2. Klausur - Kinematik und Dynamik - SoSe 2011

Prof. Dr. rer. nat. Valentin Popov

Dieser umrahmte Bereich ist vor der Bearbeitung der Klausur **vollständig** und **lesbar** auszufüllen!

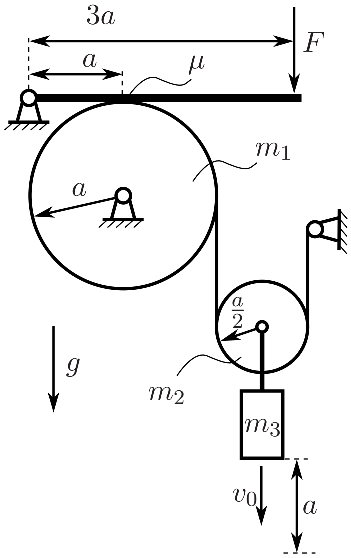
Nachname	______________________	Vorname	______________________
Studiengang	______________________	Matrikelnummer	______________________
Art der Klausur:		◯ Prüfungsklausur	◯ Übungsscheinklausur

Aufgabe	1	2	3	4	Σ 1 - 4	Kurzfragenteil	Korrektor
erreichte Punkte					/ 40	/ 10	

Die Klausur umfasst vier Rechenaufgaben und einen Kurzfragenteil. Die Klausur gilt als bestanden, wenn mindestens 20 von 50 Punkten erreicht werden, jedoch muss dabei der Kurzfragenteil mit mind. 5 von 10 Punkten bestanden werden. Tragen Sie die Ergebnisse des Kurzfragenteils **direkt auf dem Klausurblatt** ein (**nur diese Eintragungen werden berücksichtigt!**). Es werden **alle** Rechenaufgaben gewertet. Bitte sauber schreiben, unlesbare Lösungen werden **nicht** beachtet.

1 Arbeits- und Energiesatz — 3+2+7=12 Punkte

Das gezeigte System aus zwei Rollen und einer Punktmasse soll über einen **masselosen** Bremshebel durch die Kraft F zum Stillstand gebracht werden. Dabei ist ein ideales Seil mit der Rolle m_1 verbunden, um die Rolle m_2 geführt und auf der rechten Seite fest gelagert. Zwischen dem Seil und der Rolle m_2 tritt kein Schlupf auf, hingegen herrscht zwischen der Rolle m_1 und dem Bremshebel Coulombsche Reibung mit dem Reibkoeffizient μ. Im Anfangszustand hat die Masse m_3 die Geschwindigkeit $v_0 = \sqrt{ga}$.



(a) Bestimmen Sie die Normalkraft der Bremse und das zugehörige, an Rolle m_1 angreifende Reibmoment (statisches Problem).

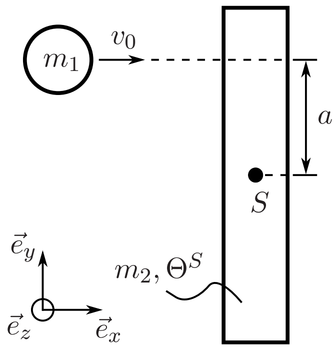
(b) Bestimmen Sie die Anfangs-Winkelgeschwindigkeiten der beiden Rollen.

(c) Bestimmen Sie mit dem Arbeitssatz die Kraft F, bei der die Masse m_3 nach der Strecke a zum Stehen kommt.

Gegeben: a, g, $m_1 = m_2 = 2m$, $m_3 = m$, $v_0 = \sqrt{ga}$, μ, $\Theta_1^{S_1} = ma^2$, $\Theta_2^{S_2} = \frac{1}{2}ma^2$

2 Bekannte Aufgabe — 6+2 = 8 Punkte

Eine Kugel m_1 stößt mit der Geschwindigkeit v_0 gegen einen frei beweglichen ruhenden Klotz m_2, Θ^S. Nach dem Stoß ist die Geschwindigkeit der Kugel Null.



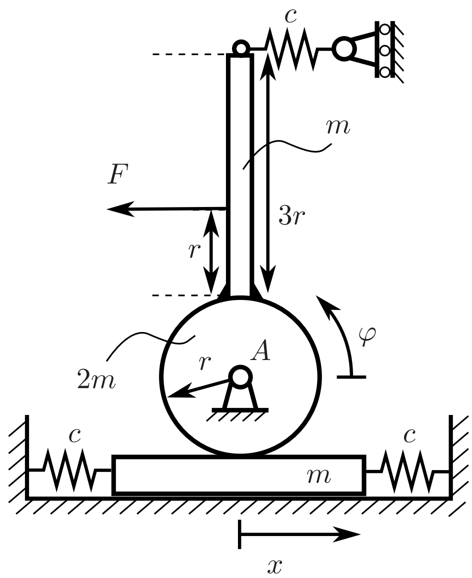
(a) Wie groß sind die Winkelgeschwindigkeit ω des Klotzes und die Geschwindigkeit seines Schwerpunkts $\vec{v}_S$ nach dem Stoß? (Der Stoß kann **nicht** als ideal elastisch angenommen werden)

(b) Berechnen Sie für den Fall eines ideal elastischen Stoßes das Verhältnis der Massen $\frac{m_1}{m_2}$.

