

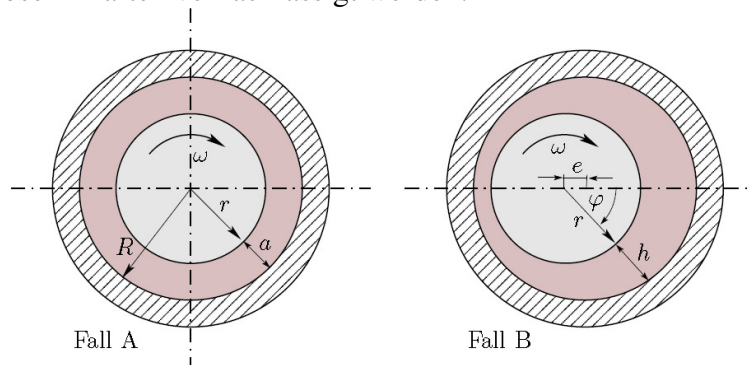


Kontaktmechanik und Reibungsphysik - 12 Übung

WiSe 2012/13

Hydrodynamische Theorie der Schmierung

- 1) Eine der technisch wichtigsten laminaren Bewegungen einer zähen Flüssigkeit ist die Bewegung eines Schmiermittels zwischen Zapfen und Lager. Im vorliegenden Fall dreht sich eine Welle mit Radius r und Länge l mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω , während der äußere Zylinder vom Radius $R = r + a$ unbeweglich ist. Bei konzentrischer Bewegung (Fall A) ergibt sich ein Reibungsmoment an der Welle, das nicht von der Belastung des Zapfens abhängt. Im Allgemeinen (Fall B) liegt die Welle in Bezug auf das Lager exzentrisch, da diese eine Belastung trägt. Es soll im Weiteren angenommen werden, dass die Flüssigkeit mit der dynamischen Viskosität η inkompressibel ist und den ganzen Raum zwischen Welle und Zapfen füllt. Ferner sei die Spaltbreite $a \ll r$, so dass mit genügender Genauigkeit für das im Spalt vorhandene Schmiermittel eine ebene Hagen-Poiseuillesche-Schichtenströmung vorausgesetzt werden darf. Da die auftretenden Reynoldszahlen gewöhnlich sehr klein sind, dürfen die Trägheitskräfte gegenüber den viskosen Kräften vernachlässigt werden.



- Bestimmen Sie zunächst die Geschwindigkeit des Fluides v_φ mit Hilfe der aus der Vorlesung bekannten Gleichungen für eine Strömung nach Hagen-Poiseuille.
- Der Volumenstrom zwischen Zapfen und Lager soll mit $Q := l\omega r h_0/2$ bezeichnet werden. Berechnen Sie den noch unbekannt Koeffizienten h_0 durch Auswertung der periodischen Bedingung für den Druck $p(0) = p(2\pi)$ und diskutieren Sie im Anschluss daran die Form der Funktion $p(\varphi)$.

Hinweis:
$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{a + e \cos \varphi} = 2\pi(a^2 - e^2)^{-1/2}$$

- Wie groß ist das Reibmoment an der Welle? Was ergibt sich für $e = 0$?
- Berechnen Sie die resultierende Kraft \vec{F} der an der Zapfenoberfläche angreifenden Kräfte. Welche Richtung hat diese?
- Bestimmen Sie die dimensionslose Größe $\mu := M/Fa$, die im Gesetz der trockenen Reibung den Reibungskoeffizienten darstellt. Diskutieren Sie die Abhängigkeit dieser Größe von der Exzentrizität $\xi := e/a$



Kontaktmechanik und Reibungsphysik - 12 Übung

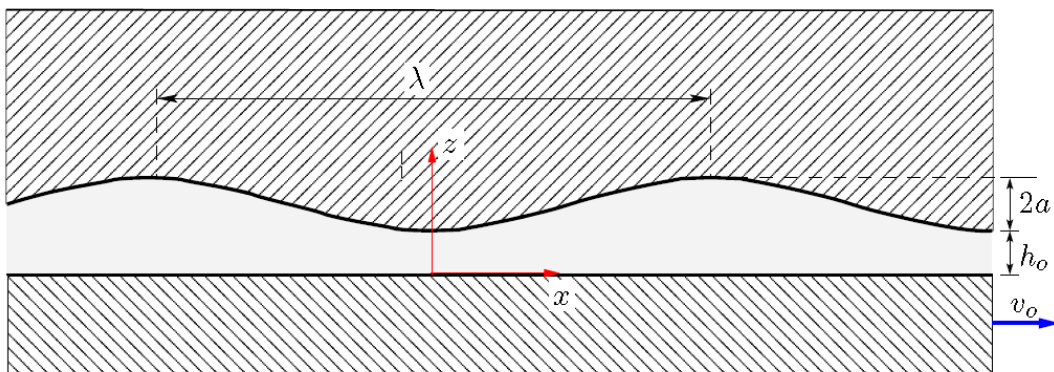
WiSe 2012/13

Hausaufgabe

- 2) Das untere Bild zeigt zwei starre Körper, zwischen denen sich eine inkompressible Flüssigkeit mit der dynamischen Viskosität η befindet. Während sich der untere Körper mit der konstanten Geschwindigkeit v_0 nach rechts bewegt und eine ebene Oberfläche besitzt, ruht der obere Körper mit der gewellten Oberfläche

$$h(x) = h_0 + a \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} x \right) \right).$$

Der Spalt zwischen den Körpern soll sich nur "langsam" mit der Koordinate x ändern, so dass näherungsweise die Strömung an jedem Punkt als eine Strömung zwischen zwei parallelen Platten angesehen werden darf. Trägheitskräfte sollen aufgrund kleiner Reynoldszahlen vernachlässigt werden.



- a) Bestimmen Sie zunächst die Geschwindigkeit des Fluides $v_x(x, z)$, indem Sie die Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} = \frac{1}{\eta} \frac{dp}{dx}$$

allgemein lösen und diese den Randbedingungen anpassen.

- b) Ermitteln Sie den Volumenstrom Q mittels Auswertung der periodischen Bedingung für den Druck $p(x=0) = p(x=\lambda)$.

$$I_1 := \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{h_0 + a - a \cos \varphi} = \frac{2\pi}{\sqrt{2a + h_0} \sqrt{h_0}}$$

Hinweis:

$$I_2 := \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(h_0 + a - a \cos \varphi)^2} = -\frac{\partial I_1}{\partial h_0}$$

$$I_3 := \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(h_0 + a - a \cos \varphi)^3} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 I_1}{\partial h_0^2}$$

- c) Bestimmen Sie als Maß für die Reibungskraft die mittlere Schubspannung an der unteren Platte.