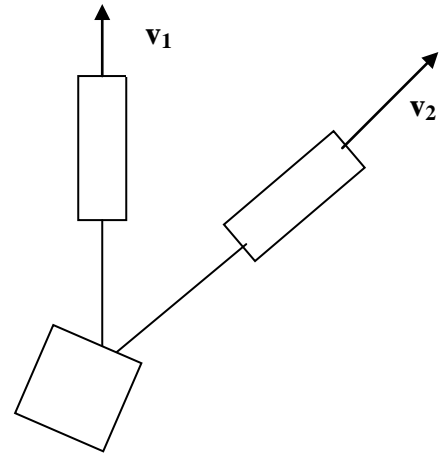
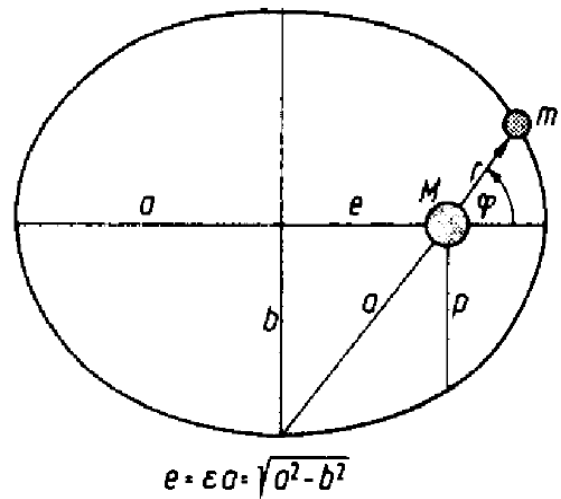


**Aufgabe 1.** Zwei Traktoren ziehen mit Seilen eine Kiste (s. Bild). Die Geschwindigkeiten der Traktoren sind gerichtet entlang der Seile und betragen  $v_1$  und  $v_2$ . Der Winkel zwischen den Seilen ist  $\alpha$ . Wie groß ist die Geschwindigkeit der Kiste und wie ist sie gerichtet?



**Aufgabe 2: Planetenbewegung**

- I. Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für Bewegung eines Planeten um die Sonne auf!
2. Zeigen Sie, dass die Bahn in polaren Koordinaten in der Form  $r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$  dargestellt werden kann.  $\varepsilon$  ist Exzentrizität der Bahn!
3. Beweisen Sie, dass dies eine Ellipse ist!
4. Berechnen Sie die Umlaufperiode des Planeten um die Sonne!



5. Zeigen Sie, dass die folgenden Beziehungen gültig sind:

$$a = \frac{p}{1 - \varepsilon^2}, \quad b = \frac{p}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}, \quad r_{\min} = \frac{p}{1 + \varepsilon} = a(1 - \varepsilon), \quad r_{\max} = \frac{p}{1 - \varepsilon} = a(1 + \varepsilon), \quad e = \frac{p\varepsilon}{1 - \varepsilon^2} = a\varepsilon$$

**Hinweise:**

- (a)  $a_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2$ ,  $a_\varphi = 2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}$
- (b) Benutzen Sie statt  $r$  die neue Variable  $u = 1/r$ .
- (c) **Bei der Gleichung für  $r$ :** Gehen Sie vom Differenzieren nach Zeit zum Differenzieren nach  $\varphi$  über:  $\dot{r} = \frac{dr}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dr}{d\varphi} \dot{\varphi}$  und setzen Sie hier  $\dot{\varphi}$  aus der Bewegungsgleichung für  $\varphi$  ein.
- (d) Bei der Berechnung der Periode: Benutzen Sie die Konstanz der Flächengeschwindigkeit und bekannte Fläche der Ellipse!