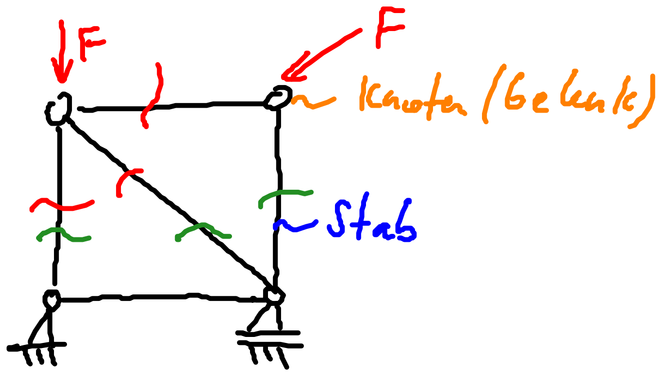
Probeklausur: • 03.12.2012 – 12-14 Uhr

• Wiederholungs-Übung:
29.11.2012 – 16-18 Uhr – H 104
(keine Übung am Freitag 30.11.)

5. Übung: Fachwerke

Ue	Tut	Ha
56,51	55,59	53,54,58

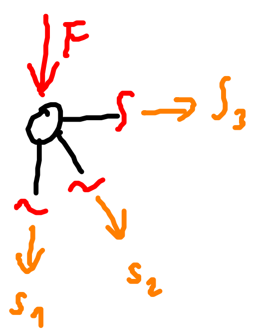
Fachwerk:



ideales Fachwerk

1) Stäbe sind in Knoten gelenkig, reibungsfrei verbunden*
2) Kräfte greifen nur in Knoten an
3) Stäbe sind gewichtslos

* Folgerung:



⇒ Stabkräfte S_i zeigen in Richtung der Stäbe

⇒ Konvention: S_i als Zugkraft eintragen (weg vom Knoten)

Ergebnis: $S_i > 0 \rightarrow S_i$ ist Zugkraft
$S_i < 0 \rightarrow S_i$ ist Druckkr.

Statische Bestimmtheit:

notwendige Bedingung: $\boxed{2K = r + s}$

Knoten (K), LV (r), Stäbe (s)

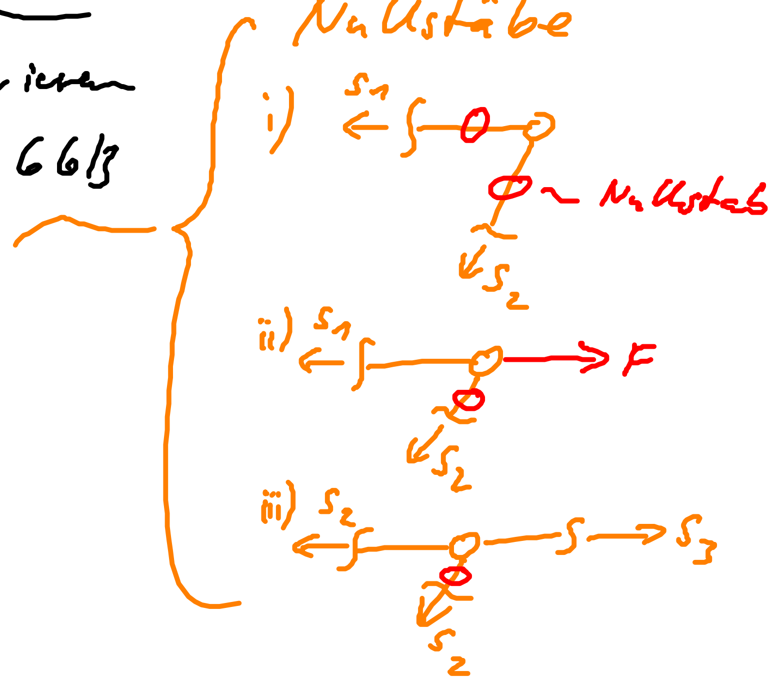
hinreichende Bedingung: nicht beweglich oder vorspannbar

