

## Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2016/17 – UE 01

### Thema: Qualitative Abschätzungen zu Normalkontaktproblemen ohne Adhäsion

#### Aufgabe 1: Modul der einachsigen Kompression

Bei Kontaktproblemen mit dünnen, elastischen Schichten / Aufklebern, werden die Deformationen senkrecht zur Last quasi behindert und wir benötigen als elastischen Parameter den Modul der einachsigen Kompression  $\tilde{E}$ . Zeigen Sie, dass für diesen gilt:

$$\tilde{E} := \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} E .$$

#### Aufgabe 2: Normalkontakt von dünnen Aufklebern

Eine zentrale Aufgabe der Kontaktmechanik ist die Berechnung des Zusammenhangs zwischen Normalkraft  $F_N$  und Eindringtiefe  $d$ . Vor deren genauer Berechnung soll zunächst nur eine qualitative Analyse erfolgen, die zum grundlegenden Verständnis der auftretenden Phänomene beiträgt. Die Oberflächen der Kontaktpartner seien glatt und für die jeweiligen deformierbaren Teile sei linear-elastisches Verhalten angenommen.

- Bestimmen Sie näherungsweise die  $F_N$ - $d$ -Relation für den Kontakt zwischen einem sphärischen, elastischen Aufkleber (Kugelkappe vom Radius  $R$  und der Dicke  $\ell_0$ ) und einer starren, ebenen Platte mittels des Satzes von Castigliano. Dabei soll die Form des Aufklebers durch eine Funktion 2. Grades angenähert werden.
- Bestimmen Sie näherungsweise die  $F_N$ - $d$ -Relation für den Kontakt zwischen einem zylindrischen, elastischen Aufkleber (Zylinderkappe vom Radius  $R$ , der Dicke  $\ell_0$  und der Länge  $L$ ) und einer starren, ebenen Platte mittels Integration der Spannungen über die Kontaktfläche. Dabei soll die Form des Aufklebers durch eine Funktion 2. Grades angenähert werden. Bestimmen Sie die gleiche Relation mit dem Satz von Castigliano.
- [Hausaufgabe]** Bestimmen Sie näherungsweise die  $F_N$ - $d$ -Relation für den Kontakt zwischen einem konischen, elastischen Aufkleber (mit Steigungswinkel  $\theta$  und der Dicke  $\ell_0$ ) und einer starren, ebenen Platte mittels Integration der Spannungen über die Kontaktfläche. Dabei darf näherungsweise von einer einachsigen Deformation ausgegangen werden. Bestätigen Sie das Ergebnis durch die entsprechende Lösung mittels des Satzes von Castigliano.

### Aufgabe 3: Qualitative, grobe Abschätzung für den Hertzschen Kontakt

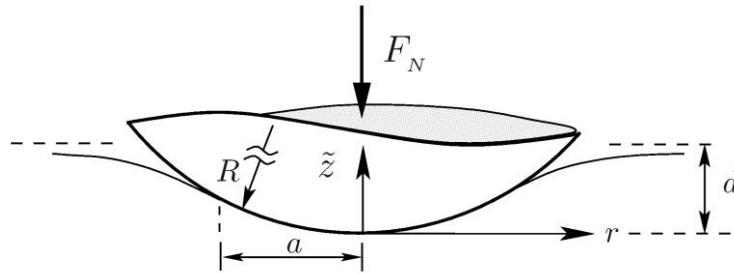


Abb. 1: Normalkontakt zwischen einer starren Kugel und einem elastischen Halbraum

Das Hertzsche Problem beinhaltet unter anderem den Kontakt zwischen einer starren Kugel vom Radius  $R$  und einem elastischen Halbraum (siehe Abb. 1). Das exakte Ergebnis dieser Theorie lautet

$$F_N = \frac{4}{3} E^* R^{\frac{1}{2}} d^{\frac{3}{2}} \quad \text{mit} \quad E^* := \frac{E}{1-\nu^2},$$

wobei anstelle der exakten Kugelform von der quadratischen Näherung ausgegangen wird (parabolischer Kontakt). Das gleiche Ergebnis gilt auch für den Kontakt zwischen einer elastischen Kugel und einer starren Ebene.

- Leiten Sie näherungsweise die  $F_N$ - $d$ -Relation für den Kontakt zwischen einer elastischen Kugel und einer starren Ebene ab, indem Sie als Abschätzung von einer konstanten Dehnung im Kontaktgebiet ausgehen, deren Größe mit Hilfe des maßgeblich deformierten Volumens abgeschätzt werden soll. Vergleichen Sie diese mit der exakten Lösung.
- Schätzen Sie außerdem die Größe des Kontaktgebietes und den mittleren Druck in einem Rad-Schiene-Kontakt ab. Die maximale Last je Rad liege bei  $F_N = 10^5$  N und der Radradius sei  $R \approx 0,5$  m. Der Elastizitätsmodul soll mit  $E \approx 10^{11}$  Pa abgeschätzt werden.

### Aufgabe 4: Qualitative, grobe Abschätzung für den zylindrischen Kontakt

[Hausaufgabe] Bestimmen Sie näherungsweise die  $F_N$ - $d$ -Relation für einen elastischen Zylinder (Radius  $R$ , Länge  $L$ ) der seitlich in Kontakt mit einer starren Platte gebracht wird (siehe Abb. 2), indem Sie als Abschätzung von einer konstanten Dehnung im Kontaktgebiet ausgehen, deren Größe mit Hilfe des maßgeblich deformierten Volumens abgeschätzt werden soll. Die Form des Zylinders ist durch eine Funktion 2. Grades anzunähern.

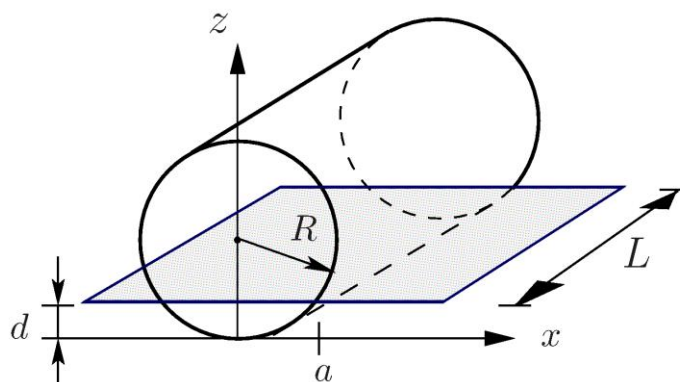


Abb. 2: Modell für den Kontakt zwischen einem elastischen Zylinder und einer starren Ebene