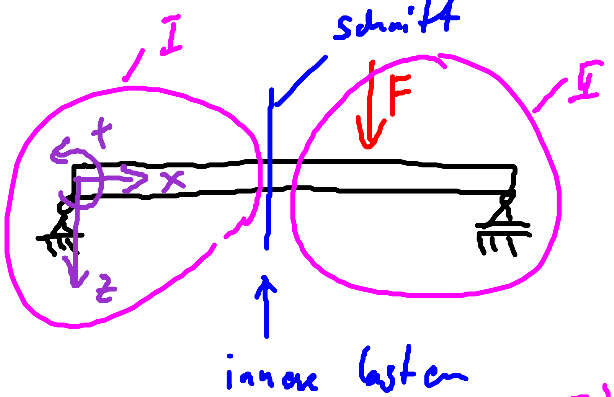
- keine Übung am 30.11. (Freitag)
- Ersatztermin: 29.11. (Donnerstag), H 104, 16–18 Uhr } Wiederholung der Themen

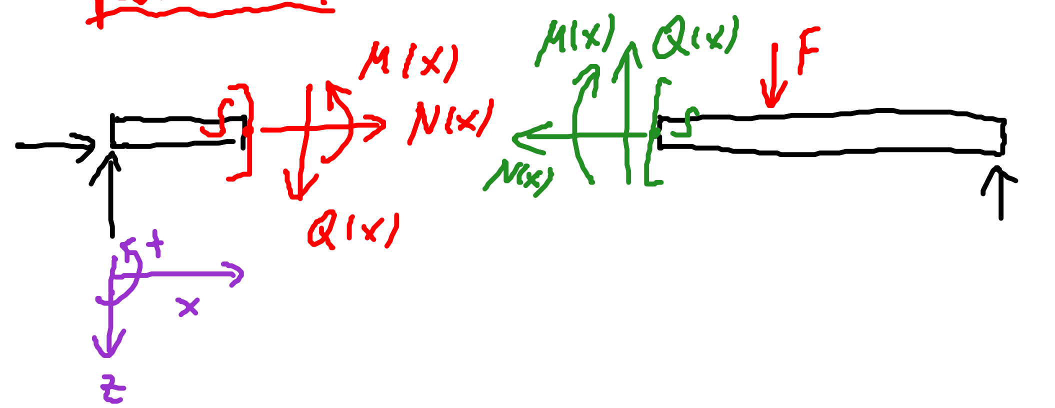
6. Übung – Schnittlasten



Ue	Tut	Ha
64,61	62,69	68,75

I) positives Ufer:

II) negatives Ufer:



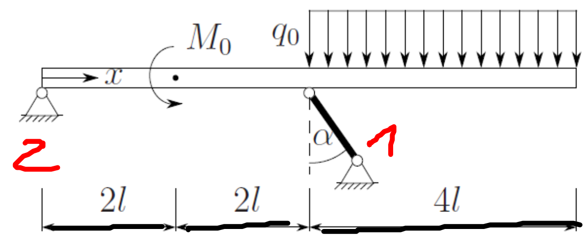
- $N(x)$: Normalkraft
- $Q(x)$: Querkraft
- $M(x)$: Biegemoment

Berechnung:

1) Globalschnittverfahren – Aufgabe 64
2) Schnittlast-Differentialgl. – Aufgabe 61

64. Aufgabe: Globalschnittverfahren

64. Auf den skizzierten Balken wirkt ein Einzelmoment $M_0 = 4q_0l^2$ und eine konstante Streckenlast q_0. Gesucht sind die Schnittlastenverläufe. Gehen sie zu deren Berechnung wie folgt vor:



(a) Ist das System statisch bestimmt gelagert? Begründen Sie Ihre Antwort.

(b) Bestimmen Sie alle Lagerreaktionen.

(c) Berechnen Sie die Schnittgrößen $N(x)$, $Q(x)$ und $M(x)$ und skizzieren Sie diese qualitativ unter Angabe markanter Werte (Nullstellen, Extrema etc.).

Geg.: q_0, l, α, $M_0 = 4q_0l^2$

a) statisch bestimmt?