Gegeben: m_1, m_2, $\Theta^S = \frac{1}{2}m_2a^2$, v_0

3 Impuls- und Drehimpulssatz 2+6+2=10 Punkte

Im dargestellten System rollt ein Pendel **ohne** Schlupf auf einem Balken ab. Das Pendel setzt sich aus einem Stab (Masse m, Länge $3r$) und einer Kreisscheibe (Masse $2m$, Radius r) zusammen und ist im Punkt A drehbar gelagert. Der Balken besitzt die Masse m und gleitet reibungsfrei auf der Unterlage. Die Federn sind stets horizontal gerichtet und im dargestellten Zustand entspannt, zusätzlich greift am Pendel eine ebenfalls stets horizontal gerichtete Kraft F an.



(a) Bestimmen Sie aus den **gegebenen** Größen das Massenträgheitsmoment Θ^A des Pendels um den Punkt A.

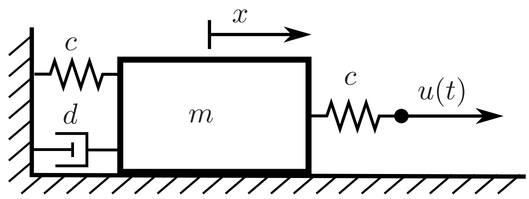
(b) Bestimmen Sie zunächst die **nicht** linearisierte Bewegungsdifferentialgleichung des Systems in der Koordinate φ.

(c) Linearisieren Sie die Bewegungsdifferentialgleichung für kleine Auslenkungen und geben Sie die Eigenkreisfrequenz an.

Gegeben: r, m, c, F,
Massenträgheitsmomente bezogen auf die jeweiligen Schwerpunkte: $\Theta_{\text{Stab}} = \frac{3}{4}mr^2$ und $\Theta_{\text{Scheibe}} = mr^2$

4 Erzwungene Schwingungen 2+5+3=10 Punkte

Ein Körper der Masse m ist über eine Feder und einen Dämpfer an die Umgebung gekoppelt und gleitet reibungsfrei auf der Unterlage. Zusätzlich ist rechts eine weitere Feder angebracht deren eines Ende eine **vorgegebene** harmonische Bewegung $u(t) = \hat{u}\cos\Omega t$ ausführt (Feder-Fußpunkterregung).



(a) Bestimmen Sie die Bewegungsdifferentialgleichung des Systems.

(b) **Leiten** Sie die Vergrößerungsfunktion $V(\eta, D)$ und den Phasenwinkel $\Theta(\eta, D)$ in Abhängigkeit vom Frequenzverhältnis $\eta = \frac{\Omega}{\omega_0}$ und dem Dämpfungsgrad $D = \frac{d}{\sqrt{8cm}}$ her.

(c) Stellen Sie die Verläufe von Anregung $u(t)$ und Antwort $x(t)$ im eingeschwungenen Zustand für den Fall $\eta = 1$ und $D = \frac{1}{2}$ in einem gemeinsamen Diagramm für $0 < \Omega t < 2\pi$ dar.

Gegeben: c, d, m, $u(t) = \hat{u}\cos\Omega t$

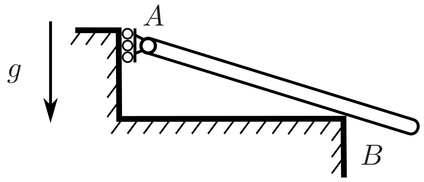
Kurzfragenteil 10 Punkte

1. Geben Sie die Maßeinheiten folgender Größen **<u>ausschließlich</u>** in den Einheiten 1, kg, m und s an:

Eigenkreisfrequenz ω_0	1/s
Dämpfungskonstante d	kg/s
Drehimpuls $\vec{L}$	kgm^2/s
Phasenverschiebung Θ	1

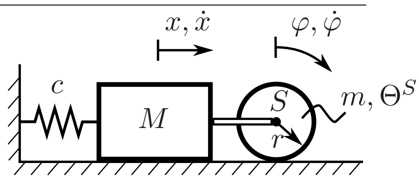
1 Punkt

2. Der gezeigte Stab bewegt sich aufgrund der Gravitation hinab. Am Punkt A ist der Stab losgelagert und am Punkt B gleitet er auf der Kante ab. Ermitteln Sie graphisch den Momentanpol M:



Gegeben: g **1 Punkt**

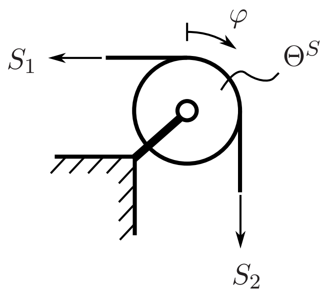
3. Ein Klotz und eine Walze sind durch eine starre, masselose Stange verbunden. Der Klotz gleitet reibungsfrei auf der Unterlage, die Walze rollt ideal ab und die Feder ist für $x = 0$ entspannt. Geben Sie die Gesamtenergie des Systems in Abhängigkeit von x und $\dot{x}$ an:



$$E_{\text{ges}} = \frac{1}{2}\left(cx^2 + (M+m)\,\dot{x}^2 + \Theta^S\left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2\right)$$

