TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

Dr.-Ing. Markus Heß
www.reibungsphysik.de

Numerische Simulationsverfahren im Ingenieurwesen
Hausaufgabenblatt 1 WS 16/17

Thema: Eindimensionale, zelluläre Automaten

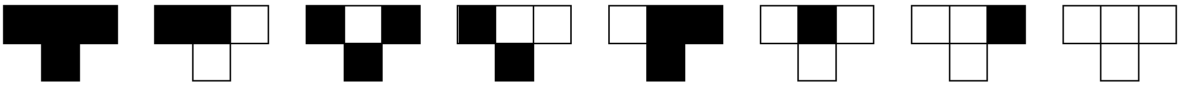
Aufgabe 1: Update-Regeln

Bearbeiten Sie nachfolgende Aufgabenstellungen zu den Update-Regeln zellulärer Automaten.

a) Gegeben sei ein eindimensionaler Binärautomat mit dem Nachbarschaftsradius $r=1$. Zeigen Sie, dass es ich bei der **Wolfram-Regel Nr. 150** um eine **additive Regel** handelt.

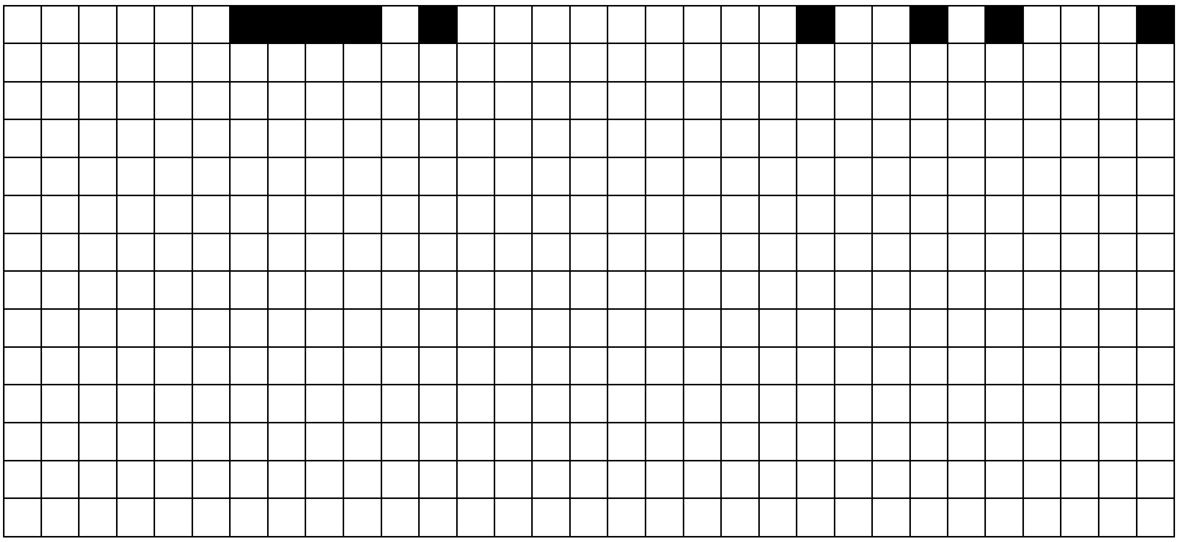
b) Gegeben sei ein eindimensionaler Automat, dessen Zellen k verschiedene Zustände annehmen können, $a_i(t) \in \{0,1,\ldots,k-1\}$. Die beeinflussende Nachbarschaft ist durch den Radius r bestimmt. Leiten Sie eine **Formel** her, mit welcher für beliebige Vorgaben k, r die Anzahl der **totalistischen Update-Regeln** berechnet werden kann.

c) Gegeben ist die nachfolgende Zuordnungsvorschrift für den einfachsten eindimensionalen Automaten.



Welche Wolfram-Regel verbirgt sich hinter dieser Zuordnungsvorschrift?