• notwendige Bedingung: $f \overset{!}{=} r + v$

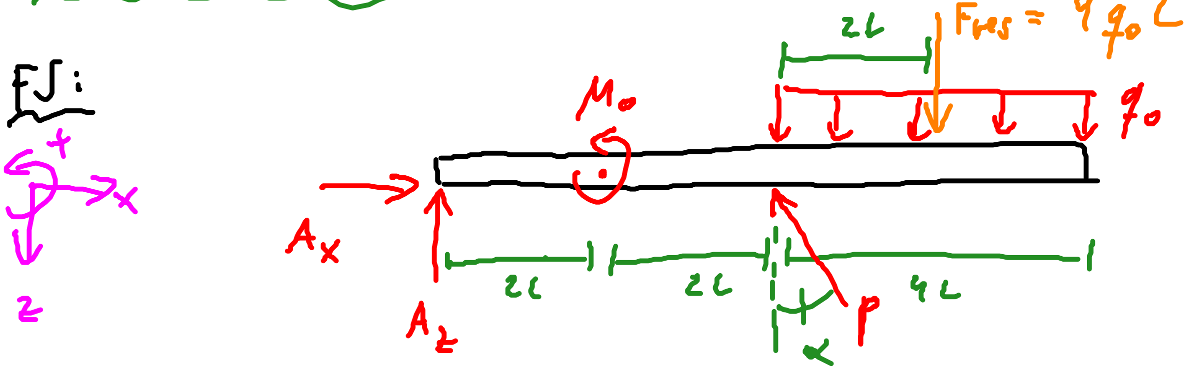
$3 = 2 + 1 + 0$ – erfüllt!

• hinreichende Bedingung: nicht vorspannbar! nicht beweglich! } erfüllt!

$\Rightarrow$ System ist statisch bestimmt

b) Lagerreaktionen:

$F_{res} = 4q_0L = \int_0^{4L} q_0\,dx$



GGB: $\Sigma M^{(A)} \overset{!}{=} 0, \quad 0 = P\cos(\alpha)\cdot 4L - F_{res}\cdot 6L + M_0$

$$P = \frac{1}{4L\cos(\alpha)}\left(4q_0L\cdot 6L - 4q_0L^2\right)$$

$$\boxed{P = \frac{5q_0L}{\cos(\alpha)}}$$

$$\sum F_x \overset{!}{=} 0, \quad 0 = A_x - P\sin(\alpha)$$

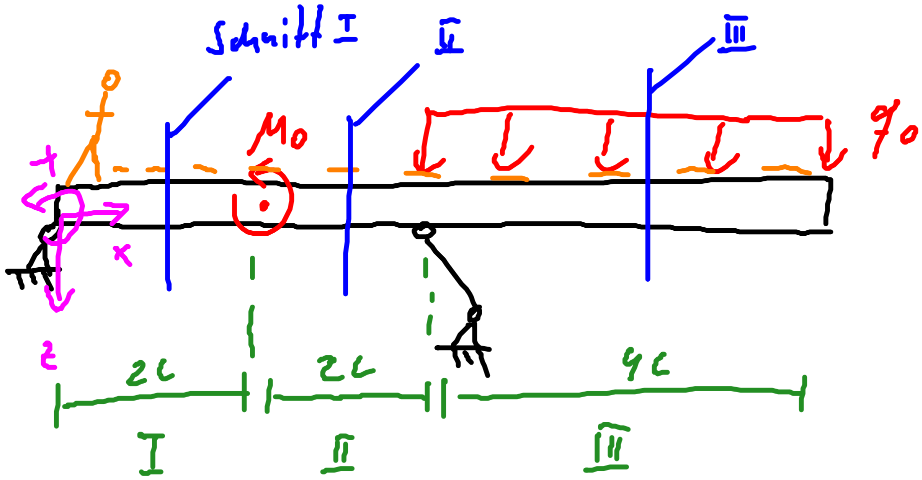
$$\boxed{A_x = P\sin(\alpha) = 5q_0L\tan(\alpha)}$$