Berechnung:

Knotenpunktverfahren (VL-7):

1.) Stäbe & Knoten nummerieren
2.) Auflagerreaktionen aus GGB
3.) Nullstäbe bestimmen
4.) Alle Knoten freischneiden
5.) GGB auswerten
6.) S_i bestimmen
7.) Tabelle aufstellen

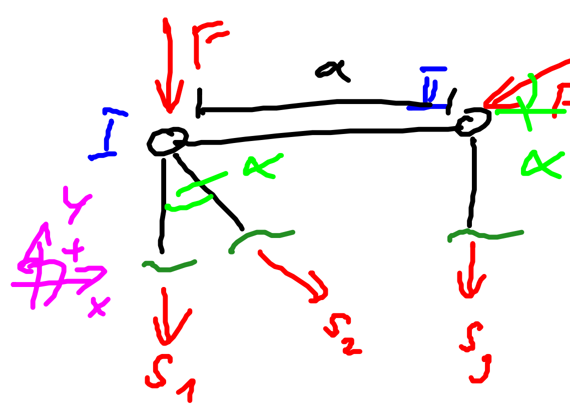
Nullstäbe



⟹ folgt aus GGB!

RITTER-Schnitt:

1.) Probeschnitt durch 3 Stäbe
2.) (Lagerreaktionen aus GGB)
3.) Schnitt und GGB auswerten



GGB: $\sum F_x \overset{!}{=} 0, \quad 0 = S_2 \sin(\alpha) - F\cos(\alpha)$

$$\sum F_y \overset{!}{=} 0, \quad 0 = -S_1 - S_2 \cos(\alpha) - S_3 - F - F\sin(\alpha)$$

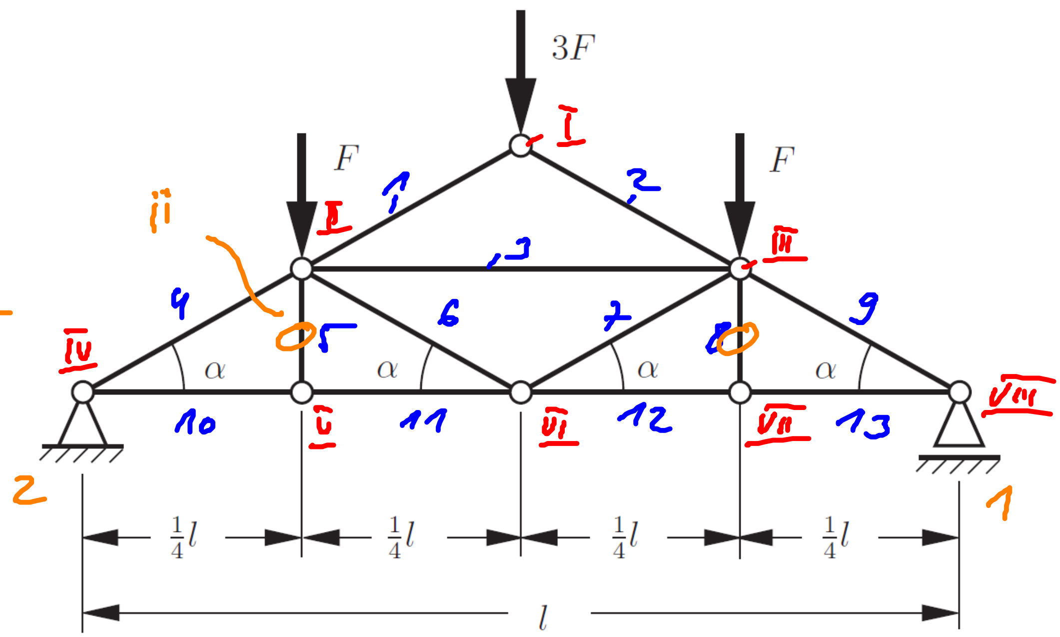
$$\sum M^{(I)} \overset{!}{=} 0, \quad 0 = -S_3\, a - F\sin(\alpha)\, a$$

$\Rightarrow$ 3 Unbekannte, 3 Gleichungen $\Rightarrow$ lösbar

56. Aufgabe

56. Der Dachbinder einer Turnhalle soll als Fachwerkkonstruktion wie nebenstehend skizziert ausgebildet werden. Berechnen Sie die Auflagerreaktionen und Stabkräfte. Nutzen Sie die Symmetrie.

