

1. Übung: Lagerreaktionen, statische Bestimmtheit

1) Statische Bestimmtheit

Ein System heißt statisch bestimmt, wenn sich alle LR allein aus GGBen bestimmen lassen!

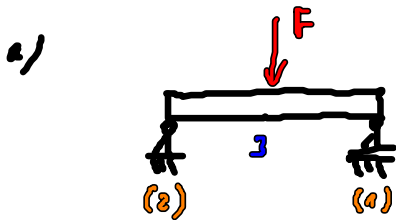
• notwendige Bedingung: $n = 0$ mit $n = f - r - v$

f : Anzahl der FEM

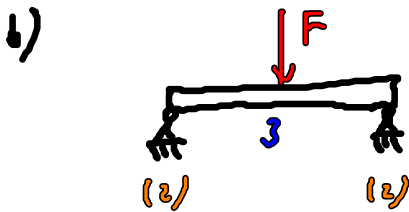
r : Anzahl LR

v : Anzahl innerer Bindungen

• hinreichende Bedingung: nicht wackelig / verspannbar

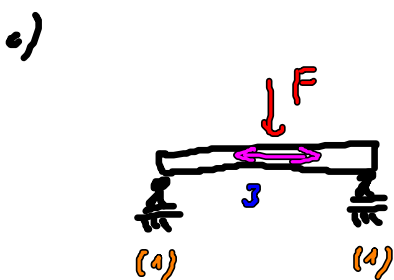


$$n = 3 - 2 - 1 - 0 = 0$$



$$n = 3 - 2 - 2 - 0 = -1 \rightarrow$$

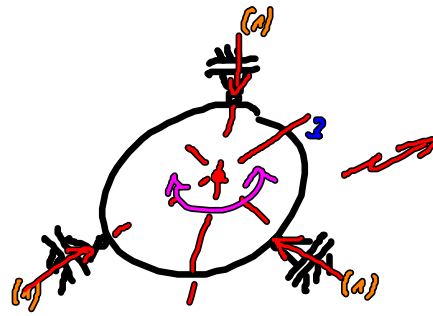
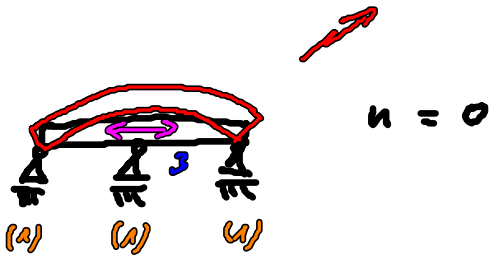
\Rightarrow statisch unbestimmt



$$n = 3 - 1 - 1 - 0 = 1 \rightarrow$$

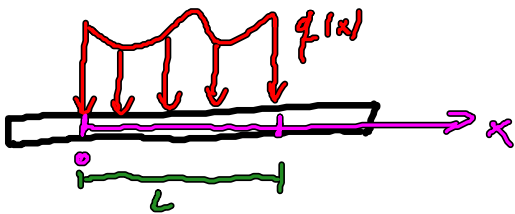
\Rightarrow kinematisch unbestimmt

1) Sonderfälle



$\sum M = 0$
Ist nicht erfüllt!

2) Strecklast (SL)