$$\sum F_z \overset{!}{=} 0, \quad 0 = -A_z - P\cos(\alpha) + F_{RS}$$

$$A_z = F_{RS} - P\cos(\alpha) = 4q_0L - 5q_0L$$

$$\boxed{A_z = -q_0L}$$

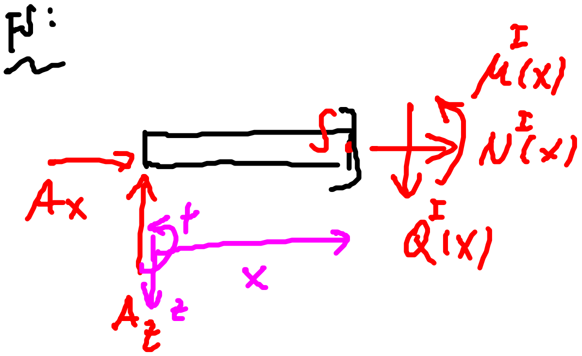
c) Schnittgrößen (Schnittlasten)



3 Schnittbereiche notwendig

I) $0 \leq x < 2L$:

FS:



GGB:

$$\sum F_x \overset{!}{=} 0,\quad 0 = A_x + N^{I}(x)$$

$$N^{I}(x) = -A_x = -5 q_0 L \tan(\alpha)$$

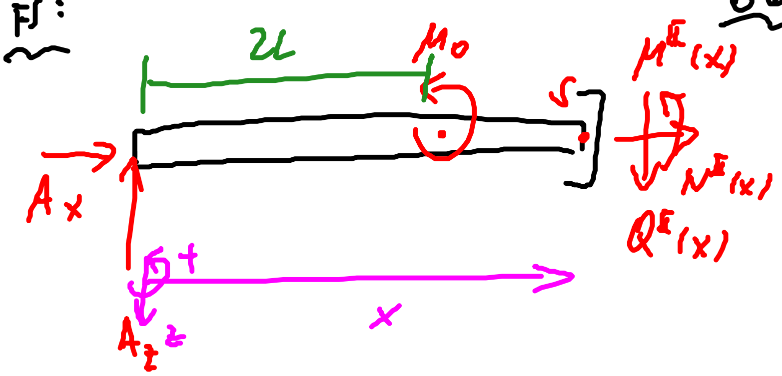
$$\sum F_z \overset{!}{=} 0,\quad 0 = -A_z + Q^{I}(x)$$

$$Q^{I}(x) = -q_0 L$$

$$\sum M^{(S)} \overset{!}{=} 0,\quad 0 = -A_z\, x + M^{I}(x) \Rightarrow M^{I}(x) = -q_0 L x$$

II) $2L < x < 4L$:

FS:



GGB:

$$\sum F_x \overset{!}{=} 0,\quad 0 = A_x + N^{II}(x)$$

$$N^{II}(x) = -5 q_0 L \tan(\alpha)$$

$$\sum F_z \overset{!}{=} 0,\quad 0 = -A_z + Q^{II}(x)$$

$$Q^{II}(x) = -q_0 L$$

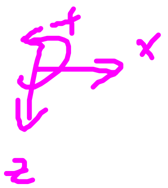
$$\sum M^{(S)} \overset{!}{=} 0,\quad 0 = -A_z\, x + M_0 + M^{II}(x)$$

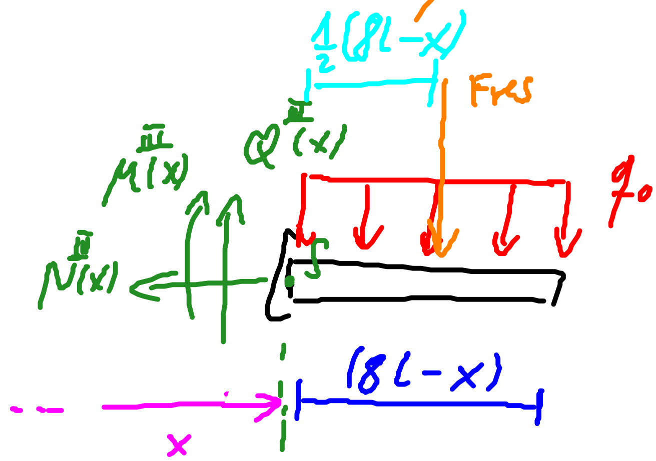
$$\Rightarrow M^{II}(x) = A_z\, x - M_0 = -q_0 L x - 4 q_0 L^2$$

III) $4L < x \leq 8L$:

Wir wählen das rechte Teilsystem!