Geg.: α, l, F



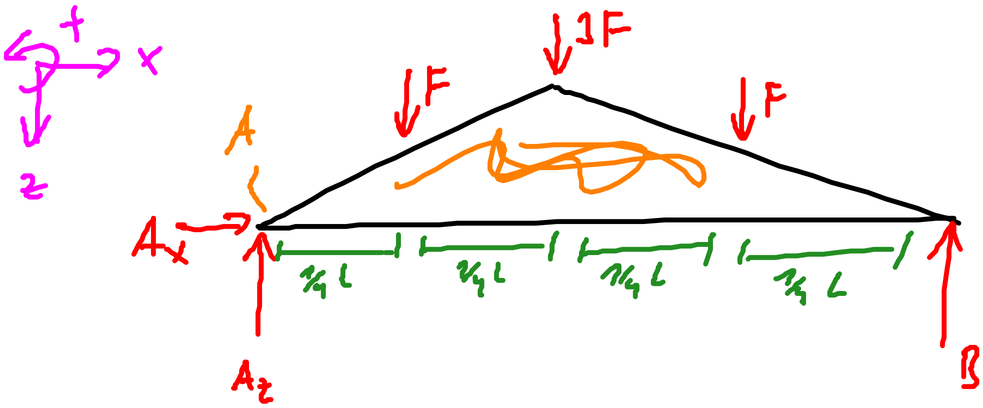
Lösung nach Schema aus VL-7!

1.) Nummerieren: notwendige Bedingung? $2k = r + s$

$2 \cdot 8 = 3 + 13$ ✓

2.) Auflagerreaktionen aus GGB:

Freischnitt als Ganzes:



GGB:

$$\sum F_x \overset{!}{=} 0,\quad 0 = A_x \Rightarrow A_x = 0$$

$$\sum F_z \overset{!}{=} 0,\quad 0 = -A_z + F + 3F + F - B$$

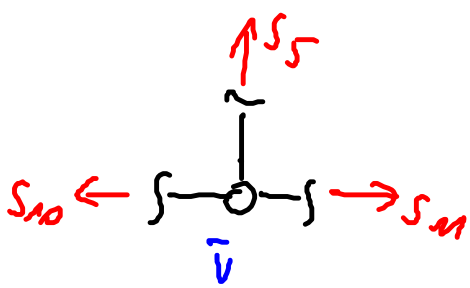
$$\sum M_y^{(A)} \overset{!}{=} 0,\quad 0 = -F\frac{1}{4}L - 3F\frac{1}{2}L - F\frac{3}{4}L + BL$$

$$B = F\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2} + \frac{3}{4}\right) = F\left(1 + \frac{3}{2}\right) \Rightarrow B = \frac{5}{2}F$$

$$A_z = 5F - B = \frac{10}{2}F - \frac{5}{2}F \Rightarrow A_z = \frac{5}{2}F$$

3. Nullstäbe: S_5 und S_8!

Probe:



$$\sum F_z \overset{!}{=} 0,\quad 0 = -S_5 \Rightarrow S_5 = 0$$

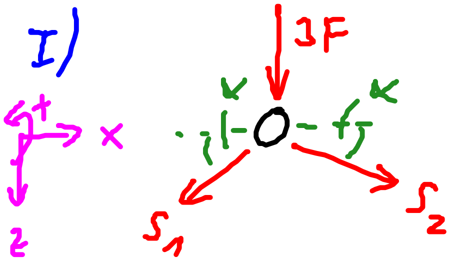
4.) Knoten freischneiden:

5.) GGB aufstellen:

Wo anfangen?

