3. Klausur - Kinematik und Dynamik - SoSe 2011

Prof. Dr. rer. nat. Valentin Popov

Dieser umrahmte Bereich ist vor der Bearbeitung der Klausur **vollständig** und **lesbar** auszufüllen!

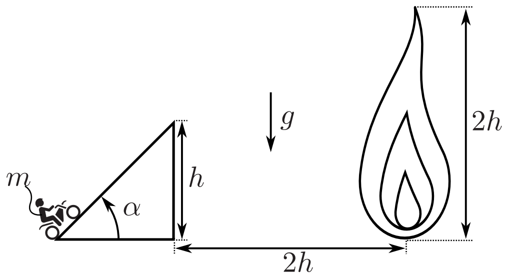
Nachname	________________	Vorname	________________
Studiengang	________________	Matrikelnummer	________________
Art der Klausur:		◯ Prüfungsklausur	◯ Übungsscheinklausur

Aufgabe	1	2	3	4	Σ 1 - 4	Kurzfragenteil	KorrektorIn
erreichte Punkte					/ 40	/ 10	

Die Klausur umfasst vier Rechenaufgaben und einen Kurzfragenteil. Die Klausur gilt als bestanden, wenn mindestens 20 von 50 Punkten erreicht werden, jedoch muss dabei der Kurzfragenteil mit mind. 5 von 10 Punkten bestanden werden. Tragen Sie die Ergebnisse des Kurzfragenteils **direkt auf dem Klausurblatt** ein (**nur diese Eintragungen werden berücksichtigt!**). Es werden **alle** Rechenaufgaben gewertet. Bitte sauber schreiben, unlesbare Lösungen werden **nicht** beachtet.

1 Punktkinematik — 5+3=8 Punkte

Ein Motorradfahrer möchte einen neuen Stunt ausprobieren. Dabei gilt es eine Flammenwand der Höhe $2h$ zu überspringen. Um aus der **Ruhe** die nötige Geschwindigkeit zu erreichen, wurde eine Rampe der Höhe h und dem Neigungswinkel α in der Entfernung $2h$ aufgestellt. Für die folgenden Aufgaben kann der Motorradfahrer samt Motorrad als Punktmasse m angenommen werden, der Luftwiderstand wird vernachlässigt.



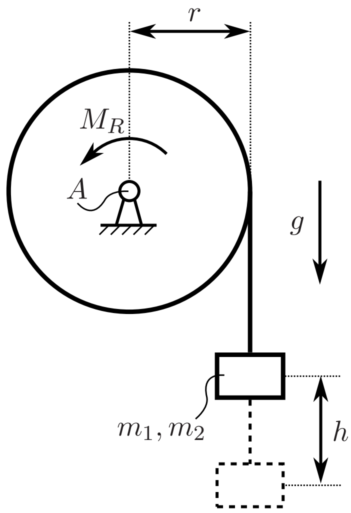
(a) Bestimmen Sie die Absprunggeschwindigkeit v_0 am Ende der Rampe, so dass der Motorradfahrer die Flammenwand gerade überspringt.

(b) Entlang der Rampe beschleunigt der Motorradfahrer konstant mit $\ddot{x} = a_R$. Bestimmen Sie a_R, so dass der Motorradfahrer am Ende der Rampe die in (a) bestimmte Geschwindigkeit besitzt.

Gegeben: h, m, g, $\alpha = 45°$

2 Bekannte Aufgabe — 5+3=8 Punkte

Das Massenträgheitsmoment Θ^A des abgebildeten Schwungrades soll bestimmt werden. Hierzu wird das Rad mit einem dünnen Faden umwickelt. Am Ende des Fadens wird ein Körper der Masse m_1 befestigt. Nun wird die Dauer t_1 gemessen, in der der Körper aus der Ruhelage um die Höhe h absinkt. Um den Einfluß des im Lager A wirkenden, **konstanten** Reibmomentes M_R zu eliminieren, wird der Versuch mit einem anderen Körper der Masse m_2 wiederholt. Bei gleicher Absinkhöhe wird diesmal die Absinkdauer t_2 gemessen.



