TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

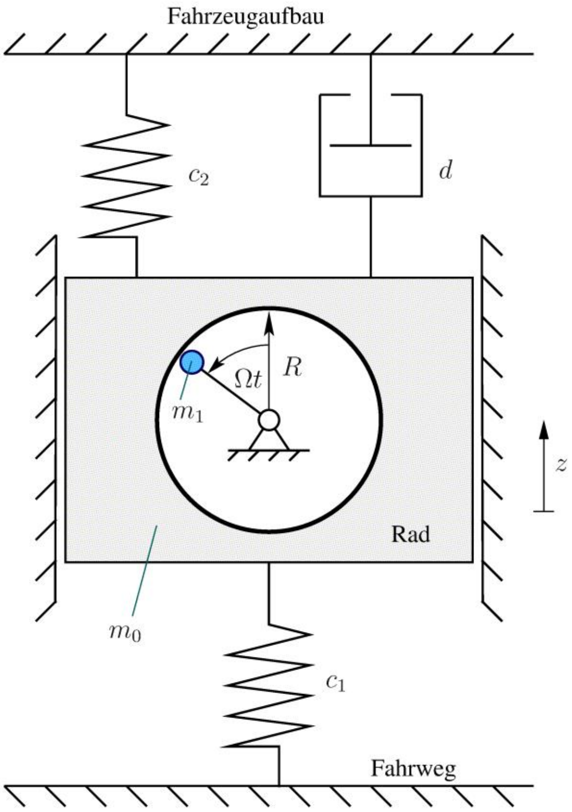
Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

Dr.-Ing. Markus Heß
www.reibungsphysik.de

Dynamik von Schienenfahrzeugen SoSe 2015
Hausaufgabe 3: Erzwungene Vertikalschwingungen

Aufgabe 1: Unwuchterregung eines Fahrzeugrades



Aufgrund einer Unwucht der Masse m_1 wird ein Rad der Gesamtmasse $m := m_0 + m_1$ zu Schwingungen angeregt. Das Fahrzeug fährt mit der konstanten Geschwindigkeit v_0, so dass für die Winkelgeschwindigkeit $\Omega = \frac{v_0}{R}$ gilt, worin *R* den Radius des Rades angibt. Die Winkelgeschwindigkeit kann auch als Erregerkreisfrequenz verstanden werden. Das Rad ist mit dem als unbeweglich anzunehmenden Fahrzeugaufbau über eine Sekundärfeder der Steifigkeit c_2 und eine Sekundärdämpfung d verbunden. Die Primärsteifigkeit (Steifigkeit des Rades) zwischen dem Rad und der ebenfalls als unbeweglich anzunehmenden Fahrbahn sei c_1. Die Vertikalkoordinate des Rades zählt von der statischen Ruhelage aus.

a) Stellen Sie die Bewegungsdifferenzialgleichung des Systems mit einem Verfahren Ihrer Wahl auf.
   Hinweis: Die Unwuchterregung kommt durch die Zentrifugalkraft der Unwuchtmasse zustande. Im vertikal mitbewegten System *kann* daher die Vertikalkomponente der Zentrifugalkraft als Erregerkraft angesehen werden.

b) Ermitteln Sie die Vergrößerungsfunktion $V(\eta)$ für die Wegantwort des Fahrzeuges. Berechnen Sie außerdem die Vergrößerungsfunktion $V_a(\eta)$ für die Amplitude der Beschleunigung und stellen Sie die Funktion in normierter Form (für $D = 0.1$) graphisch dar.