$\Rightarrow$ Da, wo nur 2 Unbekannt sind!

I)



GGB: $\sum F_x \overset{!}{=} 0,\ 0 = -S_1 \cos(\alpha) + S_2 \cos(\alpha)$

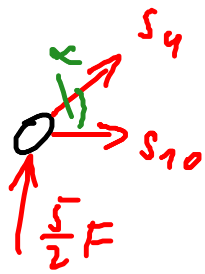
$$\Rightarrow S_1 = S_2$$

$\sum F_z \overset{!}{=} 0,\ 0 = 3F + S_1 \sin(\alpha) + S_2 \sin(\alpha)$

$$0 = 3F + 2 S_1 \sin(\alpha)$$

$$\Rightarrow S_1 = -\frac{3}{2\sin(\alpha)} F$$

IV)



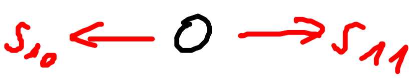
GGB: $\sum F_z \overset{!}{=} 0,\ 0 = -\frac{5}{2} F - S_4 \sin(\alpha)$

$$\Rightarrow S_4 = -\frac{5}{2\sin(\alpha)} F$$

$\sum F_x \overset{!}{=} 0,\ 0 = S_{10} + S_4 \cos(\alpha)$

$$\Rightarrow S_{10} = -S_4 \cos(\alpha) = \frac{5}{2} \cot(\alpha) F$$

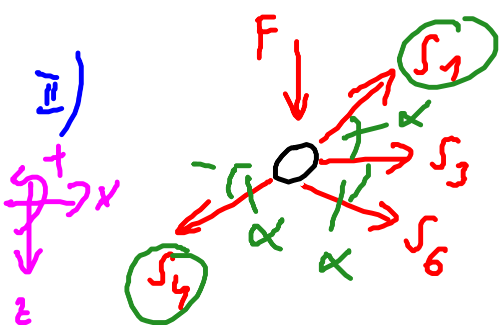
V)



GGB: $\sum F_x \overset{!}{=} 0,\ 0 = -S_{10} + S_{11}$

$$\Rightarrow S_{11} = S_{10}$$

II)



GGB:

$\sum F_x \overset{!}{=} 0,\ 0 = S_1 \cos(\alpha) + S_3 + S_6 \cos(\alpha) - S_4 \cos(\alpha)$

$\sum F_z \overset{!}{=} 0,\ 0 = F - S_1 \sin(\alpha) + S_6 \sin(\alpha) + S_4 \sin(\alpha)$

$$S_6 = S_1 - S_4 - \frac{F}{\sin(\alpha)} = -\frac{3}{2}\frac{F}{\sin(\alpha)} + \frac{5}{2}\frac{F}{\sin(\alpha)} - \frac{F}{\sin(\alpha)}$$

$$S_6 = \frac{F}{\sin(\alpha)}\left(-\frac{3}{2} + \frac{5}{2} - \frac{2}{2}\right) = 0$$

$$S_3 = S_4 \cos(\alpha) - S_1 \cos(\alpha) = -F \cot(\alpha)$$

6.) Auflösen : s.o.