Nachfolgend ist eine globale Ausgangskonfiguration gezeigt. Vervollständigen Sie die Weg-Zeitcharakteristik. Verwenden Sie dabei **gespiegelte Randbedingungen**. Was könnte man mit diesem Automaten simulieren?



d) Gegeben ist ein eindimensionaler Automat mit dem Nachbarschaftsradius $r=1$, dessen Zellen $k=3$ verschiedene Zustände annehmen können, d.h. $a_i(t) \in \{0,1,2\}$. Die Update-Regel ist (für alle Zustandskombinationen der Nachbarschaft) nachfolgend aufgeführt:

$(0,0,0) \rightarrow 0$	$(1,0,0) \rightarrow 0$	$(2,0,0) \rightarrow 2$
$(0,0,1) \rightarrow 0$	$(1,0,1) \rightarrow 0$	$(2,0,1) \rightarrow 2$
$(0,0,2) \rightarrow 2$	$(1,0,2) \rightarrow 2$	$(2,0,2) \rightarrow 2$
$(0,1,0) \rightarrow 0$	$(1,1,0) \rightarrow 0$	$(2,1,0) \rightarrow 0$
$(0,1,1) \rightarrow 0$	$(1,1,1) \rightarrow 0$	$(2,1,1) \rightarrow 0$
$(0,1,2) \rightarrow 0$	$(1,1,2) \rightarrow 0$	$(2,1,2) \rightarrow 0$
$(0,2,0) \rightarrow 1$	$(1,2,0) \rightarrow 1$	$(2,2,0) \rightarrow 1$
$(0,2,1) \rightarrow 1$	$(1,2,1) \rightarrow 1$	$(2,2,1) \rightarrow 1$
$(0,2,2) \rightarrow 1$	$(1,2,2) \rightarrow 1$	$(2,2,2) \rightarrow 1$

Vereinfachen Sie obige Tabelle, indem Sie als Platzhalter für einen beliebigen, möglichen Zustandswert einen Punkt „$\bullet$“ nutzen, also beispielsweise $(\bullet,1,1) \rightarrow 0$, was so viel heißen würde, als dass der Wert der Zelle zum Zeitpunkt $t+1$ unabhängig von dem Wert der links benachbarten Zelle einen Zeitschritt zuvor ist, wenn die Zelle selbst und ihr rechter Nachbar den Wert 1 haben. Welches physikalische Verhalten könnte man mit diesem Automaten abbilden?

Aufgabe 2: Weg-Zeit-Charakteristik des einfachsten Binärautomaten

Schreiben Sie ein MatLab-Programm, welches die Weg-Zeit-Charakteristik des eindimensionalen Binärautomaten mit kleinstem Nachbarschaftsradius $r=1$ visualisiert. Dabei soll der Benutzer (z.B. im Command-Window) eine beliebige Nr. der 256 Regeln eingeben können, für welche die Charakteristik dann gezeichnet wird. Zwischen nachfolgenden zwei Ausgangskonfigurationen der n Zellen soll unterscheiden werden:

- Nur die mittlere Zelle (oder eine daneben) sei besetzt, alle anderen Zellen seien unbesetzt.
- Die Besetzung der Zellen mit Zustandswerten sei zufällig (random).

Es sollen periodische Randbedingungen berücksichtigt und ebenso viele Zeitschritte ausgeführt werden, wie Zellen in den Konfigurationen vorhanden (z.B. $n=100$, $t_{\mathrm{End}}=100$). Zur Orientierung ist eine mögliche Output-Vorlage für die beiden Anfangskonfigurationen für die Regel Nr. 18 auf dem nächsten Blatt veranschaulicht.

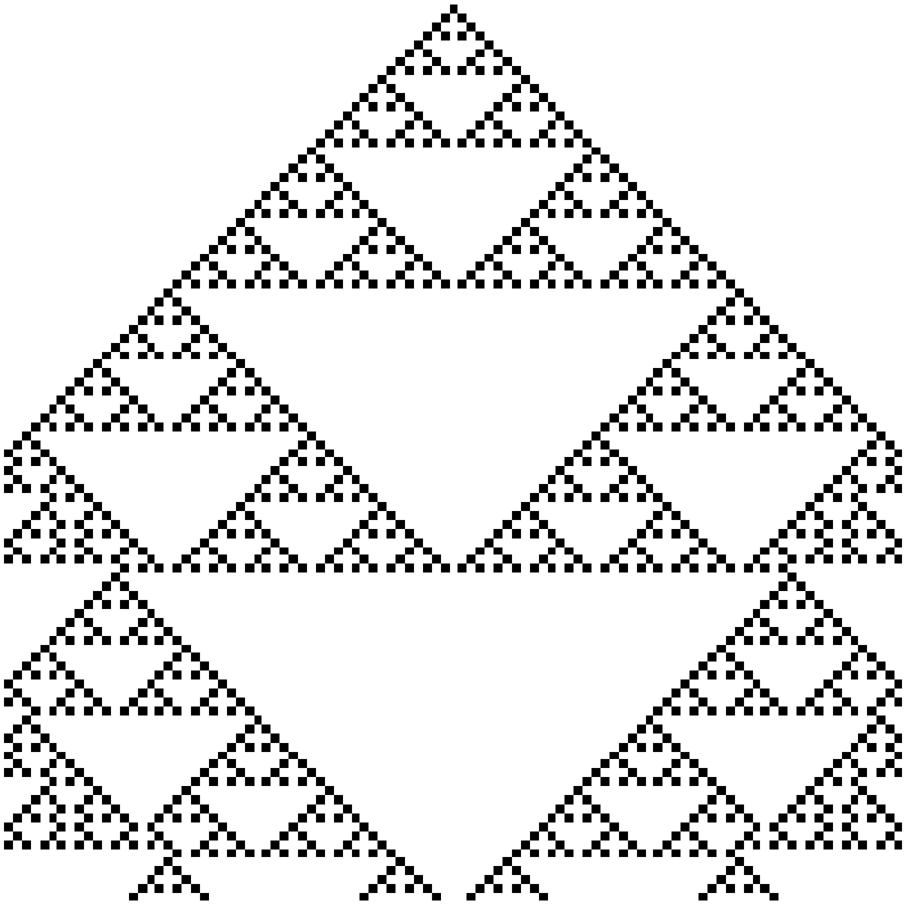
Hinweis: Alle 8 Kombinationen der Nachbarschaftszustände lassen sich mit Hilfe der gewichteten Summe

