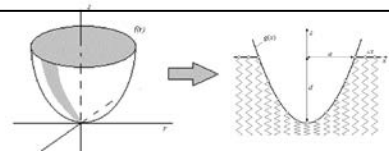


Methode der Dimensionsreduktion in Kontaktmechanik

Ein starres rotationssymmetrisches Profil $z = f(r)$ sei in einen elastischen Körper um eine Indentierungstiefe d eingedrückt. Der dabei gebildete Kontaktradius, Normalkraft und Spannungsverteilung werden wie folgt berechnet.



I. Man definiert ein „MDR-transformiertes“ eindimensionales Profil:

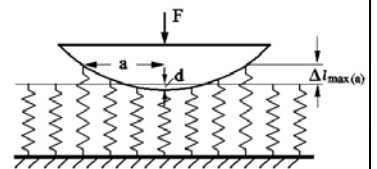
$$g(x) = |x| \int_0^{|x|} \frac{f'(r)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dr.$$

II. Dieses Profil wird um die Indentierungstiefe d in eine *Winklersche Bettung* eingedrückt. Diese besteht aus einer Reihe von unabhängigen Federn mit einem kleinen Abstand Δx und Normalsteifigkeit $k_z = E^* \Delta x$ mit $E^* = E / (1 - \nu^2)$ und Tangentialsteifigkeit $k_{zx} = G^* \Delta x$, $G^* = 4G / (2 - \nu)$, E ist der Elastizitätsmodul, G Schubmodul und ν die Querkontraktionszahl.

III. Wenn $\Delta F(x)$ die Federkraft am Ort x ist, so kann die Streckenlast $q(x) = \Delta F(x) / \Delta x$ definiert werden. Die Spannungsverteilung im ursprünglichen drei-dimensionalen Kontaktproblem wird mittels des folgenden Integrals berechnet:

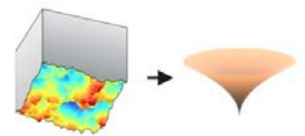
$$p(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^\infty \frac{q'(x)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dx$$

IV. In einem adhäsiven Kontakt werden die Federn am Rande des Kontaktes abspringen wenn die Auslenkung der Feder den kritischen Wert $\Delta l_{\max}(a) = \sqrt{\frac{2a\pi\Delta\gamma}{E^*}}$ übersteigt, wobei $\Delta\gamma$ die Trennungsarbeit pro Flächeneinhalt ist.



V. In einem Tangentialkontakt mit dem Reibungskoeffizienten μ sind die Federn im Haftzustand wenn $|k_x u_x| < \mu k_z u_z$.

VI. Ein zylindrischer (oder quadratischer) Stempel mit Durchmesser L und Rauheit, die durch den quadratischen Mittelwert h und den Hurst-Exponenten H charakterisiert wird, kann durch das Profil $g(x) = \zeta(H)h(r/L)^H$ repräsentiert werden. Für den mittleren Bereich von Hurst-Exponenten ($0.3 < H < 0.7$) gilt $\zeta(H) \approx 4$.



Aufgabe 1. Für folgende Profile sind die MDR-transformierten Profile zu bestimmen.

$f(r)$		$r^2 / 2R$	$r \tan \theta$
$g(x)$			

Aufgabe 2. Zu bestimmen ist die Druckverteilung beim Eindruck eines starren Zylinders.

Aufgabe 3. Beweisen Sie die Richtigkeit der Regel IV für den adhäsiven Kontakt.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen der Indentierungstiefe d und dem Kontaktradius a für den adhäsiven Kontakt eines beliebigen rotationssymmetrischen Profils.

Aufgabe 5. Zu bestimmen ist die Normalkraft für einen adhäsiven Kontakt als Funktion des Kontaktradius.

Aufgabe 6. Zu bestimmen ist die Bedingung für den Stabilitätsverlust eines beliebigen adhäsiven Kontaktes.

Aufgabe 7. Zu bestimmen ist die Adhäsionskraft für ein beliebiges Profil.

Aufgabe 8. Zu bestimmen ist die Kontaktsteifigkeit als Funktion der Normalkraft zwischen einer starren rauen Kugel und einem elastischen Halbraum. Hurst Exponent ist gleich $H = 1$ anzunehmen.

Weitere Literatur zur MDR kann auf der folgenden Seite gefunden und heruntergeladen werden:

http://www.reibungsphysik.tu-berlin.de/menue/forschung/method_of_dimensionality_reduction/

Vorlesung zur MDR findet man hier: <http://vimeo.com/86873978>