Gegeben: $R,\ m_0,\ m_1,\ v_0,\ c_1,\ c_2,\ d$

Aufgabe 2: Amplituden- und Phasenspektrum bei periodischer Anregung

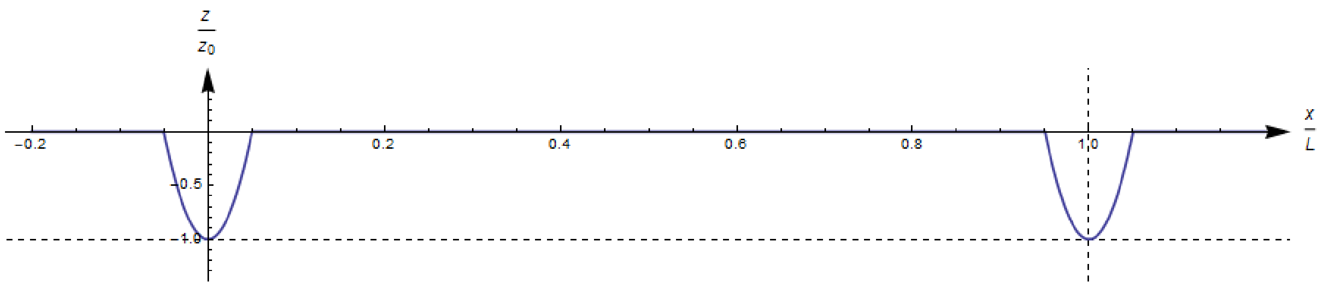
Aufgrund eines zu harten Bremsvorgangs (und/oder einer regelmäßig blockierenden Bremse) ist an einem Eisenbahnrad von Radius R an seinem Umfang eine sehr große Flachstelle entstanden, die das System (Wagenkasten) zu periodischen Schwingungen anregt. Die zeitliche Periode der Erregung hängt dabei vom Raddurchmesser und der Fahrzeuggeschwindigkeit v_0 gemäß

$$T = \frac{L}{v_0} = \frac{2\pi R}{v_0} \tag{1}$$

ab. Die Wegfunktion der Anregung (über eine räumlichen Periode L) lautet

$$z(x) = \begin{cases} z_0 \left[\left(\dfrac{x}{x_0} \right)^2 - 1 \right] & \text{für} \quad -x_0 \le x \le x_0 \ \ \text{mit} \ \ x_0 = 0,05\,L \\ 0 & \text{für} \quad -\dfrac{L}{2} \le x < -x_0 \ \ \text{und} \ \ x_0 < x \le \dfrac{L}{2} \end{cases} \tag{2}$$

und ist in normierter Darstellung periodisch fortgesetzt unten gezeigt.



a) Entwickeln Sie die periodische Funktion $z(x)$ in eine Fourier-Reihe der Form

$$z(x) = \frac{c_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos\left(n \frac{2\pi}{L} x - \beta_n \right) \tag{3}$$

und stellen Sie die diskreten Spektren für die Amplitude und Phase graphisch im Bereich $n \in \mathbb{N} \wedge n \le 5$ dar.

b) Als einfaches Ersatzmodell betrachten wir nun das Rad mit der definierten Flachstelle, welches über eine Feder und einen Dämpfer mit dem (starren) Wagenkasten verbunden ist: es liegt also der aus der Vorlesung bekannte 1-Massen-Schwinger vor.
Berechnen Sie das Amplitudenspektrum der Fahrzeugantwort und stellen Sie es qualitativ und quantitativ richtig im Intervall $0 < \Omega \le 5\Omega_G$ graphisch dar, wobei $\Omega_G = \dfrac{2\pi v_0}{L}$ die Grundfrequenz darstellt. Nutzen Sie dabei die aus der Vorlesung bekannte Vergrößerungsfunktion

$$V(\eta) := \frac{|\hat{u}(\eta)|}{z_0} = \frac{\sqrt{1 + (2D\eta)^2}}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2D\eta)^2}} \quad \text{mit} \quad \eta := \frac{\Omega}{\omega_0} \tag{4}$$

und berücksichtigen Sie folgende Zahlenwerte:

$$D = 0,1;\, L = 3\,\text{m};\, z_0 = 0,01\,\text{m};\, x_0 = 0,05\,L;\, \omega_0 = 40\,\tfrac{1}{\text{s}};\, v_0 = 20\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Abgabe bis spätestens zum 16. Juni 2015