Klausur Energiemethoden der Mechanik - WS 09/10
Prof. Dr. rer. nat. Valentin Popov

Bitte deutlich schreiben!

T	
1	
2	
3	
4	
$\sum$	

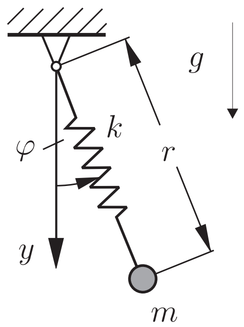
Name, Vorname:

Matr.-Nr.:

Studiengang:

1 (Bekannte Aufgabe) (8 Punkte)

Ein Massenpunkt m ist am unteren Ende einer Feder k angebracht. Am oberen Ende ist die Feder drehbar gelagert. In spannungloser Ruhelage hat die Feder die Länge r_0.

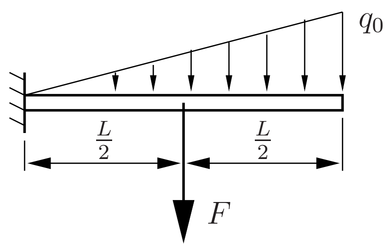


Stellen Sie die Bewegungsdifferentialgleichungen des Systems mit Hilfe der Lagrangeschen Gleichungen 2.Art auf.

Geg.: k, m, r_0, g

2 (3+9 Punkte)

Ein Kragbalken der Länge L mit konstanter Biegesteifigkeit EI ist mit einer wie skizziert linear verteilten Streckenlast q und einer in der Mitte angreifenden Kraft F belastet. Die Verschiebung des freien Balkenendes soll mit dem Verfahren von Ritz näherungsweise bestimmt werden.



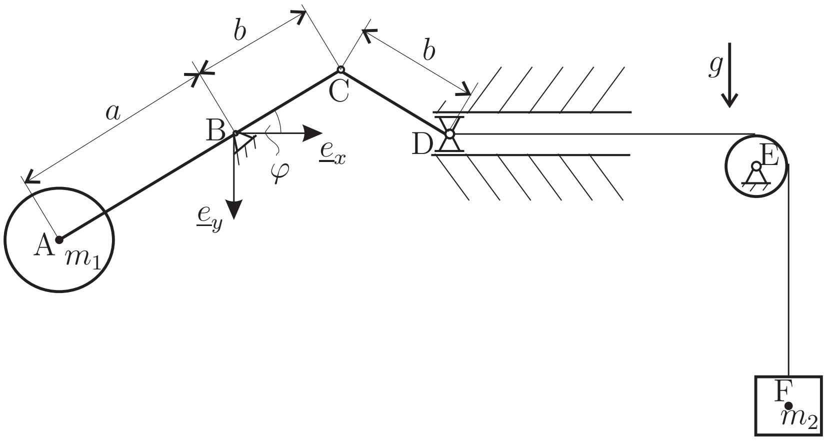
Geg.: EI, L, F, q_0

(a) Passen Sie die Ansatzfunktion $w(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ für die Biegelinie an die geometrischen Randbedingungen an und berücksichtigen Sie zusätzlich, dass am freien Balkenende das Biegemoment verschwindet, $M(x = L) = 0$.

(b) Bestimmen Sie die Verschiebung des freien Balkenendes mit dem Verfahren von Ritz. Benutzen Sie dabei die angepasste Ansatzfunktion.

3 **(3+5 Punkte)**

Die Massen m_1 (Schwerpunkt A) und m_2 (Schwerpunkt F) sind über zwei Stäbe und ein Seil miteinander verbunden. Der Stab AC ist im Punkt B drehbar gelagert. Der Stab CD kann im Punkt D horizontal verschoben werden. Außerdem ist dort ein Seil befestigt, welches die Masse m_2 trägt. Die Punkte B und D liegen auf der selben Höhe.



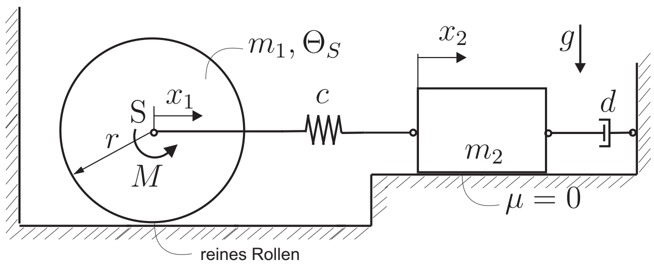
Es gelten folgende Annahmen: Stäbe und Seil sind masselos und starr bzw. undehnbar. Reibung kann vernachlässigt werden.
Geg.: $g, m_1, m_2, a, b, \sin\frac{\pi}{4} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(a) Die Ortsvektoren zu den Punkten A und F seien mit $\underline{r}_\mathrm{A}$ bzw. $\underline{r}_\mathrm{F}$ bezeichnet. Bestimmen Sie die virtuellen Verrückungen $\delta\underline{r}_\mathrm{A}$ und $\delta\underline{r}_\mathrm{F}$ in Abhängigkeit von φ bzw. $\delta\varphi$.

(b) Untersuchen Sie mit dem Prinzip der virtuellen Arbeit, bei welchen Winkeln φ, $0 \leq \varphi < 2\pi$, das System im Gleichgewicht ist. Beschränken Sie sich dabei auf den Sonderfall $m_2 = 2m_1$ und $a = 4b$.