Gegeben: c, m, M, r, Θ^S **1 Punkt**

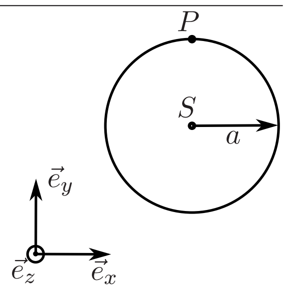
4. Über eine Rolle ist ein ideales Seil geführt, an dessen Enden die beiden Kräfte S_1 und S_2 angreifen. Vervollständigen Sie die Tabelle für die drei vorgegebenen Fälle mit $=, <, >$ unter der Annahme, dass zwischen der Rolle und dem Seil **kein** Schlupf auftritt:



$S_1 = S_2$	$S_1 > S_2$	$S_1 < S_2$
$\ddot{\varphi}$ $\boxed{=}$ 0	$\ddot{\varphi}$ $\boxed{<}$ 0	$\ddot{\varphi}$ $\boxed{>}$ 0

Gegeben: Θ^S **1 Punkt**

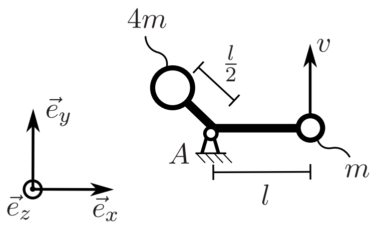
5. Für die dargestellte dünne Scheibe seien die Massenträgheitsmomente Θ^S_{xx}, Θ^S_{yy} und Θ^S_{zz} bezüglich des Schwerpunktes S bekannt. Geben Sie die Massenträgheitsmomente Θ^P_{xx}, Θ^P_{yy} und Θ^P_{zz} bezüglich des eingezeichneten Punktes P an, wenn die Scheibe die Masse m und den Radius a besitzt:



$\Theta^P_{xx} = \Theta^S_{xx} + ma^2, \Theta^P_{yy} = \Theta^S_{yy}, \Theta^P_{zz} = \Theta^S_{zz} + ma^2$

Gegeben: Θ^S_{xx}, Θ^S_{yy}, Θ^S_{zz}, m, a **1 Punkt**

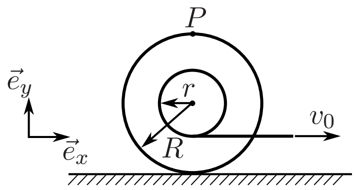
6. Zwei Punktmassen sind durch einen starren, masselosen Rahmen verbunden, der im Punkt A gelenkig gelagert ist. Geben Sie den Drehimpuls $\vec{L}^{(A)}$ des Systems bezüglich A an, wenn sich die Masse m mit der Geschwindigkeit v bewegt:



$\vec{L}^{(A)} = 2mlv$

Gegeben: m, l, v **1 Punkt**

7. Auf einer abgestuften, starren Rolle ist ein Seil aufgerollt, dessen Ende mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = v_0 \vec{e}_x$ bewegt wird. Geben Sie die Geschwindigkeit des Punktes P an, wenn die Rolle **ideal** auf der Unterlage abrollt:



$\vec{v}_P = 4v_0\vec{e}_x$

Gegeben: r, $R = 2r$, v_0 **1 Punkt**

8. Die Differentialgleichung einer freien, gedämpften Schwingung mit $\delta^2 < \omega_0^2$ lautet:

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

Skizzieren Sie für die Anfangsbedingungen $x(t = 0) < 0$ und $\dot{x}(t = 0) < 0$ im Diagramm den zugehörigen Verlauf von $x(t)$:

Gegeben: ω_0, δ, $x(t = 0) < 0$, $\dot{x}(t = 0) < 0$

1 Punkt

9. Die Differentialgleichung für ein ungedämpftes System unter Einwirkung einer zeitlich harmonisch veränderlichen Kraft $F(t) = F_0 \cos \Omega t$ lautet:

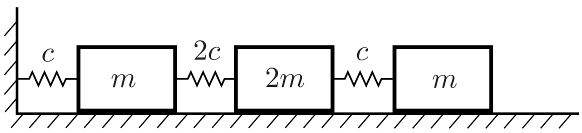
$$2m\ddot{x} + cx = F_0 \cos \Omega t.$$

Geben Sie die Erregerkreisfrequenz Ω_{Resonanz} in Abhängigkeit von c und m für den Resonanzfall an:

$\Omega_{\text{Resonanz}} = \sqrt{\frac{c}{2m}}$

Gegeben: m, c, F_0 **1 Punkt**

10. Geben Sie die Anzahl der Eigenfrequenzen und Eigenformen des gezeigten Systems an:



1.) Anzahl der Eigenfrequenzen: $\boxed{3}$

2.) Anzahl der Eigenformen: $\boxed{3}$

Gegeben: c, m **1 Punkt**