$$[q(x)] = \frac{N}{m}$$

$$x_s = \frac{\int_0^L x q(x) dx}{\int_0^L q(x) dx}$$

- SP der SL

$$F_R = \int_0^L q(x) dx$$

- Resultierende der SL

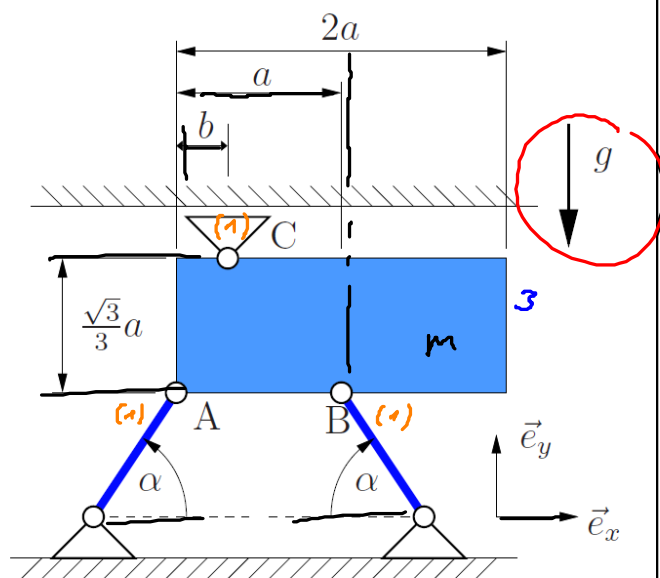


- Ersatzsystem mit F_R

A39

39. Eine homogene Scheibe (Masse m) ist wie abgebildet über zwei Pendelstützen und ein Loslager gelagert.

- (a) Berechnen Sie die Auflagerreaktionen, d.h. die Kräfte in den Pendelstützen und die Kraft im Loslager C.
- (b) Skizzieren Sie die Kraft im Lager C als Funktion der Länge b , wobei $0 < b < 2a$.



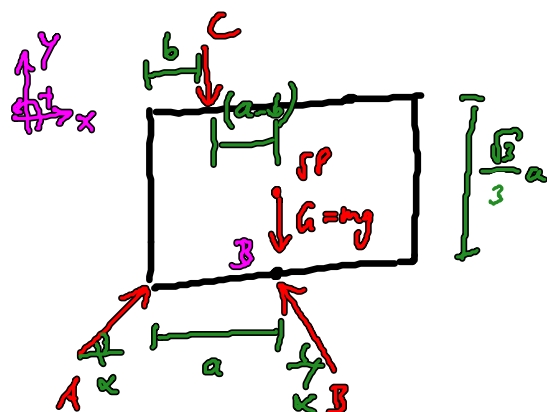
Geg.: $a, b, g, m, \alpha = 30^\circ$

a) Ist System statisch bestimmt?

• notwendige Bed: $n = f - r - v = 0$
 $n = 3 - 1 - 1 - 1 = 0 \checkmark$

• auf den ersten Blick ist System nicht wackelig o. verspannbar!

1) FS:



2) GGB aufstellen:

$$x: 0 = \underline{A} \cos(\alpha) - \underline{B} \cos(\alpha) \quad (1)$$

$$y: 0 = A \sin(\alpha) + B \sin(\alpha) - \underline{C} - G \quad (2)$$

$$M^B: 0 = C(a-b) - A \sin(\alpha) a \quad (3)$$

$$\sin(\alpha=30^\circ) = \frac{1}{2}, \quad \cos(\alpha=30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

3) Auflösen:

$$(1): \cancel{A \cos(\alpha)} = \cancel{B \cos(\alpha)} \implies A = B$$

$$(3): C(a-b) = A \sin(\alpha) a \implies C = \frac{a}{a-b} \sin(\alpha) A = \frac{a}{2(a-b)} A$$

$$(2) : \quad A \sin(\omega t) + A \sin(\omega t) - A \frac{a}{2(a-b)} = G$$

$$A - A \frac{a}{2(a-b)} = G$$

$$A \left(1 - \frac{a}{2(a-b)}\right) = G$$

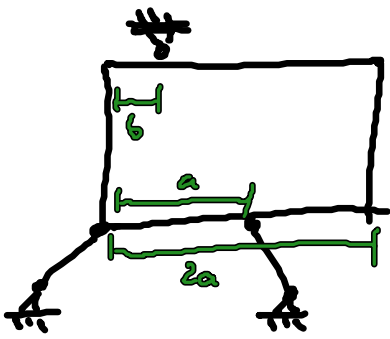
$$A = \frac{G}{1 - \frac{a}{2(a-b)}} \cdot \frac{2(a-b)}{2(a-b)} = G \frac{2(a-b)}{2(a-b) - a} = G \frac{2(1 - \frac{b}{a})}{2(1 - \frac{b}{a}) - 1}$$

