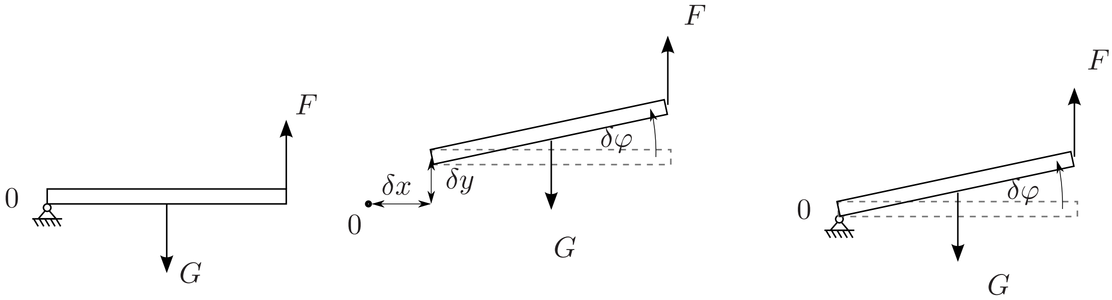
1 Virtuelle Verrückung

Eine virtuelle Verrückung ist eine Verrückung eines mechanischen Systems, welche zeitunabhängig stattfindet. Man spricht von verträglichen Verrückungen, wenn Zwangsbedingungen berücksichtigt werden.



beliebige virtuelle Verrückung   verträgliche virtuelle Verrückung

2 Prinzip der virtuellen Arbeit

1. Ein System ist genau dann im statischen Gleichgewicht, wenn die virtuelle Arbeit aller Kräfte bei beliebigen virtuellen Verrückungen verschwindet.

$$\delta W = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \cdot \delta\vec{r}_i = 0$$

   n sei die Anzahl der angreifenden Kräfte.

2. Ein System ist genau dann im statischen Gleichgewicht, wenn bei verträglichen virtuellen Verrückungen die virtuelle Arbeit verschwindet. Dies bedeutet insbesondere, dass die eingeprägten Kräfte keine virtuelle Arbeit leisten, da die Zwangskräfte senkrecht zur verträglichen virtuellen Verrückung gerichtet sind. Es gilt:

$$\delta W = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{zwang} \cdot \delta\vec{r}_i = 0$$

   und damit

$$\delta W = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^{e} \cdot \delta\vec{r}_i = 0.$$

Bemerkung:
Mit dem Prinzip von D'Alembert $\sum_i \vec{F}_i - m\ddot{\vec{x}} = \vec{0}$ lässt sich das Prinzip der virtuellen Arbeit auch für dynamische Sytsteme formulieren. Hieraus können dann die Lagrangeschen Gleichungen 2.Art hergeleitet werden.

Vorteil gegenüber den Gleichgewichtsbedingungen:

- Oft ist es leichter eine virtuelle Verschiebung zu betrachten als die Statik des gesamten Systems (Robervalsche Waage)
- Es können gezielt vereinzelte Zwangskräfte bestimmt werden. D.h. es müssen nicht alle Gleichgewichtsbedingungen ausgewertet werden.

Mögliches Vorgehen

1. Sollen Zwangskräfte bestimmt werden, muss das System zunächst beweglich gemacht werden und die Zwangskraft ergänzt werden.
2. System verträglich virtuell verrücken.
3. Kräfte $\vec{F}_i$ und Ortsvektoren $\vec{r}_i$ aufstellen.
4. Ortsvektoren variieren ($\delta\vec{r}_i$), ggf. kinematische Beziehungen aufstellen.
5. $\delta W = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i^e \cdot \delta\vec{r}_i = 0$ aufstellen.
6. Koeffizientenvergleich der Summe $\delta W = \sum_{j=1}^{m} Q_j \delta q_j = 0$. Da die generalisierten Koordinaten unabhängig voneinander sind müssen die einzelnen Koeffizienten verschwinden.