$$s_i(t) \quad := \quad 4a_{i-1}(t) + 2a_i(t) + a_{i+1}(t)$$

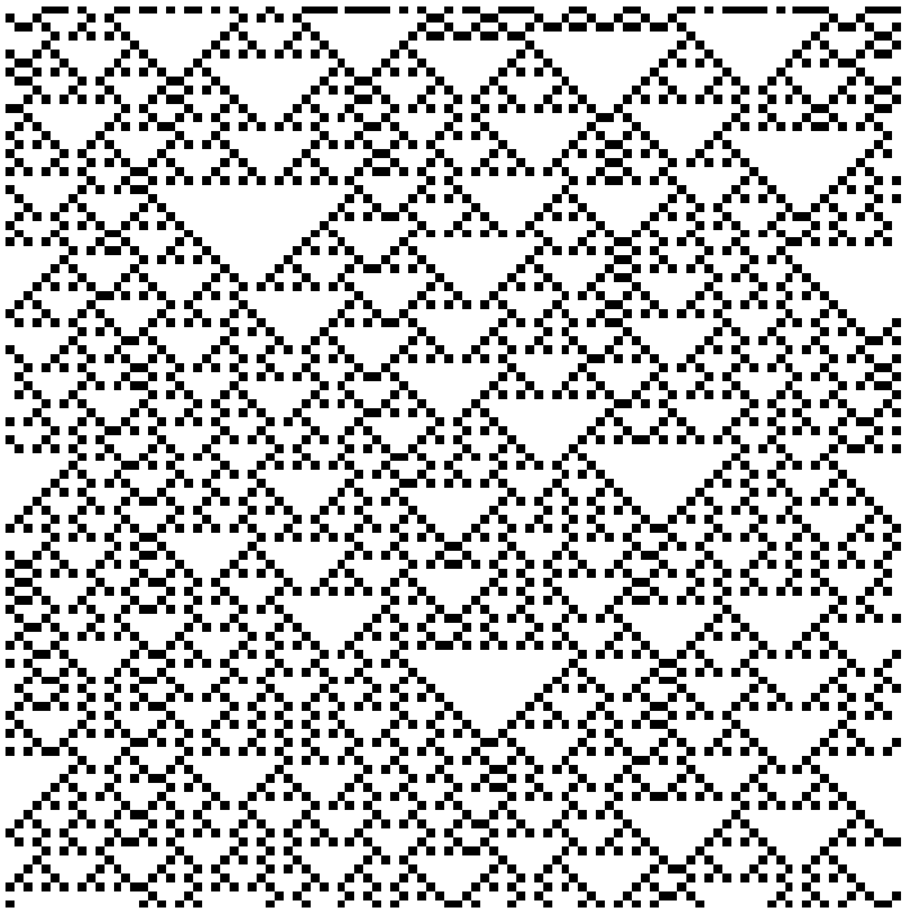
auf die Ziffern $0,1,2,\ldots,7$ abbilden.

Abgabe bis spätestens zum 07. November 2016

Wolfram-Regel 18



Wolfram-Regel 18



Abgabe bis spätestens zum 07. November 2016