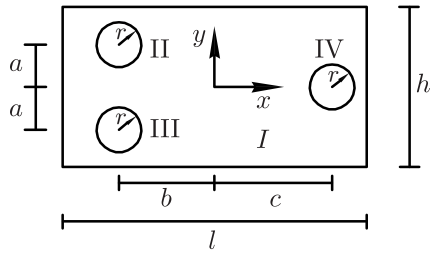
Aufgabe 1



	A_i	x_i	$A_i x_i$
I	lh	0	0
II	$-\pi r^2$	$-b$	$\pi r^2 b$
III	$-\pi r^2$	$-b$	$\pi r^2 b$
IV	$-\pi r^2$	c	$-\pi r^2 c$
$\sum$	$lh - 3\pi r^2$		$\pi r^2(2b-c)$

$$x_s = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = \frac{\pi r^2(2b-c)}{lh - 3\pi r^2}$$

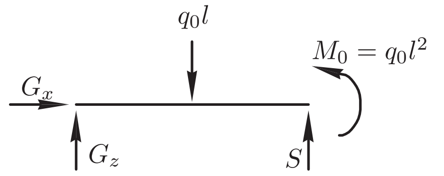
Aus der Symmetrie folgt:

$$y_s = 0$$

Aufgabe 2

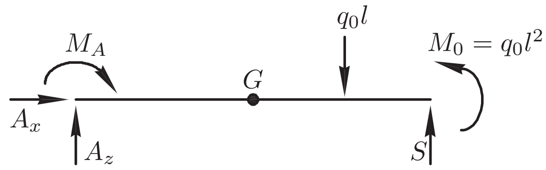
(a) Äußere Lagerreaktionen

Freischnitt des rechten Balkens:



$$\sum M^{(G)} = 0 = -q_0 l \frac{l}{2} + Sl + M_0 \tag{1}$$

$$\underline{S} = -q_0 l + q_0 \frac{l}{2} = \underline{-q_0 \frac{l}{2}} \tag{2}$$



$$\sum F_x = 0 = A_x \quad \Rightarrow \underline{A_x = 0} \tag{3}$$

$$\sum F_z = 0 = -A_z - S + q_0 l \tag{4}$$

$$= -A_z + q_0 \frac{l}{2} + q_0 l \tag{5}$$

$$\Rightarrow \underline{A_z = \frac{3}{2} q_0 l} \tag{6}$$

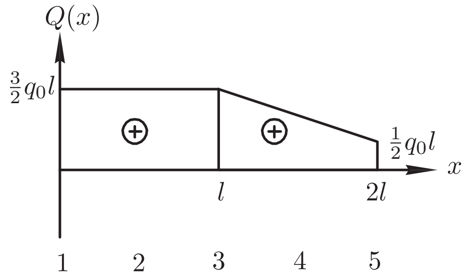
$$\sum M^{(A)} = 0 = -M_A - q_0 l \frac{3}{2} l + M_0 + S2l \tag{7}$$

$$= -M_A - \frac{3}{2} q_0 l^2 + q_0 l^2 - q_0 l^2 \tag{8}$$

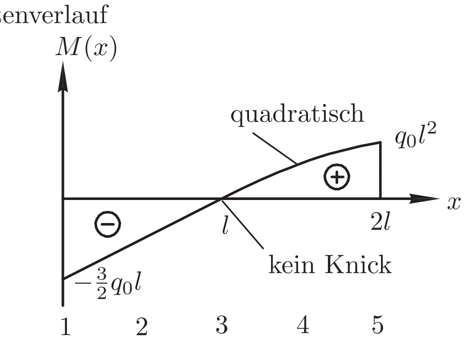
$$\Rightarrow \underline{M_A = -\frac{3}{2} q_0 l^2} \tag{9}$$

(b) Verlauf der Schnittgrößen

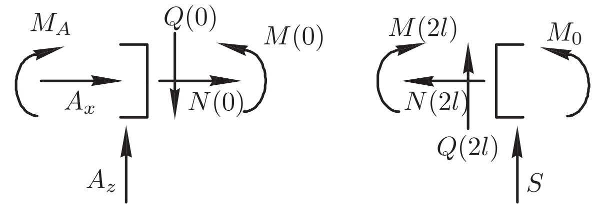
Querkraftverlauf:



Momentenverlauf



<u>Anmerkungen:</u>



Freischnitt des Lagers A   Freischnitt des Lagers B

<u>Querkraftverlauf:</u>

Stelle 1:

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow Q(x) = A_z = \frac{3}{2} q_0 l \tag{10}$$

Bereich 2:

$$q(x) = 0 \Rightarrow Q(x) = \text{konstant} \tag{11}$$

Bereich 4:

$$Q(x) = -\int q_0(x)\mathrm{d}x \tag{12}$$

$\Rightarrow$ Q(x) ist eine lineare Funktion mit der Steigung $-q_0$. Graph fällt bis $\frac{3}{2}q_0 l - q_0 l = q_0 \frac{l}{2}$ bei 5.

