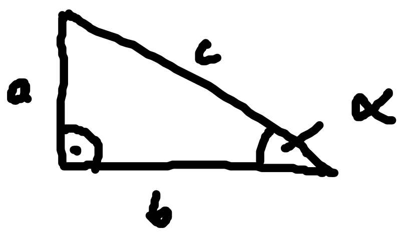
1. Übung - Mechanik I

1.) rechtwinkliges Dreieck



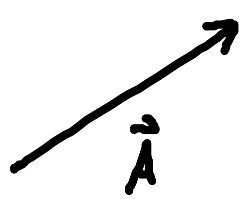
$$a = c \cdot \sin(\alpha)$$

$$b = c \cdot \cos(\alpha)$$

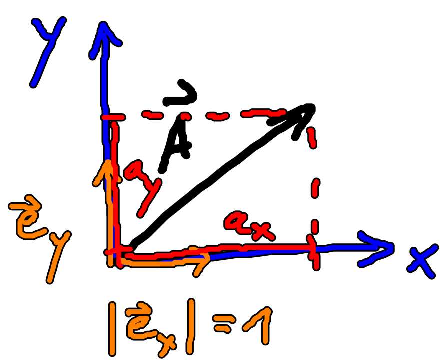
$$\frac{a}{b} = \tan(\alpha)$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

2.) Vektor



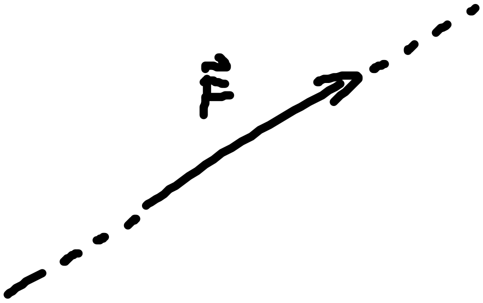
- gerichtete Größe
- Betrag



$$\vec{A} = a_x \vec{e}_x + a_y \vec{e}_y$$

$\Rightarrow$ Addition, Multiplizieren

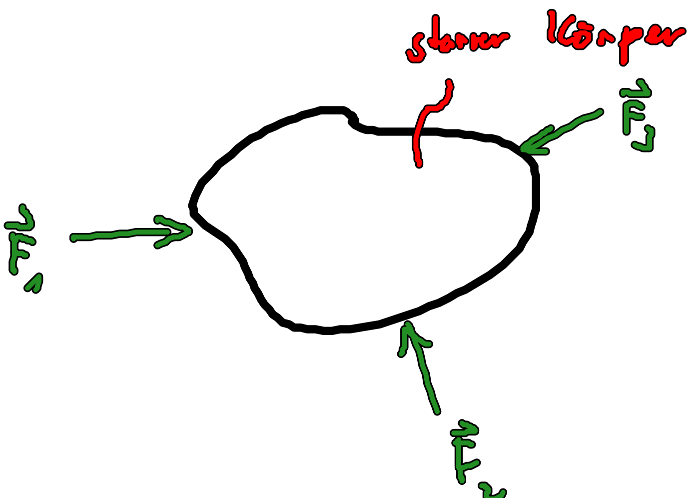
3.) Kraft – vektorielle Größe



$$[F] = N = \frac{kg\,m}{s^2}$$

NEWTON

4.) Gleichgewicht:



Körper ist im GG wenn:

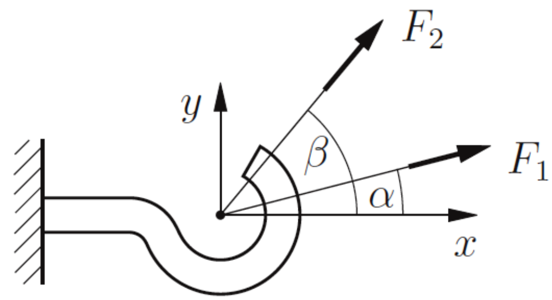
$$\boxed{\sum_{i=1}^{3} \vec{F}_i = \vec{0}}$$

Aufgabe 2

Der skizzierte Haken ist durch die zwei Kräfte F_1 und F_2 belastet. Die Wirkungsrichtungen der Kräfte werden durch die Winkel α und β beschrieben.

Ersetzen Sie die zwei Kräfte durch eine resultierende Kraft F_{res}. Bestimmen Sie den Betrag und die Richtung dieser resultieren Kraft rechnerisch und zeichnerisch.