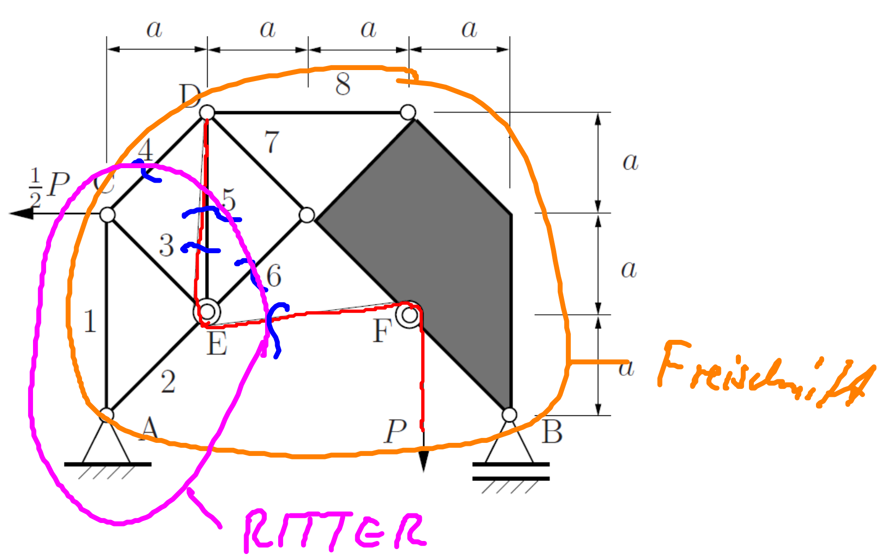
7.) Tabelle :

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
S_i/F	$-\frac{3}{2\sin(\alpha)}$	$-\frac{3}{2\sin(\alpha)}$	$-\cot(\alpha)$	$-\frac{5}{2\sin(\alpha)}$	0	0	0	0	$-\frac{5}{2\sin(\alpha)}$	$\frac{5}{2}\cot(\alpha)$	$\frac{5}{2}\cot(\alpha)$	$\frac{5}{2}\cot(\alpha)$	$\frac{5}{2}\cot(\alpha)$

* auf Zug beansprucht * auf Druck beansprucht

51. Aufgabe:

51. Das aus einem Starrkörper, einer Fachwerkscheibe (Stäbe 1 bis 7) und dem Stab 8 bestehende System ist in den Punkten A und B statisch bestimmt gelagert. Ein im Punkt D befestigtes Seil wird über reibungsfreie Umlenkrollen in E und F geführt und mit einer Kraft P belastet. Zusätzlich wirkt im Punkt C die Kraft $\frac{1}{2}P$. Der Radius der Umlenkrollen kann bei der Lösung vernachlässigt werden.



(a) Bestimmen Sie die Auflagerreaktionen des Systems.

(b) Ermitteln Sie die Kräfte in den Stäben 4, 5 und 6 mit einem Ritterschen Schnitt. Geben Sie jeweils die Beanspruchungsart (Zug/Druck) an.

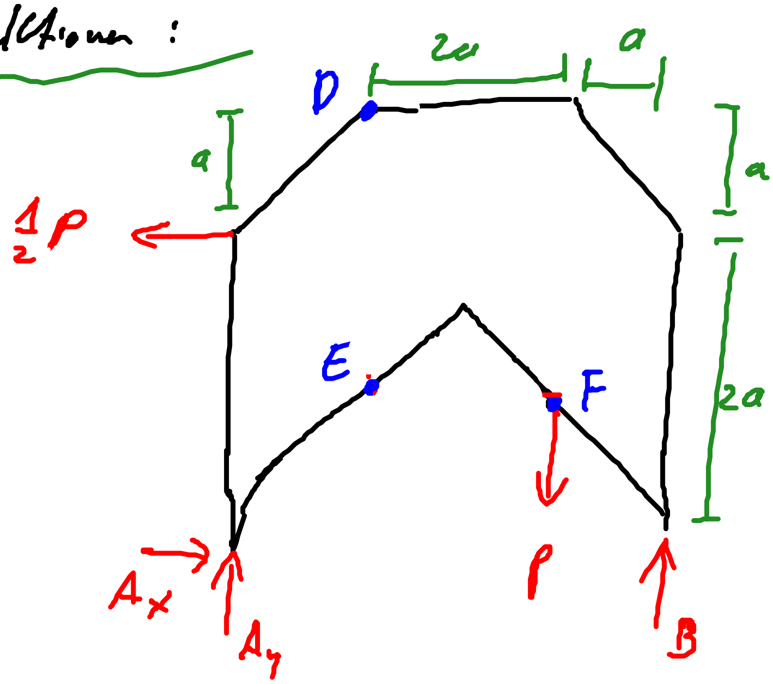
(c) Der Stab 8 wird aus dem System entfernt. Verändern Sie die Lagerung so, daß auch das neue System statisch bestimmt gelagert ist. Skizzieren Sie eine der möglichen Lösungen. Begründen Sie Ihre Entscheidung durch den Nachweis der statischen