Stelle 5:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow Q(2l) = -S = q_0 \frac{l}{2} \tag{13}$$

<u>Biegemomentenverlauf:</u>

Stelle 1:
Aus dem Freischnitt des Lagers A folgt:

$$\sum M^{(A)} = 0 \Rightarrow M(0) = M_A = -\frac{3}{2} q_0 l^2 \tag{14}$$

Bereich 2:

Da $M(x) = \int Q(x)\mathrm{d}x$ gilt, ist $M(x)$ eine lineare Funktion mit dem Anstieg $Q(x) = A_z = \frac{3}{2}q_0 l$ auf der Länge l.

$$\Rightarrow M(l) = M(0) + A_z \cdot l = 0 \tag{15}$$

Stelle 3:

Das Lager ist an dieser Stelle gelenkig.

$$\Rightarrow M(l) = 0 \tag{16}$$

Bereich 4:

Es gilt $M(x) = \int Q(x)\mathrm{d}$. Daraus folgt, dass $M(x)$ eine quadratische Funktion ist, die im Punkt 3 stetig differenzierbar ist, also keinen Knick aufweist, und bis auf den Wert $M(2l)$ ansteigt.

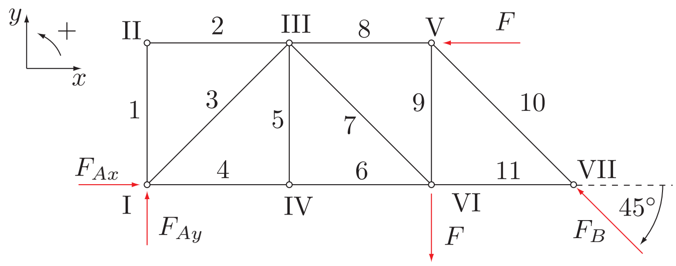
Stelle 5:

Aus dem Freischnitt am Lager B folgt:

$$\sum M^{(B)} = 0 \Rightarrow M(2l) = M_0 = q_0 l^2 \tag{17}$$

Aufgabe 3

Freischnitt:



(a) Lagerreaktionen

$$\sum F_x = F_{Ax} - F - F_B \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 \tag{18}$$

$$\sum F_y = F_{Ay} - F + F_B \frac{1}{\sqrt{2}} = 0 \tag{19}$$

$$\sum M^B = -F_{Ay} 3a + Fa + Fa = 0 \tag{20}$$

Aus (20) folgt

$$\Rightarrow \boxed{F_{Ay} = \frac{2}{3} F} \tag{21}$$

Aus (19) folgt mit (21)

$$\Rightarrow \boxed{F_B = \frac{\sqrt{2}}{3} F} \tag{22}$$

Aus (18) folgt mit (21)

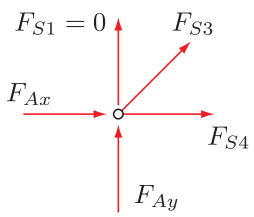
$$\Rightarrow \boxed{F_{Ax} = \frac{4}{3} F} \tag{23}$$

(b) Nullstäbe:

1, 2 (am Knoten II zu erkennen),
5 (am Knoten IV zu erkennen,
11 (am Knoten VII zu erkennen: Lagerkraft geht direkt in Stab 10)

(c) Stabkräfte

Knoten I:



$$\sum F_y = F_{Ay} + \frac{1}{\sqrt{2}} F_{S3} = 0 \tag{24}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{F_{S3} = -\sqrt{2}\frac{2}{3}F} \tag{25}$$

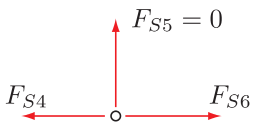
Es handelt sich um einen Druckstab.

$$\sum F_x = F_{Ax} + F_{S4} + \frac{1}{\sqrt{2}} F_{S3} = 0 \tag{26}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{F_{S4} = -\frac{2}{3}F} \tag{27}$$

Es handelt sich um einen Druckstab.

Knoten IV:

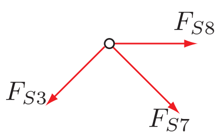


$$\sum F_x = F_{S6} - F_{S4} = 0 \tag{28}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{F_{S6} = F_{S4} = -\frac{2}{3}F} \tag{29}$$

Es handelt sich um einen Druckstab.

Knoten III:



$$\sum F_y = -\frac{1}{\sqrt{2}} F_{S3} - \frac{1}{\sqrt{2}} F_{S7} = 0 \tag{30}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{F_{S7} = -F_{S3} = \sqrt{2}\frac{2}{3}F} \tag{31}$$

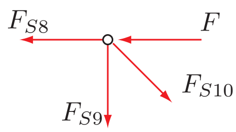
Es handelt sich um einen Zugstab.

$$\sum F_x = -\frac{1}{\sqrt{2}} F_{S3} + \frac{1}{\sqrt{2}} F_{S7} + F_{S8} = 0 \tag{32}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{F_{S8} = -\frac{4}{3}F} \tag{33}$$

Es handelt sich um einen Druckstab.

Knoten V:



$$\sum F_x = -F_{S8} - F + \frac{1}{\sqrt{2}} F_{S10} = 0 \tag{34}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{F_{S10} = \sqrt{2}(F_{S8} + F) = -\sqrt{2}\frac{1}{3}F} \tag{35}$$

Es handelt sich um einen Druckstab.

$$\sum F_y = -F_{S9} - F + \frac{1}{\sqrt{2}} F_{S10} = 0 \tag{36}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{F_{S9} = -\frac{1}{\sqrt{2}} F_{S10} = \frac{1}{3}F} \tag{37}$$

Es handelt sich um einen Zugstab.