

Numerische Simulationsverfahren im Ingenieurwesen

Hausaufgabenblatt 4

WS 16/17

Aufgabe 1: FHP III-Gittergas

Abb. 1 zeigt linkerhand den Ausschnitt der initialen Zellenbesetzung eines **FHP-III** Gitters.

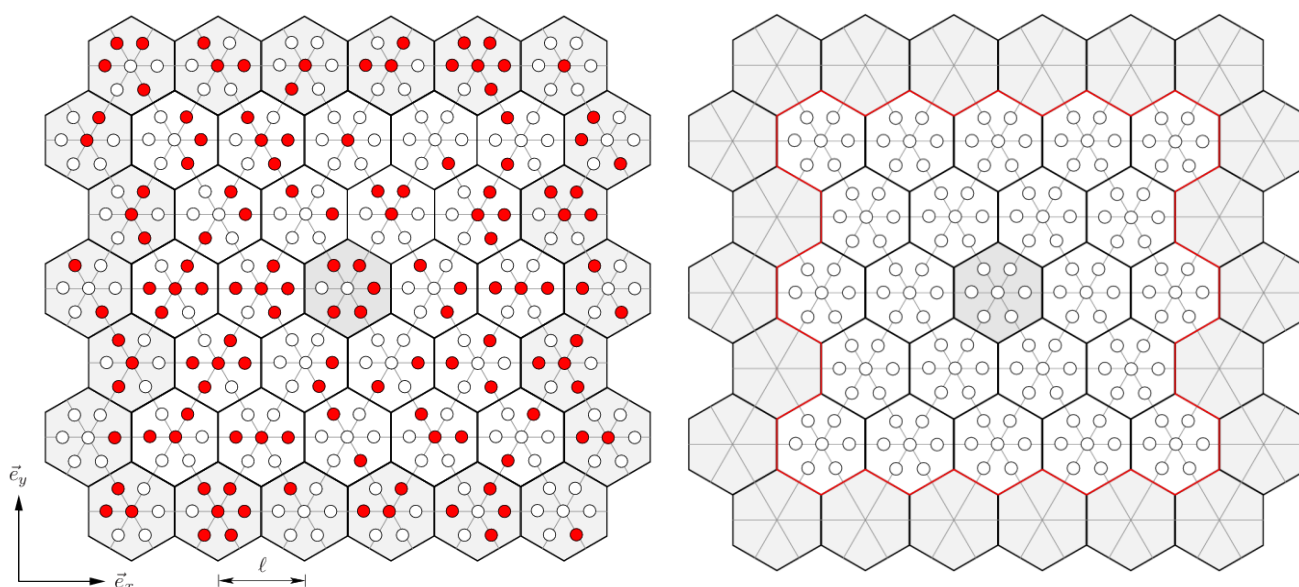


Abb. 1: Rechts: Ausschnitt aus der mikroskopischen, initialen Besetzungsverteilung eines FHP-III Gitters; Links: Unbesetztes Zellgitter, in welches die Zustandsänderung nach einem Zeitschritt Δt einzutragen ist.

- Zeichnen Sie eine **mögliche** Zellenbesetzung einen Zeitschritt später (also nach dem Kollisions- und Ausbreitungsschritt) in die rechterhand in Abb. 1 gegebene leere Zellkonfiguration ein. Besetzte Zellen sind mit dunkler Farbe auszufüllen.
- Ermitteln Sie im Rahmen eines Coarse Graining die mittleren Besetzungszahlen $N^\alpha(\vec{r}, t_0)$ für die **linkerhand** in Abb. 1 gegebene Ausgangskonfiguration. In das Coarse Graining sollen dabei **alle** gezeigten Zellen eingehen.
- Berechnen Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus Aufgabenteil b) die Massen- und Impulsdichte des abzubildenden Fluides am Ort \vec{r} zur Anfangszeit t_0 . Der Ort \vec{r} gibt die Position des grau markierten Mittelknotens in Abb. 1 (links) an. Zur Anpassung der Maßeinheiten sind die Bezugsdichte ρ_0 (Maßzahl 1) und die Teilchengeschwindigkeit v_0 (Maßzahl 1) zu berücksichtigen.

Aufgabe 2: Anfangsbedingungen für das FHP-I Gittergas

Mit Hilfe des FHP-I Gittergases (D2Q6) soll die Strömung eines viskosen Fluids abgebildet werden. Dazu müssen aus der gegebenen Anfangsdichte $\rho(\vec{r}, t_0)$ und der gegebenen Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}(\vec{r}, t_0)$ des Fluids die mittleren Besetzungszahlen $N(\vec{r}, t_0)$ berechnet werden. Führen Sie diesen Schritt bitte durch, in dem Sie die unbekanntenen Koeffizienten a und b in dem linearen Ansatz

$$N^\alpha(\vec{r}, t_0) = N^\alpha(\rho(\vec{r}, t_0), \vec{v}(\vec{r}, t_0)) = a\rho(\vec{r}, t_0) + b\rho(\vec{r}, t_0)\vec{v}(\vec{r}, t_0) \cdot \vec{e}^\alpha \quad (1)$$

bestimmen.

Hinweis: Eine analoge Berechnung für das HPP-Modell wurde in Kapitel 3.4.2 des Skriptes durchgeführt.

Aufgabe 3: Kollisionsoperator für den 3-Teilchenstoß beim FHP-I-Modell

Der Kollisionsoperator des FHP-I-Modells berücksichtigt 2- und 3-Teilchenstöße. Abb. 2 zeigt beispielhaft einen 3-Teilchenstoß.

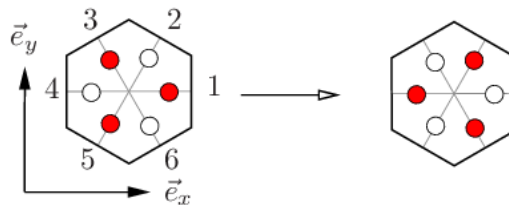


Abb. 2: 3-Teilchenstoß beim FHP

Geben Sie den Anteil $\Omega_{(3)}^\alpha$ des Stoßoperators an, der **alle** 3-Teilchen-Stöße des FHP-I-Modells berücksichtigt. Gehen Sie dabei zwingend von der in Abb. 2 gegebenen Nummerierung für die Besetzungszahlen n^α mit $\alpha = 1, \dots, 6$ aus.

Aufgabe 4: Impuls- und Energiebilanz beim Stoß

Nachfolgend ist ein Stoß auf einem D2Q7-Gitter gezeigt. Zeigen Sie, dass bei diesem Stoß der Impuls erhalten bleibt. Überprüfen Sie zudem, ob die (kinetische) Energie ebenfalls eine Erhaltungsgröße ist.

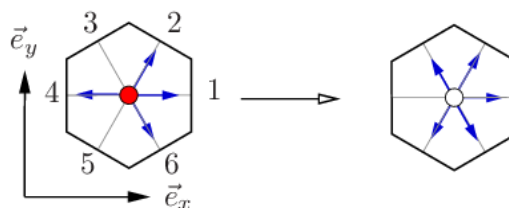


Abb. 3: Beispiel eines 5-Teilchen-Stoßes beim FHP-III-Gittergas