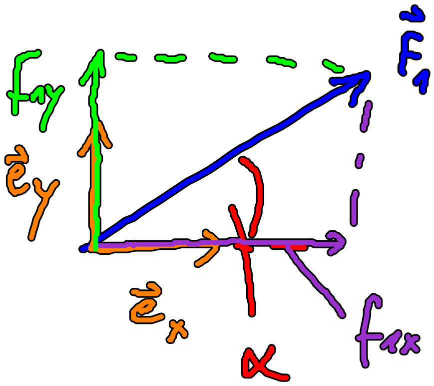
Geg.: $F_1 = 1{,}8\,\mathrm{kN}$, $F_2 = 2{,}6\,\mathrm{kN}$, $\alpha = 15°$, $\beta = 55°$

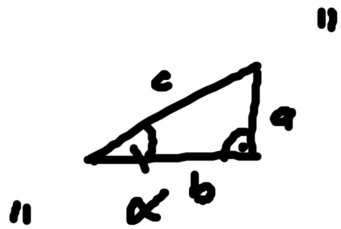


ges: $\vec{F}_{res}$, $|\vec{F}_{res}|$, γ

1) $\vec{F}_{res}$:

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \underbrace{\left(f_{1x}\,\vec{e}_x + f_{1y}\,\vec{e}_y\right)}_{\vec{F}_1} + \underbrace{\left(f_{2x}\,\vec{e}_x + f_{2y}\,\vec{e}_y\right)}_{\vec{F}_2}$$





$$f_{1x} = F_1 \cdot \cos(\alpha) \quad (1) \qquad , \qquad f_{2x} = F_2 \cdot \cos(\beta) \quad (3)$$

$$f_{1y} = F_1 \cdot \sin(\alpha) \quad (2) \qquad , \qquad f_{2y} = F_2 \cdot \sin(\beta) \quad (4)$$

$\Rightarrow$ (1) – (4) einsetzen:

$$\vec{F}_{res} = \underbrace{\left(f_{1x} + f_{2x}\right)}_{f_{res,x}} \vec{e}_x + \underbrace{\left(f_{1y} + f_{2y}\right)}_{f_{res,y}} \vec{e}_y$$

... einsetzen

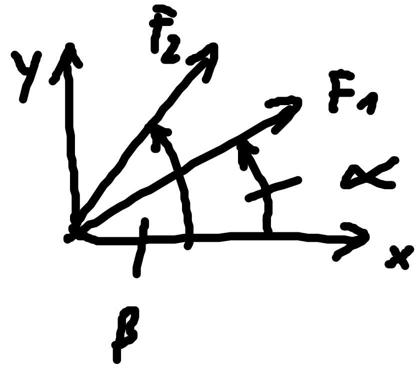
$$\underline{\underline{\vec{F}_{res} = 3{,}23 \text{ kN}\, \vec{e}_x + 2{,}59 \text{ kN}\, \vec{e}_y}}$$

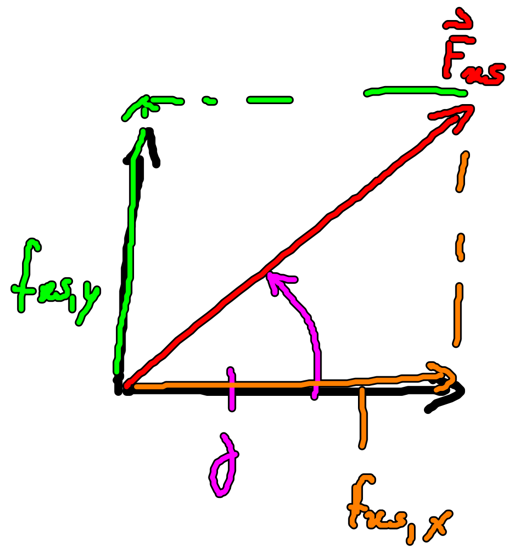
2.) Betrag

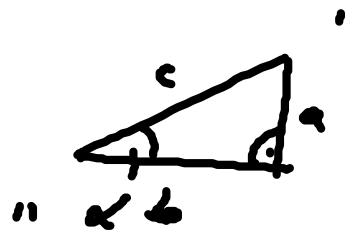
$$|\vec{F}_{res}| = \sqrt{f_{res,x}^2 + f_{res,y}^2} = \sqrt{(3,23)^2 + (2,59)^2}\ kN$$

$$= \underline{\underline{4,14\ kN}}$$

3.) Richtung







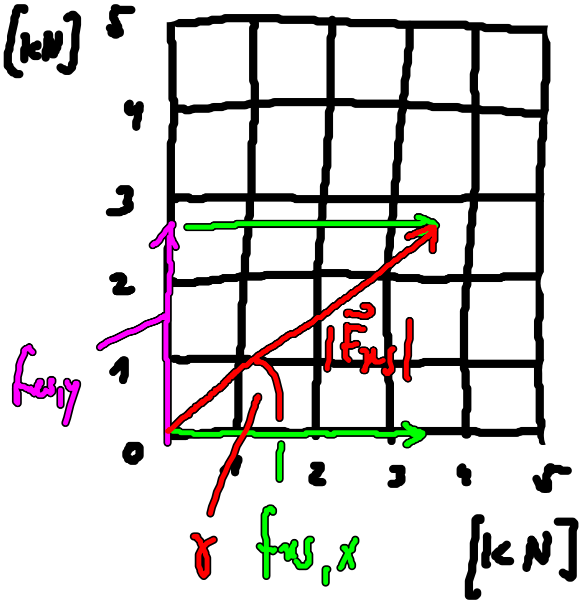
$\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$