4 **(5+4+3 Punkte)**

Dargestellt ist ein System aus einer Rolle (m_1, Θ_S), einem Klotz (m_2), einer Feder (Steifigkeit c) und einem Dämpfer (Dämpfungskonstante d). Am Schwerpunkt S der Rolle greift ein konstantes Moment M an. In der dargestellten Lage seien $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ und die Feder entspannt.
Geg.: $g, c, d, r, m_1, m_2, \Theta_S = \frac{1}{2}m_1 r^2, M$



(a) Stellen Sie die Lagrangefunktion für das System in den Koordinaten x_1 und x_2 auf.

(b) Beschreiben Sie den Einfluss des Dämpfers und des Moments M mittels Dissipationsfunktion oder generalisierter Kraft.

(c) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen des Systems.

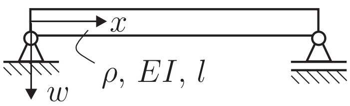
Theorieaufgaben (je 1 Punkt)

1. Welche komplementäre Energie besitzt ein Stab (Länge l, kreisrunder Querschnitt), der gleichzeitig auf Dehnung und Torsion beansprucht wird? Gegeben: l, EA, EI, GI_p

   $\tilde{U} =$

   Benennen Sie die von Ihnen eingeführten Größen!

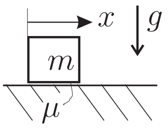
2. Der dargestellte Balken führt infolge einer einmaligen Anregung Biegeschwingungen aus. Welche Ritz-Ansätze erfüllen die geometrischen Randbedingungen?

   - [ ] $w(x,t) = x^2 q(t)$
   - [ ] $w(x,t) = x(3l - 3x)q(t)$
   - [ ] $w(x,t) = \sin\left(\frac{\pi x}{2l}\right) q(t)$

3. Zur Beschreibung eines Systems wird als generalisierte Koordinate sein Volumen benutzt. Welche physikalische Bedeutung hat die zugeordnete generalisierte Kraft?

4. Die Bewegung des Klotzes mit der Masse m wird durch die generalisierte Koordinate x beschrieben. Zwischen Klotz und Untergrund wirkt Gleitreibung (Reibungskoeffizient μ).

   Wie lautet die Dissipationsfunktion für die Reibungskraft?

   D=

5. Formulieren Sie die Lagrange-Gleichungen 2. Art für ein System in den generalisierten Koordinaten x und φ. Berücksichtigen Sie eine Dissipationsfunktion D und die nichtkonservativen generalisierten Kräfte Q_x und Q_φ.

6. Betrachtet wird ein linear elastisches System, an dem die Kräfte Q_i und Q_j angreifen. q_i bzw. q_j sind die Verschiebungen der Kraftangriffspunkte von Q_i und Q_j in deren Richtung. Die potentielle Energie des Systems ist U. Welche der folgenden Beziehungen für die Maxwellsche Einflußzahl α_{ij} sind gültig?

☐ $\alpha_{ij} = \frac{\partial q_i}{\partial Q_j}$ ☐ $\alpha_{ij} = \frac{\partial q_j}{\partial Q_i}$ ☐ $\alpha_{ij} = \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_j}$ ☐ $\alpha_{ij} = \frac{\partial^2 U}{\partial Q_i \partial Q_j}$

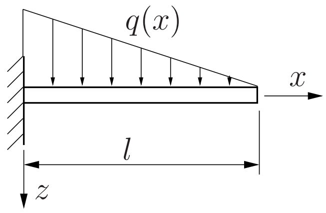
7. Die Bewegung eines Körpers sei durch eine Koordinate vollständig beschreibbar. Die Ermittlung der Bewegungsgleichung und einiger Zwangskräfte erfolgt mit Hilfe der Lagrange-Gleichungen 1. Art unter Verwendung von drei generalisierten Koordinaten.

Wie groß ist die Anzahl der Lagrange-Gleichungen 1. Art? ☐

Wie groß ist die Anzahl der Zwangsbedingungen? ☐

8. Betrachtet wird ein System, welches vollständig mittels einer Koordinate φ beschrieben werden kann. Welche Forderungen sind an die potentielle Energie U für ein stabiles Gleichgewicht zu stellen?

9. Ein Balken verformt sich unter Einwirkung einer Streckenlast. Es soll die Verdrehung $\varphi(l/2)$ in der Mitte des Balkens ermittelt werden. Die Zählrichtung für die Verdrehung ist die positive y-Achse (weist zum Betrachter).



Nach welcher Größe muss die komplementäre Energie des Balkens abgeleitet werden, um $\varphi(l/2)$ zu berechnen? Zeichnen Sie diese Größe in die Skizze ein, und bezeichnen Sie sie mit einem gebräuchlichen Formelzeichen.

10. Das Prinzip der virtuellen Arbeit sagt aus: Ein mechanisches System befindet sich genau dann im Gleichgewicht, wenn

☐ die Arbeit bei bestimmten virtuellen Verschiebungen gleich Null ist.

☐ die Arbeit bei beliebigen virtuellen Verschiebungen gleich Null ist.

☐ die Arbeit aller nicht konservativen Kräften gleich Null ist.

Bitte die richtige Aussage ankreuzen!