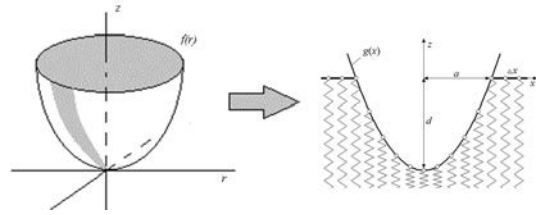


Kontaktmechanik mit der Methode der Dimensionsreduktion (MDR) I.

Lit.: V.L. Popov & M. Heß Methode der Dimensionsreduktion in Kontaktmechanik und Reibung. Springer, 2013

Ein starres rotationssymmetrisches Profil $z = f(r)$ sei in einen elastischen Körper um eine Indentierungstiefe d eingedrückt. Der dabei gebildete Kontaktradius, Normalkraft und Spannungsverteilung werden wie folgt berechnet.



I. Man definiert ein „MDR-transformiertes“ eindimensionales Profil

$$g(x) = |x| \int_0^{|x|} \frac{f'(r)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dr.$$

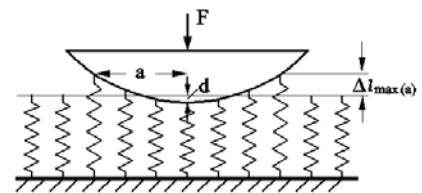
II. Dieses Profil wird um die Indentierungstiefe d in eine *Winklersche Bettung* eingedrückt. Diese besteht aus einer Reihe von unabhängigen Federn mit einem kleinen Abstand Δx und Normalsteifigkeit $k_z = E^* \Delta x$ mit $E^* = E / (1 - \nu^2)$ und Tangentialsteifigkeit $G^* = 4G / (2 - \nu)$, E ist der Elastizitätsmodul, G Schubmodul und ν die Querkontraktionszahl des Mediums.

III. Wenn $\Delta F(x)$ die Federkraft am Ort x ist, so kann die Streckenlast $q(x) = \Delta F(x) / \Delta x$ definiert werden. Die Spannungsverteilung im ursprünglichen drei-dimensionalen Kontaktproblem

wird mittels des Integrals $p(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^\infty \frac{q'(x)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dx$ berechnet.

IV. In einem adhäsiven Kontakt werden die Federn am Rande des Kontaktes abspringen wenn die Auslenkung der Feder den

kritischen Wert $\Delta l_{\max}(a) = \sqrt{\frac{2a\pi\gamma_{12}}{E^*}}$ übersteigt, wobei γ_{12} die Trennungsarbeit pro Flächeneinhalt ist.



V. In einem Tangentialkontakt mit dem Reibungskoeffizienten μ sind die Federn im Haftzustand wenn $|k_x u_x| < \mu k_z u_z$.

Aufgabe 1. Für folgende Profile sind die MDR-Transformierten Profile zu finden: (a) einen zylindrischen Indenter mit dem Radius a , (b) einen parabolischen Indenter $f(r) = r^2 / 2R$, (c) einen konischen Indenter $f(r) = r \tan \theta$.

$f(r)$		$r^2 / 2R$	$r \tan \theta$
$g(x)$			

Aufgabe 2. Zu bestimmen ist der Zusammenhang zwischen der Eindringtiefe d , dem Kontaktradius a und der Normalkraft F_N für die drei in der Aufgabe 1 genannten Profile.

Aufgabe 3. Zu bestimmen ist die Druckverteilung im Kontakt mit den in der Aufgabe 1 genannten Profilen.

Aufgabe 4. Zu bestimmen ist die Adhäsionskraft für die drei in der Aufgabe 1 genannten Profile.

Weitere Literatur zur MDR kann auf der folgenden Seite gefunden werden:

http://www.reibungsphysik.tu-berlin.de/menue/forschung/method_of_dimensionality_reduction/