$$\Rightarrow \tan(\gamma) = \frac{f_{res,y}}{f_{res,x}}$$

$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{f_{res,y}}{f_{res,x}}\right) = \arctan\left(\frac{f_{res,y}}{f_{res,x}}\right)$$

$$= \underline{\underline{38,8^\circ}}$$

4.) Betrag & Winkel zeichnerisch



$F_{xs,x} \approx 3,23$ kN

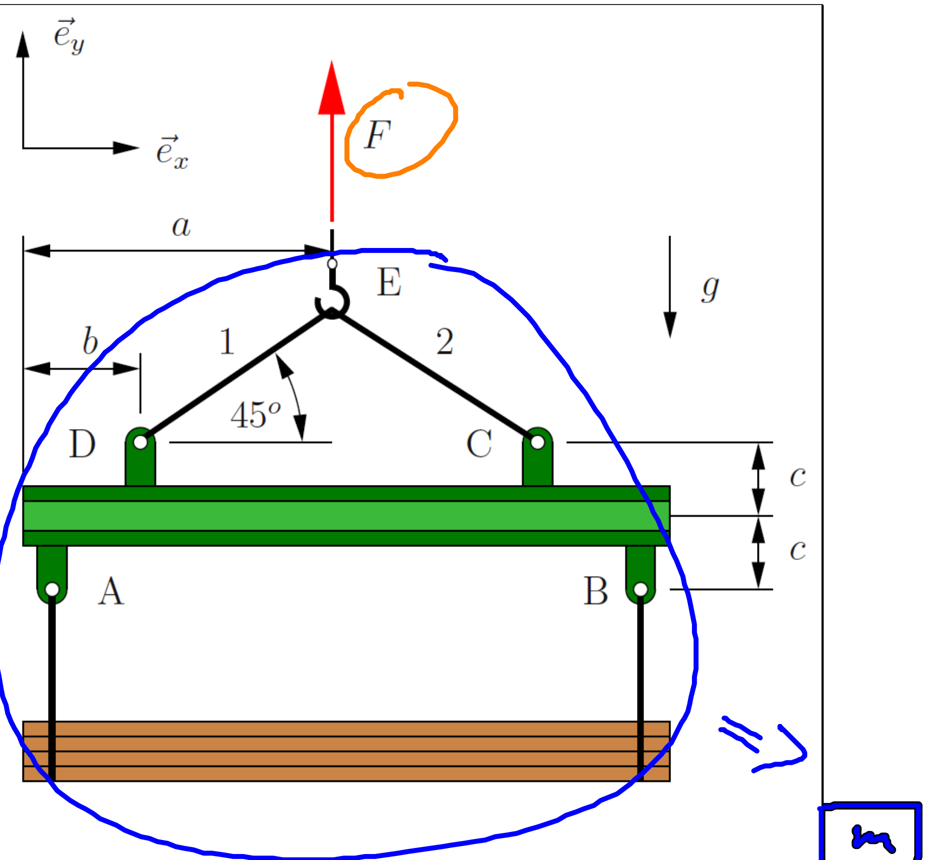
$F_{xs,y} \approx 2,59$ kN

$\Rightarrow |\vec{F}_{xs}| \approx 4,14$ kN

$\gamma \approx 38,8°$

Aufgabe 6

Die abgebildete Hebevorrichtung wird zum Umschlagen von Holzstämmen verwendet. Das Seil und der Balken schließen stets einen Winkel von 45^o ein (siehe Abbildung). Der Schwerpunkt der Last liege stets genau unterhalb des Kranhakens. Die Masse m_S der Stämme sei 200 kg, die Masse m_H der Hebevorrichtung sei 50 kg.



(a) Wie groß ist die Kraft F im vertikalen Seil?

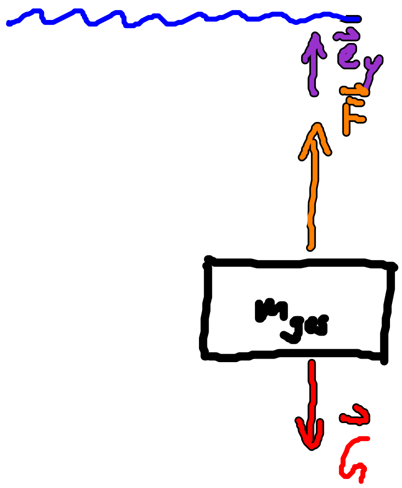
(b) Bestimmen Sie die Vektoren $\vec{r}_{CE}$ und $\vec{r}_{DE}$. Hinweis: Der erstgenannte Buchstabe ist der Punkt, zu dem der Vektor zeigt, d.h. $\vec{r}_{CE} = \vec{r}_C - \vec{r}_E$.