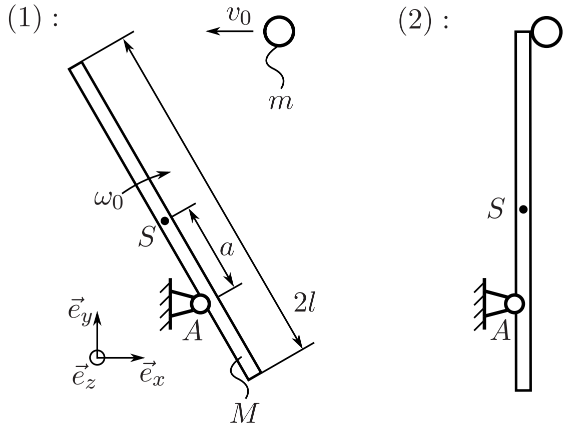
(a) Bestimmen Sie die Beschleunigung $\ddot{x}$ für die beiden Massen in Abhängigkeit des unbekannten Reibmomentes M_R.

(b) Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment Θ^A.

Gegeben: g, h, $m_1 = 3m$, $m_2 = m$, r, $t_1 = 2\sqrt{\frac{h}{g}}$, $t_2 = 3\sqrt{\frac{h}{g}}$

3 Exzentrischer Stoß 1+5+3=9 Punkte

Für die Auslegung eines Tennisschlägers soll ein Rückschlag simuliert werden. Der Tennisschläger wird als homogene Stange der Länge $2l$ und der Masse M, die Hand des Spielers als Festlager im Abstand a vom Schwerpunkt und der Ball als Massepunkt der Masse m modelliert. Wie in (1) gezeigt, besitzt der Schläger vor dem Rückschlag die Winkelgeschwindigkeit ω_0 und der Ball bewegt sich mit der Geschwindigkeit v_0 in negative $\vec{e}_x$-Richtung. Schläger und Ball treffen in der in (2) gezeigten Position aufeinander. Nach dem **ideal elastischen** Stoß besitzt der Schläger die Winkelgeschwindigkeit ω_2 und der Ball bewegt sich mit der Geschwindigkeit $v_2 = v_0$ in positive $\vec{e}_x$-Richtung.



Hinweis: Nehmen Sie die Länge a in den Aufgabenteilen (a) und (b) zunächst als gegeben an.

(a) Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment des Schlägers bezüglich des Punktes A.

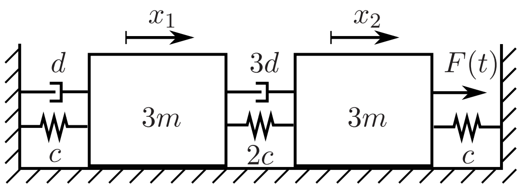
(b) Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeiten $\vec{\omega}_0 = -\omega_0 \vec{e}_z$ und $\vec{\omega}_2 = \omega_2 \vec{e}_z$.

(c) Bestimmen Sie die Länge a, so dass während des Stoßes keine Lagerkräfte in $\vec{e}_x$-Richtung auftreten.

Gegeben: m, M, l, $v_0 = v_2$, $\Theta^S = \frac{1}{3}Ml^2$

4 Schwingungen mit zwei Freiheitsgraden 7+8=15 Punkte

Zwei identische Körper mit der jeweiligen Masse $3m$ sind über linear elastische Federn und geschwindigkeitsproportionale Dämpfer verbunden und an die Umgebung gekoppelt. Zusätzlich wirkt auf den zweiten Körper eine Kraft $F(t) = \hat{F}\cos(\Omega t)$. Zwischen der Unterlage und den beiden Körpern tritt keine Reibung auf.



(a) Schneiden Sie das System in einer ausgelenkten Lage frei und stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen bezüglich x_1 und x_2 in **Matrizenschreibweise** auf.

Hinweis: Verwenden Sie im folgenden Aufgabenteil unabhängig von dem Ergebnis aus (a) das folgende durch die Annahmen $d = 0$ und $F(t) = 0$ vereinfachte Differentialgleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} 3m & 0 \\ 0 & 3m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 3c & -2c \\ -2c & 3c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(b) Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenzen und die Eigenformen des vereinfachten Systems. Geben Sie außerdem die allgemeine Lösung für $\vec{x} = (x_1, x_2)^T$ an.