$$A = mg \frac{2(1 - \frac{b}{a})}{2(1 - \frac{b}{a}) - 1}, \quad B = mg \frac{2(1 - \frac{b}{a})}{2(1 - \frac{b}{a}) - 1}$$

$$C = \frac{g}{2} \frac{A}{2(a-b)} mg \frac{2(1 - \frac{b}{a})}{2(1 - \frac{b}{a}) - 1} = mg \frac{1}{2(1 - \frac{b}{a})} \frac{2(1 - \frac{b}{a})}{2(1 - \frac{b}{a}) - 1}$$

$$C = mg \frac{1}{2 - 2\frac{b}{a} - 1} = mg \frac{1}{1 - 2\frac{b}{a}}$$

b) Verlauf von C als Funktion von b

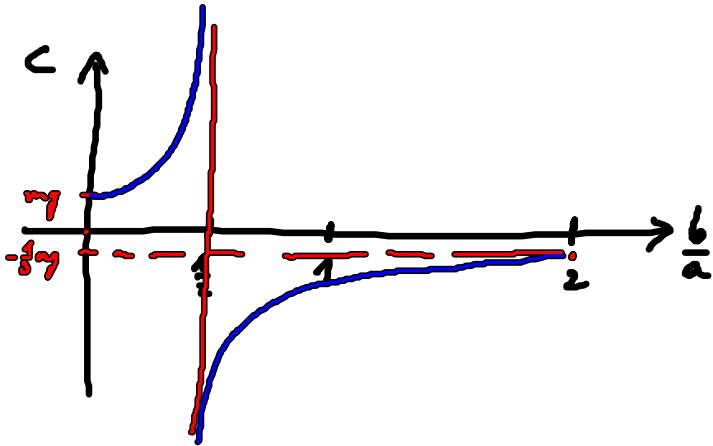


$$C = mg \frac{1}{1 - 2\frac{b}{a}} \quad ; \quad \text{mit } 0 \leq \frac{b}{a} \leq 2$$

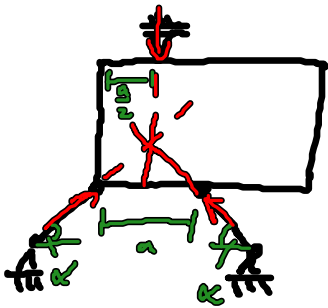
$$C \left(\frac{b}{a} = 0 \right) = mg \frac{1}{1 - 0} = mg$$

$$C \left(\frac{b}{a} = 2 \right) = mg \frac{1}{1 - 2 \cdot 2} = -\frac{1}{3} mg$$

$$C \left(\frac{b}{a} \rightarrow \frac{1}{2} \right) = mg \frac{1}{1 - 2 \cdot \frac{1}{2}}$$



$$\text{Sei } \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2} a$$



→ Alle Kräfte treffen sich in einem Punkt

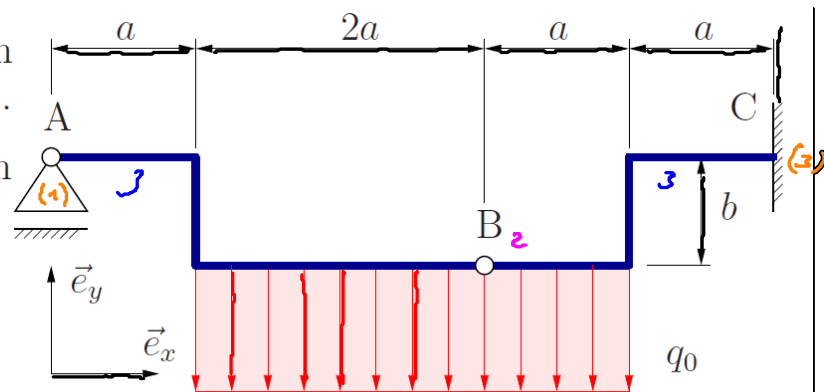
→ $\sum M = 0$ nicht erfüllt! (kein Gleichgewicht!)