(c) Fertigen Sie eine Freischnittsskizze des Hakens an. Wie lauten die Gleichgewichtsbedingungen? Geben Sie die Kräfte in den Seilen in vektorieller Form an.

Geg.: $m_S = 200\,\text{kg}$, $m_H = 50\,\text{kg}$, a, c, b, g

ges:

a) Kraft F :



Ersatzmodell:

$m_{ges} = m_S + m_H = 250\,kg$

m_{ges} soll im Gleichgewicht sein

$\Rightarrow \vec{F}_{res} = \vec{0}$

$\vec{G}$: Gewichtskraft

$G = m_{ges} \cdot g$

Erdbeschleunigung

$g = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$

$$\vec{F}_{res} = \vec{F} + \vec{G}$$

$$= F\vec{e}_y - G\vec{e}_y \underset{\substack{! \\ GG}}{=} \vec{0}$$

$$= (F - m_{ges}\cdot g)\,\vec{e}_y = \vec{0}$$

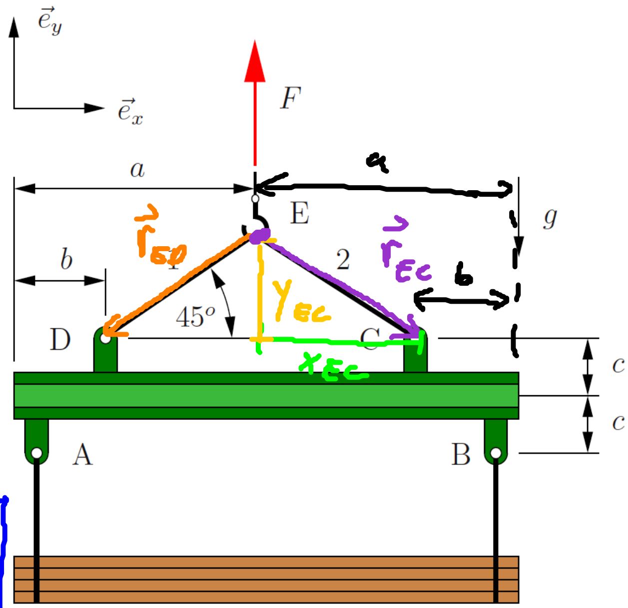
$$0 = F - m_{ges}\, g$$

$$F = m_{ges}\cdot g = 250\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$$

$$= \underline{\underline{2{,}45\,kN}}$$

b)

Die abgebildete Hebevorrichtung wird zum Umschlagen von Holzstämmen verwendet. Das Seil und der Balken schließen stets einen Winkel von 45° ein (siehe Abbildung). Der Schwerpunkt der Last liege stets genau unterhalb des Kranhakens. Die Masse m_S der Stämme sei 200 kg, die Masse m_H der Hebevorrichtung sei 50 kg.



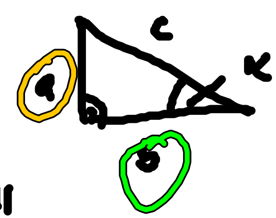
(a) Wie groß ist die Kraft F im vertikalen Seil?

(b) Bestimmen Sie die Vektoren $\vec{r}_{EC}$ und $\vec{r}_{ED}$ ~~Hinweis: Der erstgenannte Buchstabe ist der Punkt, zu dem der Vektor zeigt, d.h. $\vec{r}_{CE} = \vec{r}_C - \vec{r}_E$.~~

(c) Fertigen Sie eine Freischnittsskizze des Hakens an. Wie lauten die Gleichgewichtsbedingungen? Geben Sie die Kräfte in den Seilen in vektorieller Form an.

Geg.: $m_S = 200\,\text{kg}$, $m_H = 50\,\text{kg}$, a, c, b, g

$$\vec{r}_{EC} = X_{EC}\,\vec{e}_x - Y_{EC}\,\vec{e}_y = (a-b)\,\vec{e}_x - (a-b)\,\vec{e}_y$$



$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b} \Rightarrow \tan(45°) = \frac{Y_{EC}}{X_{EC}}$$

$$Y_{EC} = X_{EC} \cdot \underbrace{\tan(45°)}_{1}$$

$$= X_{EC} = (a-b)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$\vec{r}_{ED} = -(a-b)\,\vec{e}_x - (a-b)\,\vec{e}_y$$

Tut: 1,3 ; Ha: 5,7