Bestimmtheit.

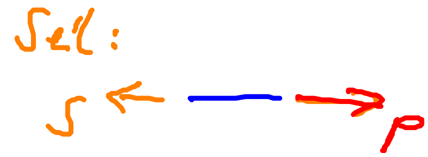
Geg.: P, a

a) Lagerreaktionen:

FS:



Seil:



GGB:

$$\sum M^{(A)} \overset{!}{=} 0, \quad 0 = \frac{1}{2}P\,2a - P\,3a + B\,4a$$

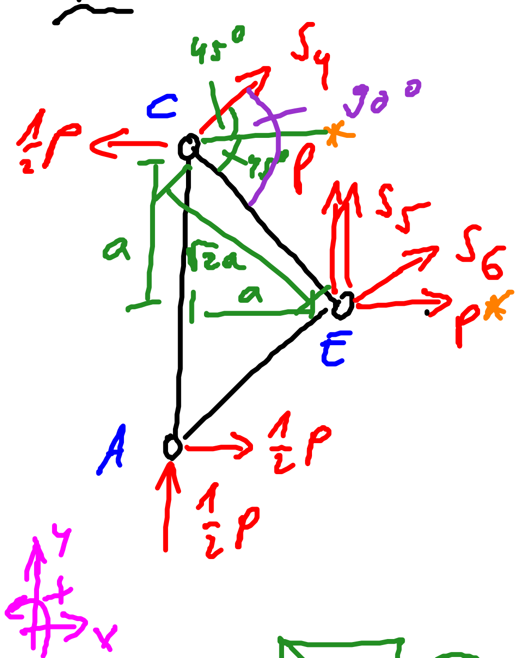
$$\Rightarrow B = \frac{1}{2}P$$

$$\sum F_x \overset{!}{=} 0, \quad 0 = -\frac{1}{2}P + A_x \Rightarrow A_x = \frac{1}{2}P$$

$$\sum F_y \overset{!}{=} 0, \quad 0 = A_y + B - P \Rightarrow A_y = \frac{1}{2}P$$

b) RITTER-Schnitt durch 4, 5, 6:

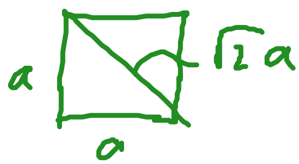
FS:



* aus dem Seil, Rolle spielt keine Rolle

GGB:

$$\sum M^{(E)} \overset{!}{=} 0,\quad 0 = \frac12 Pa - \frac12 Pa + \frac12 Pa - S_4\sqrt2\, a$$



$$\Rightarrow S_4 = \frac{1}{2\sqrt2} P \cdot \underbrace{\frac{\sqrt2}{\sqrt2}}_{=1} = \frac{\sqrt2}{4} P$$

$$\sum F_x \overset{!}{=} 0,\quad 0 = \frac12 P - \frac12 P + P + S_6 \cos(\alpha) + S_4 \cos(\alpha)$$

