \qquad \Rightarrow G_x = A_x \tag{36}$$
$$\sum F_y = 0 \qquad \Rightarrow A_y + G_y = F \tag{37}$$

Gleichgewichtsbedingungen Teilkörper (II):

$$\sum M^{(G)} = 0 \quad \Rightarrow q_0 \frac{a^2}{2} - B_x a - B_y b = 0 \tag{38}$$
$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow G_x + B_x - q_0 a = 0 \tag{39}$$
$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow G_y = B_y \tag{40}$$
$$(40) \text{ in } (37) \quad \Rightarrow B_y = F - A_y \tag{41}$$
$$(41) \text{ in } (38) \quad \Rightarrow q_0 \frac{a^2}{2} - B_x a - Fb + A_y b = 0 \tag{42}$$

mit $A_y = G_x$ folgt:

$$q_0 \frac{a}{2} - B_x - F\frac{b}{a} + G_x \frac{b}{a} = 0 \tag{43}$$
$$(43) + (39) \Rightarrow \quad q_0 \frac{a}{2} + G_x\left(1 + \frac{b}{a}\right) - F\frac{b}{a} = 0 \tag{44}$$

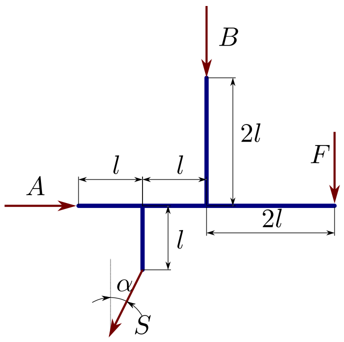
$$G_x = A_x = A_y = \frac{F\frac{b}{a} + q_0\frac{a}{2}}{1 + \frac{b}{a}} = \frac{23}{30}\,\text{kN} \tag{45}$$

$$(45) \text{ in } (37) \Rightarrow G_y = B_y = \frac{F - q_0\frac{a}{2}}{1 + \frac{b}{a}} = \frac{7}{30}\,\text{kN} \tag{46}$$

$$(45) \text{ in } (39) \Rightarrow B_x = \frac{q_0 a\left(\frac{1}{2} + \frac{b}{a}\right) - F\frac{b}{a}}{1 + \frac{b}{a}} = -\frac{1}{6}\,\text{kN} \tag{47}$$

Aufgabe 41

(a) Freischnitt



Es gibt drei unbekannte Lagerreaktionen: A, B und S. **(b)** Gleichgewichtsbedingungen

$$\sum F_x = A - S\sin\alpha = 0 \tag{48}$$

$$\sum F_y = -B - S\cos\alpha - F = 0 \tag{49}$$

$$\sum M^{(P)} = -F2l + S\cos\alpha \cdot l - S\sin\alpha \cdot l = 0 \tag{50}$$

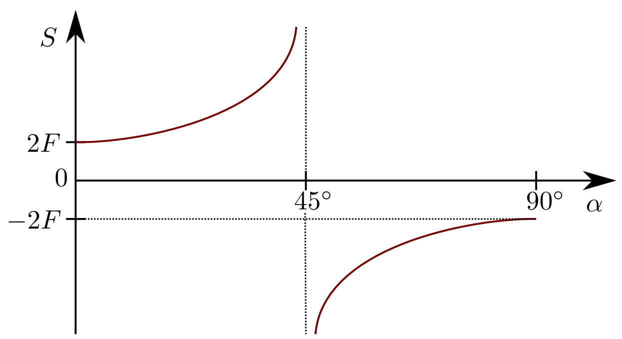
(c) Lagerreaktionen

$$(50): S = \frac{2F}{\cos\alpha - \sin\alpha} \tag{51}$$

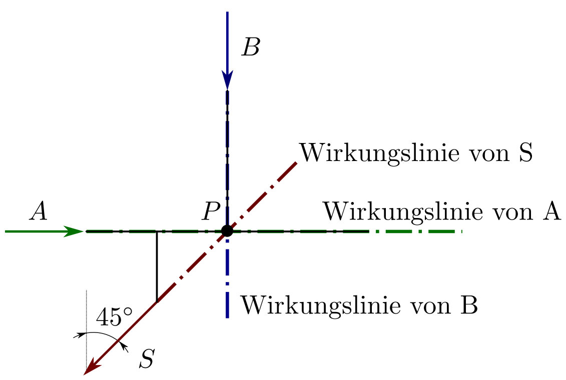
$$(48): A = S\sin\alpha = \frac{2F\sin\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha} \tag{52}$$

$$(49): B = -S\cos\alpha - F = -F\left(\frac{2\cos\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha} - 1\right) \tag{53}$$

(d) Skizze $S(\alpha)$



(e)



Alle drei Wirkungslinien schneiden sich im Punkt P, wenn $\alpha = 45°$ gewählt wird. Das Momentengleichgewicht liefert dann keine Aussage und das System ist nicht mehr statisch bestimmt.