KS:





GGB:

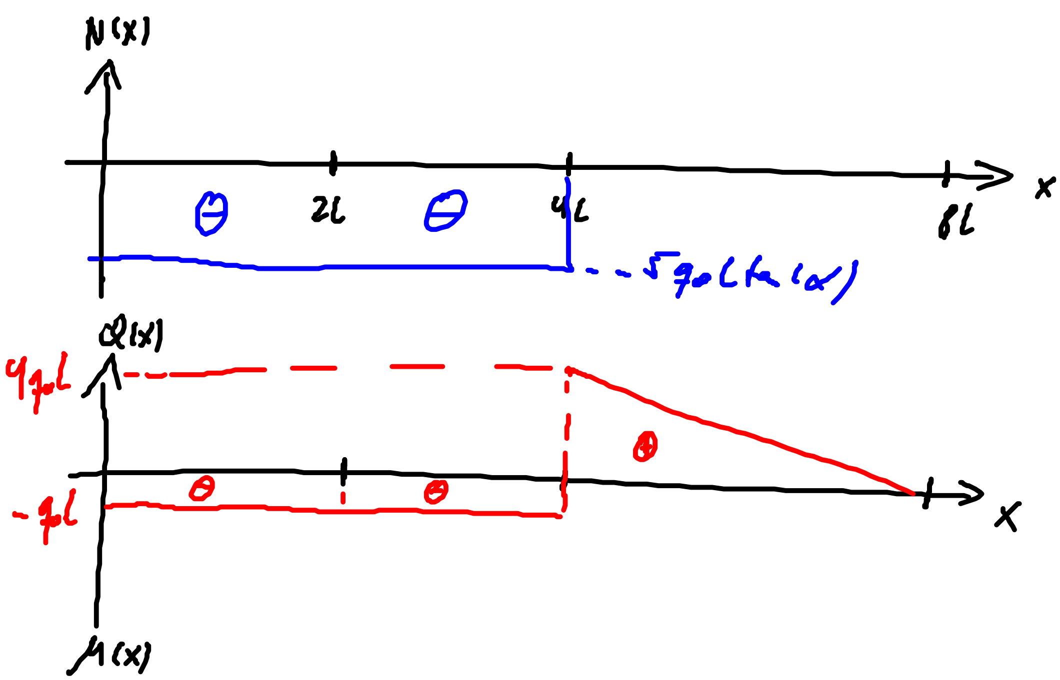
$$\sum F_x \overset{!}{=} 0, \quad 0 = -N^{III}(x) \quad \Rightarrow \quad N^{III}(x) = 0$$

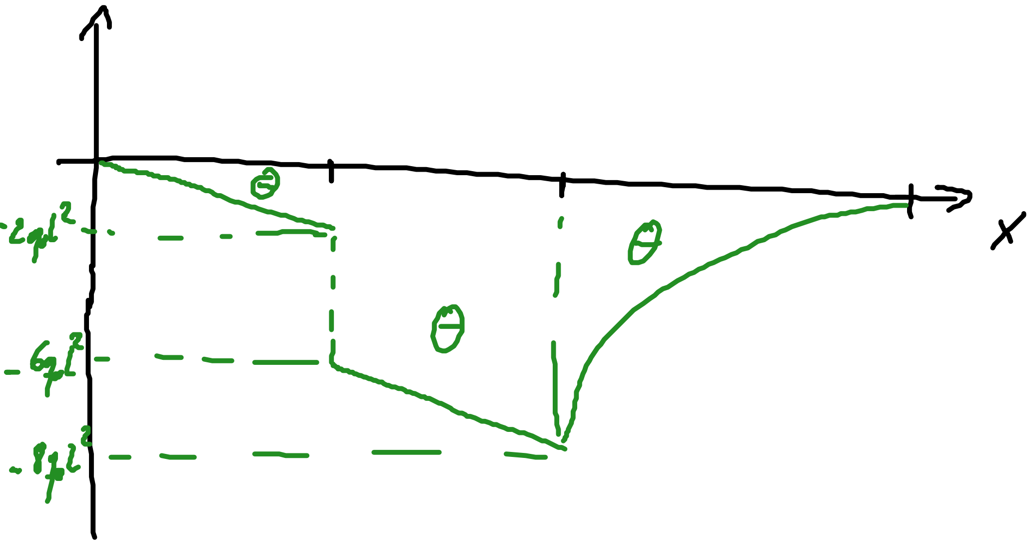
$$\sum F_z \overset{!}{=} 0, \quad 0 = -Q^{III}(x) + q_0(8l-x) \Rightarrow Q^{III}(x) = q_0(8l-x)$$

