1 Variation $\delta(.)$

Die Variation $\delta(.)$ ist äquivalent zum totalen Differenential d(.) ohne die zeitliche partielle Ableitung:

$$\mathrm{d}(.) = \sum_i \frac{\partial(.)}{\partial q_i}\mathrm{d}q_i + \frac{\partial(.)}{\partial t}\mathrm{d}t$$

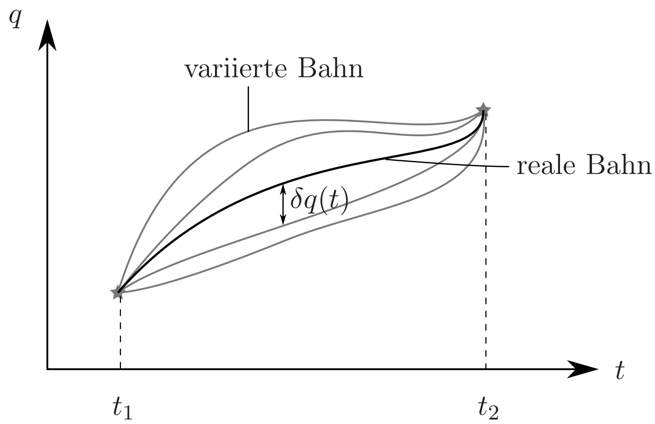
$$\delta(.) = \sum_i \frac{\partial(.)}{\partial q_i}\delta q_i$$

Virtuelle Verrückungen sind Variationen der entsprechenden Variablen.

2 Das Prinzip der kleinsten Wirkung

Sei $S = S(q, \dot{q}, t)$ die Wirkung, die den 'Energieaufwand' beschreibt, den ein System benötigt um von einem Zustand (t_1) in einen anderen Zustand (t_2) zu gelangen. S ist dabei natürlich abhängig von der Wahl des Weges q.
Das Prinzip der kleinsten Wirkung besagt:

***S* ist minimal, das heißt, jedes physikalische System ist faul und wird sich auf dem Weg des geringsten 'Energieaufwandes' bewegen.**



Daher gilt:

$$\boxed{\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} (L + W)\mathrm{d}t = 0}$$

mit

$L = K - U$	LAGRANGEfunktion
W	Arbeit der äußeren Kräfte und Momente

Beachte, dass die Variationen an den beliebigen Zeiträndern immer verschwinden ($\delta q(t_1) = \delta q(t_2) = 0$). Dies bedeutet, dass egal zu welchem Zeitpunkt wir das System betrachten es im energetisch günstigen Zustand ist.

Was ist der Vorteil?

- Wir können elegant die LAGRANGEschen Gleichungen herleiten.
- Wir können alles damit erschlagen (diskrete und kontinuierliche Systeme) und erhalten die Bewegungsdifferentialgleichungen zusammen mit den dynamischen Randbedingungen (für umsonst dazu).
- Gerade bei sehr komplexen Systemen ist die Herleitung der Differentialgleichung und der Randbedingungen so oft einfacher als mit anderen Methoden.
- Wer das Prinzip verstanden hat, hat schon die halbe Herleitung der FEM verstanden.