Gegeben: c, d, m, $F(t) = \hat{F}\cos(\Omega t)$

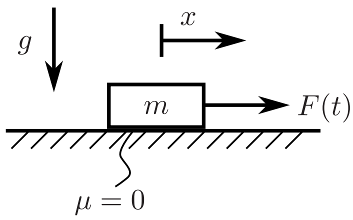
Kurzfragenteil 10 Punkte

1. Geben Sie die Maßeinheiten folgender Größen **ausschließlich** in den Einheiten 1, kg, m und s an:

Erregerkreisfrequenz Ω	1/s
Vergrößerungsfunktion V	1
Zentrifugalkraft F_Z	kgm/s^2
Steifigkeit einer Drehfeder c_φ	kgm^2/s^2

1 Punkt

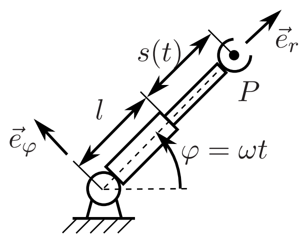
2. Eine Masse m bewegt sich auf einem reibungsfreien Untergrund nach dem Gesetz $x(t) = \hat{x}\left(at^2 + \sin(bt)\right)$. Geben Sie die zugehörige Kraft $F(t)$ an:



$F(t) = m\hat{x}\left(2a - b^2 \sin bt\right)$

Gegeben: m, g, $x(t) = \hat{x}\left(at^2 + \sin(bt)\right)$ **1 Punkt**

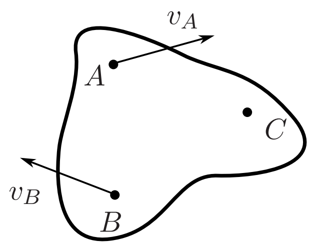
3. Geben Sie den Geschwindigkeitsvekor $\dot{\vec{r}}_P(t)$ des Punktes P in der eingezeichneten polaren $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\varphi$-Basis an:



$\dot{\vec{r}}_P(t) = -lk\cos(kt)\vec{e}_r + l\left(1 + \sin(kt)\right)\omega\vec{e}_\varphi$

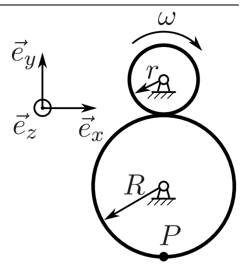
Gegeben: l, $s(t) = l\sin(kt)$, $\varphi = \omega t$, $\omega = \text{const.}$, $k = \text{const.}$ **1 Punkt**

4. Die Geschwindigkeiten der Punkte A und B eines starren Körpers seien bekannt. Ermitteln Sie graphisch den Momentanpol MP und zeichnen Sie möglichst genau die Geschwindigkeit des Punktes C ein:



Gegeben: v_A, v_B **1 Punkt**

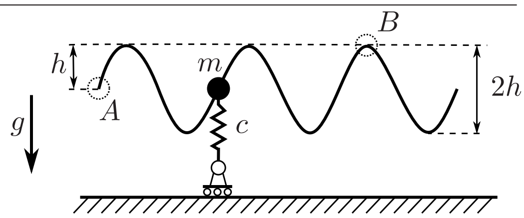
5. Das gezeigte System besteht aus zwei Rollen, die ohne Schlupf aufeinander abrollen. Dabei ist die Winkelgeschwindigkeit der oberen Rolle $\vec{\omega} = -\omega\vec{e}_z$. Geben Sie die momentane Geschwindigkeit $\vec{v}_P$ des Punktes P in der dargestellten Koordinatenbasis an:



$\vec{v}_P = r\omega\vec{e}_x$

Gegeben: r, $R = 2r$, ω **1 Punkt**

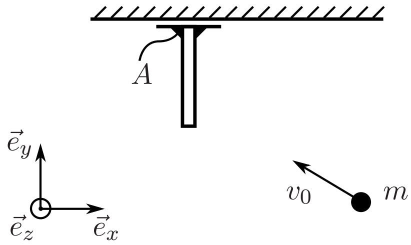
6. Eine Punktmasse bewegt sich reibungsfrei entlang der dargestellten Strecke. Die Feder sei im Ausgangspunkt A entspannt. Geben Sie die Arbeit an, die nötig ist, um ausgehend vom Punkt A den Punkt B zu erreichen:



$W_{AB} = mgh + \frac{1}{2}ch^2$

Gegeben: h, g, c, m **1 Punkt**

7. Eine Punktmasse m trifft mit der Geschwindigkeit v_0 auf einen zunächst ruhenden, horizontal verschieblich gelagerten Klotz und bleibt dort stecken. Welche der folgenden Größen bleiben unter der Annahme erhalten, der Stoß erfolge vollplastisch?
Bitte kreuzen Sie die richtige(n) Aussage(n) an:

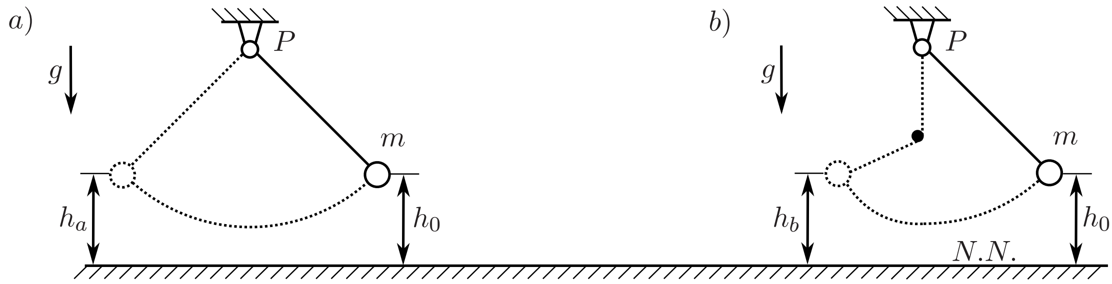


[X] Impuls in $\vec{e}_x$-Richtung   [ ] Impuls in $\vec{e}_y$-Richtung   [ ] Drehimpuls bzgl. A [ ] Energie

Gegeben: m, v_0 **1 Punkt**

---

8. Ein Fadenpendel wird aus der Höhe h_0 gegenüber dem Nullniveau losgelassen. Im Fall a) erreicht die Masse m eine maximale Höhe h_a. Im Fall b) stößt der Faden in vertikaler Lage auf ein Hindernis und die Masse m erreicht eine maximale Höhe h_b. Wie verhalten sich die Höhen h_0, h_a und h_b zueinander, wenn Reib- und Widerstandskräfte vernachlässigt werden können? Bitte kreuzen Sie die richtige Antwort an:

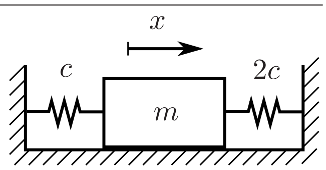


[ ] $h_0 > h_a > h_b$ [X] $h_0 = h_a = h_b$ [ ] $h_0 > h_a = h_b$ [ ] $h_0 > h_b > h_a$

Gegeben: m, g, h_0 **1 Punkt**

---

9. Das rechts dargestellte, schwingungsfähige System besteht aus zwei linear elastischen Federn mit den Steifigkeiten c, $2c$ und der Masse m. Geben Sie die Eigenkreisfrequenz ω_0 des Systems an:



$\omega_0 = \sqrt{\frac{3c}{m}}$

Gegeben: c, m **1 Punkt**

---

10. Die Differentialgleichung einer freien, überkritisch gedämpften Schwingung mit $\boldsymbol{\delta^2 > \omega_0^2}$ lautet:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

Skizzieren Sie für die Anfangsbedingungen $x(t=0) > 0$ und $\dot{x}(t=0) > 0$ im Diagramm den zugehörigen Verlauf von $x(t)$:

Gegeben: ω_0, δ, $x(t=0) > 0$, $\dot{x}(t=0) > 0$

1 Punkt