$$\sum M^{(S)} \overset{!}{=} 0, \quad 0 = -M^{III}(x) - q_0(8l-x)\cdot\frac{1}{2}(8l-x)$$

$$M^{III}(x) = -\frac{1}{2} q_0 (8l-x)^2$$

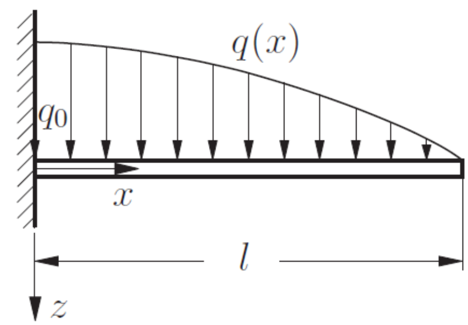
Verlauf skizzieren:





61. Aufgabe: Schnittlast – ODL

61. Der skizzierte Balken ist links fest eingespannt und wird durch eine cosinusförmige Streckenlast $q(x)$ belastet.



(a) Berechnen Sie den Verlauf der Schnittgrößen (Biegemoment, Querkraft, Normalkraft).

(b) Skizzieren Sie den Verlauf der Schnittgrößen unter Angabe charakteristischer Werte.

(c) Wie groß ist das maximale Biegemoment?

Geg.: q_0, l

a)
$$Q'(x) = \frac{dQ(x)}{dx} = -q(x)$$
$$M'(x) = \frac{dM(x)}{dx} = Q(x)$$
aus Vorlesung

$$\Rightarrow \quad dQ(x) = -q(x)\,dx$$
$$Q(x) = \int -q(x)\,dx + C_1$$
$$M(x) = \int Q(x)\,dx + C_2$$

Konstanten aus Randbedingung

in der Aufgabe:

$$q(x) = q_0 \cos\left(\frac{\pi}{2L}x\right)$$

„durch die innere Abl."

$$Q(x) = \int -q_0 \cos\left(\frac{\pi}{2L}x\right)dx + C_1 = -q_0 \frac{2L}{\pi}\sin\left(\frac{\pi}{2L}x\right) + C_1 \quad (1)$$

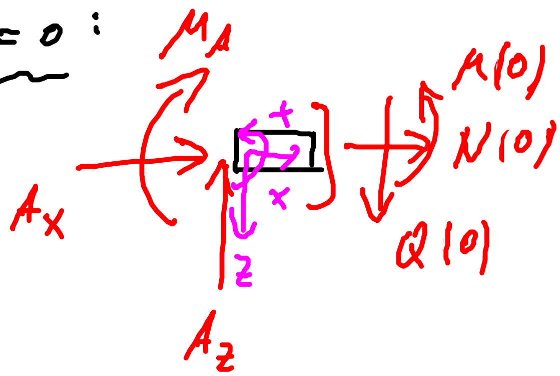
$$M(x) = \int\left(-q_0 \frac{2L}{\pi}\sin\left(\frac{\pi}{2L}x\right) + C_1\right)dx + C_2$$

$$= \cancel{-(-1)}\, q_0\left(\frac{2L}{\pi}\right)^2\cos\left(\frac{\pi}{2L}x\right) + C_1 x + C_2 \quad (2)$$

C_1 und C_2 aus Randbedingungen:

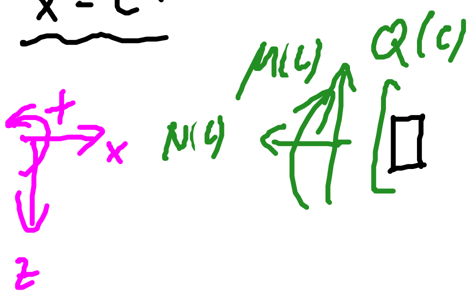
Wie sehen $Q(x)$ und $M(x)$ am Rand aus?