Aufgabe 42

42. Das abgebildete Tragwerk wird durch eine konstante Streckenlast q_0 belastet.

Berechnen Sie die Auflagerreaktionen in den Lagern A und C.

Geg.: a, b, q_0

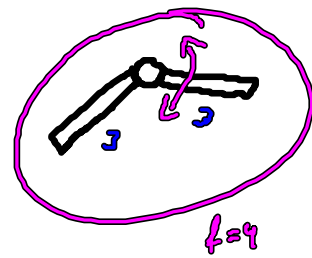


statische Gleichung: $\sum F_x = 0$

Gebk:

$$n = 3 + 3 - 1 - 3 - 2 = 0 \quad \checkmark$$

2) nicht wählbar / unverschiebbar \checkmark

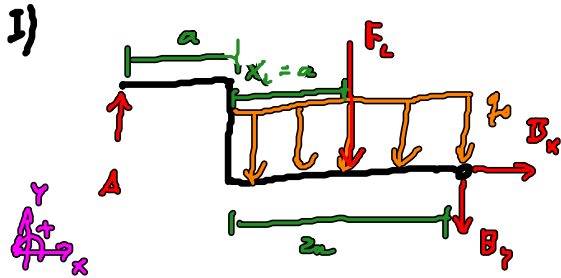


$$2 \cdot 3 = 6$$

$$6 - 0 = 4$$

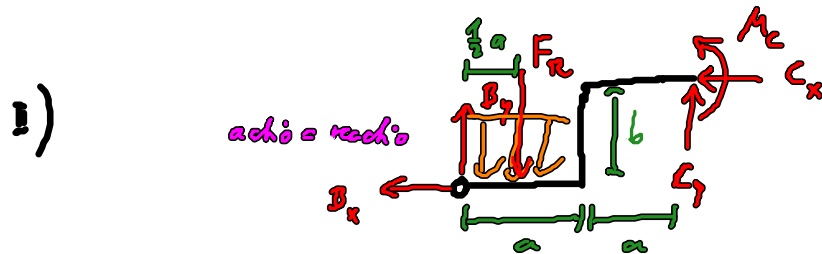
$$\Rightarrow V = 2$$

A) FS: $LR = 4 \Rightarrow$ 2 Freiwerte notwendig, 2 Teilstücke



Resultierende: $F_L = \int_0^{2a} q(x) dx$

$$= \int_0^{2a} q_0 dx = 2aq_0$$



$$F_R = \int_0^a q dx = aq_0$$

2) GGB: für die Teilsysteme (jedes ist im Gleichgewicht)

I) x: $0 = B_x \Rightarrow B_x = 0$

y: $0 = A - F_L - B_y \Rightarrow B_y = A - F_L = \frac{2}{3}qa - \frac{2}{3}qa = -\frac{4}{3}qa$

M^B: $0 = F_L \cdot a - A \cdot 3a \Rightarrow A = \frac{1}{3}F_L = \frac{1}{3} \cdot 2aq_0 = \frac{2}{3}qa$

II) x: $0 = -B_x - C_x \Rightarrow C_x = -B_x = 0$

y: $0 = B_y - F_R + C_y \Rightarrow C_y = F_R - B_y = \frac{2}{3}qa - (-\frac{4}{3}qa) = \frac{2}{3}qa$

M^C: $0 = -\cancel{B_y} \cdot b - B_y \cdot 2a + F_R (a + \frac{1}{3}a) + M_C$

$$\Rightarrow M_C = B_y \cdot 2a - F_R \frac{2}{3}a = -\frac{4}{3}qa \cdot 2a - qa \frac{2}{3}a$$

$$= 7a^2 \left(-\frac{8}{3} - \frac{3}{2} \right) = -7a^2 \frac{1}{6} (16 + 9)$$

$$M_c = -7a^2 \frac{25}{6}$$

$\frac{25}{6} \quad m^2 = Nm$

Tut: 32, 34, 36, Ha: 33, 40, 43