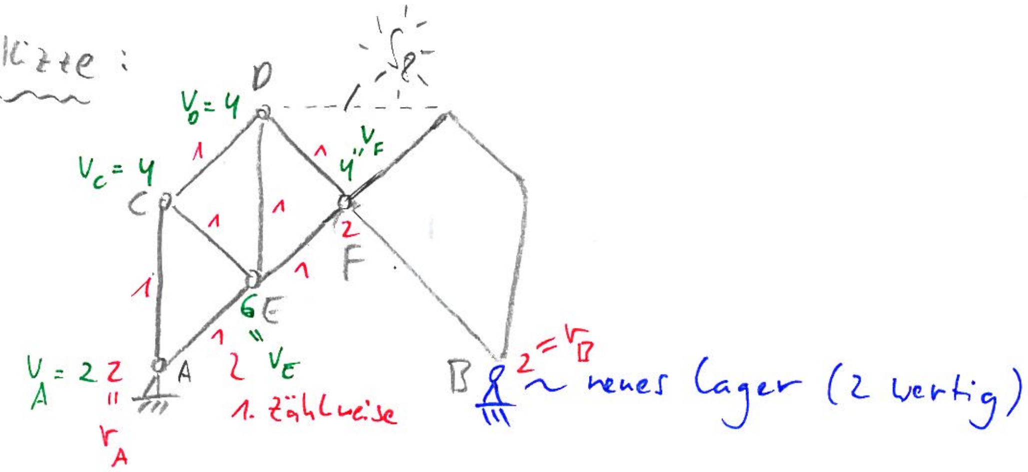
$$\Rightarrow S_6 = -\frac{5\sqrt2}{4} P$$

$$\sum F_y \overset{!}{=} 0,\quad 0 = \frac12 P + S_6 \sin(\alpha) + S_5 + P + S_4 \sin(\alpha)$$

$$\Rightarrow S_5 = -\frac12 P$$

c) System ohne Stab 8 !

Skizze :



Statische Bestimmtheit :

- notwendige Bedingung: zusammengesetztes System

(1.) $n = f - r - v \Rightarrow n = 0 \Rightarrow f = r + v$

$$f = 3 + 2\overset{\text{Knoten}}{K} = 3 + 10 = 13$$

$$r = 2 + 2 = 4$$

$$v = \underset{\text{Stäbe}}{7} + \underset{\text{Gelenke}}{2} = 9$$

$4 + 9 = 13$ passt

(2.) Alternative Zählweise :

$$f = 3 + 3 \cdot \overset{\text{Stäbe}}{S} = 3 + 3 \cdot 7 = 24$$

$$r = 2 + 2 = 4$$

$$v = \underbrace{(2)_A + (6)_E + (4)_C + (4)_D + (4)_F}_{\text{jeweilige Wertigkeit der inneren Bindung } v_i} = 20$$

$\Rightarrow 4 + 20$ passt

Außerdem ist das System weder verschieblich, noch vorspannbar!

Erklärung zur Zählweise

1.) $f = 3 + 2k = 13$, $v = 7 + \underset{\text{Gelenk}}{2}$

1 Knoten hat 2 FHG:

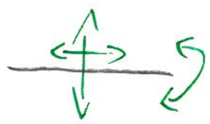
$\Rightarrow \quad 2 \cdot 5 = 10$

1 Stab hat die Wertigkeit 1

$\Rightarrow \quad 7 \cdot 1 = 7$

2.) $f = 3 + 3 \cdot 5 = 24$, $v = 20$

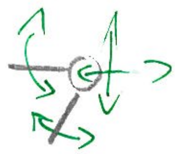
1 Stab hat 3 FHG:



$\Rightarrow \quad 3 \cdot 7 = 21$

Wieviele FHG entzieht ein Gelenk?

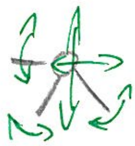
i) 2 Stäbe & 1 Gelenk:



bleiben 4 FHG

$\Rightarrow \quad 2 \cdot 3\,\text{FHG} - v = 4\,\text{FHG} \quad \Rightarrow \quad v = 2$

ii) 3 Stäbe & 1 Gelenk:



bleiben 5 FHG

$\Rightarrow \quad 3 \cdot 3\,\text{FHG} - v = 5\,\text{FHG} \quad \Rightarrow \quad v = 4$ usw.