$x = 0$:



$\Rightarrow$ keine RBen, da A_z, M_A unbekannte Lagerreaktionen

$x = L$:



$\Rightarrow$ $Q(x=L) = 0$ RB1

$M(x=L) = 0$ RB2

einsetzen der beiden RBen in (1) & (2):

RB1 : $0 = -q_0 \frac{2L}{\pi} \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2L} L\right)}_{=1} + C_1 \Rightarrow C_1 = q_0 \frac{2L}{\pi}$

RB2 : $0 = q_0 \left(\frac{2L}{\pi}\right)^2 \cdot \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2L} \cdot L\right)}_{=0} + C_1 L + C_2$

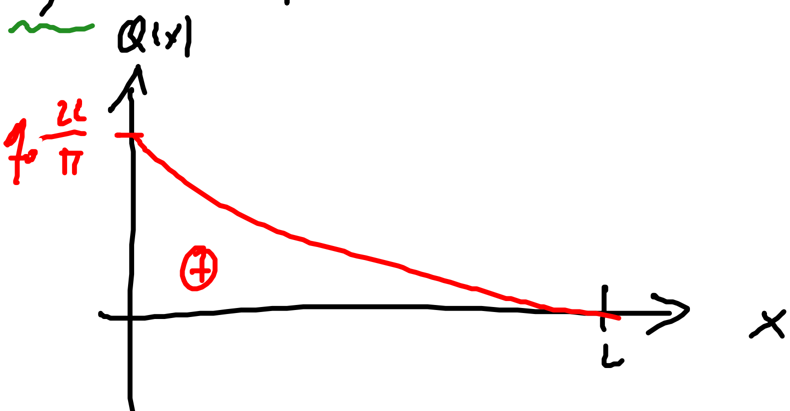
$$\Rightarrow C_2 = -q_0 \frac{2L^2}{\pi}$$

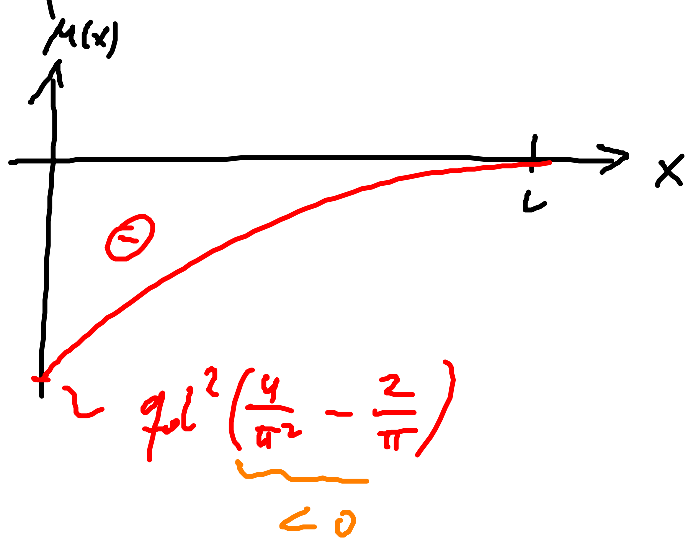
damit:

$$Q(x) = q_0 \frac{2L}{\pi} \left(1 - \sin\left(\frac{\pi}{2L} x\right)\right)$$

$$M(x) = q_0 L^2 \left(\frac{4}{\pi^2} \cos\left(\frac{\pi}{2L} x\right) + \frac{2}{\pi}\left(\frac{x}{L} - 1\right)\right)$$

b) Verläufe:





c)

$$M_{max} = |M(x=0)|$$