



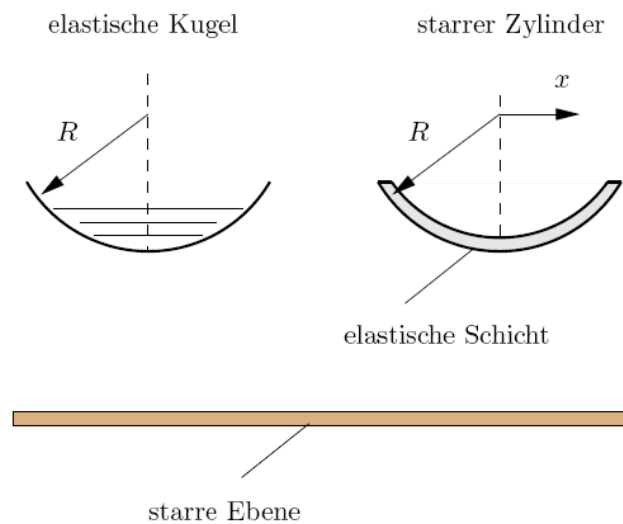
Kontaktmechanik und Reibungsphysik - Übung 5

WiSe 2012/13

Hertzscher Kontakt; Reduktion der Dimensionalität

1)

- a) Zuerst wird der Normalkontakt zwischeneiner starren Ebene und einer elastischen Kugel (E-Modul E , Querkontraktionszahl ν , Radius R) betrachtet. Bestimmen Sie, ausgehend von der Hertzschen Relation zwischen Normalkraft und Eindringtiefe, die gespeicherte elastische Energie U_a .



- b) Nun soll der Normalkontakt zwischen einer starren Ebene und einem starren Zylinder mit elastischer Schicht näher untersucht werden. Die elastische Schicht sei durch eine Steifigkeit c (Steifigkeit je Breite Δx) charakterisiert. Bestimmen Sie für diesen Fall die gespeicherte elastische Energie U_b .
- c) Kann man c so wählen, dass $U_a = U_b$ gilt?
- d) Welche Konsequenzen hat das für die Simulation von Kontaktproblemen?

- 2) Finden Sie einen Ausdruck für die Stoßdauer bei einem elastischen Stoß zweier Kugeln mit Hilfe der Hertzschen Theorie.

Hinweis:

$$I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} dy \approx 1.47$$



Kontaktmechanik und Reibungsphysik - Übung 5

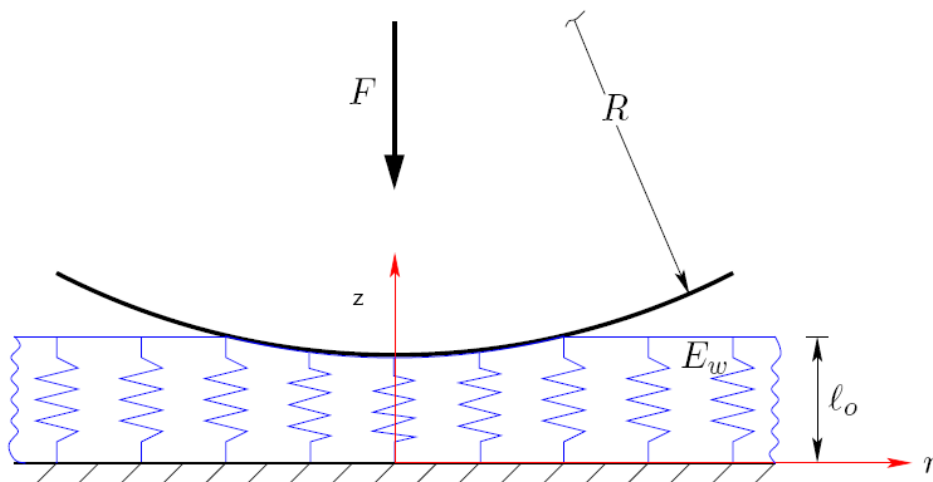
WiSe 2012/13

Hausaufgabe:

- 3) Die Verschiebung eines Punktes der Kontaktfläche hängt beim Hertzschen Kontakt zwischen einer elastischen Kugel (Krümmungsradius R , Elastizitätsmodul E , Querkontraktionszahl ν) und einer starren Ebene u.a. von der Druckverteilung innerhalb des gesamten Kontaktgebietes ab. In der Vorlesung wurde der folgende Zusammenhang zwischen Normalkraft F und Kontaktradius a hergeleitet

$$F(a) = \frac{4}{3R} \frac{E}{1 - \nu^2} a^3$$

Das unten skizzierte einfache Modell soll nun dazu genutzt werden, den Hertzschen Kontakt zu beschreiben. Es besteht aus einer starren Kugel (Krümmungsradius R), welche sich in Kontakt mit einer sogenannten Winklerschen Bettung (Elastizitätsmodul E_w , Dicke l_0) befindet. Bei dieser tritt lediglich einseitige Kompression auf, d.h. die Verschiebung eines Punktes der Kontaktfläche hängt nur vom Druck an dieser Stelle ab.



- Bestimmen Sie zunächst den Zusammenhang zwischen Normalkraft und Kontaktradius für dieses Modell.
- Wie muss die Beziehung zwischen E_w und E gewählt werden, um den Hertzschen Kontakt beschreiben zu können?

Hinweis: Beachten Sie, dass sich in beiden Fällen bei gleichem Kontaktradius verschiedene Eindringtiefen einstellen werden! E_w kann als der relevante effektive Elastizitätsmodul angesehen werden ($E_w = E^*$).