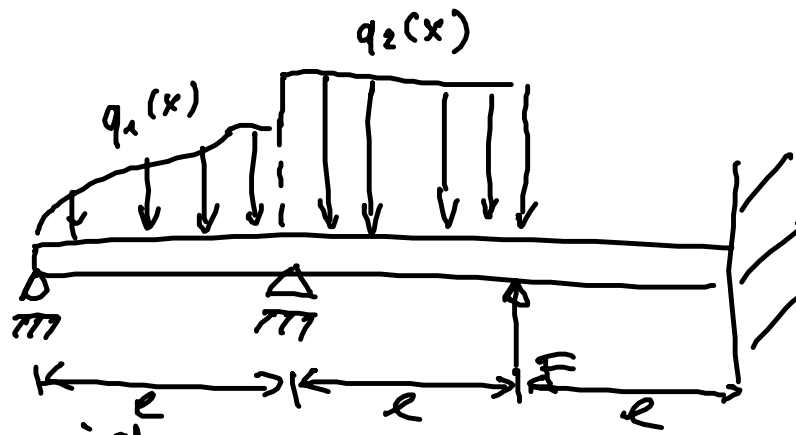


Nachtrag Rand und Übergangskond

BSP



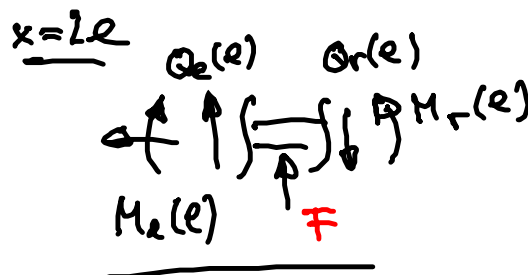
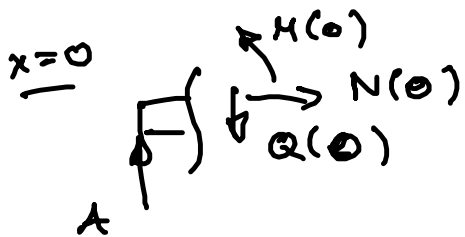
3 Bereiche

- I $0 \leq x \leq l$
- II $l \leq x \leq 2l$
- III $2l \leq x \leq 3l$

$$EI w^{IV}(x) = q(x)$$



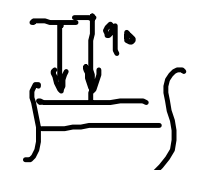
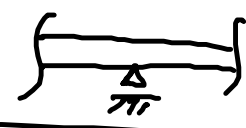
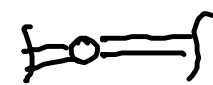
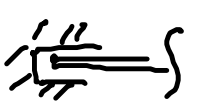
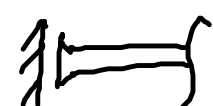

	$x=0$	$x=l$	$x=2l$	$x=3l$
w	0	0	$w_r(2l) = w_l(2l)$	$w(3l) = 0$
w'	/	$w'_r(l) = w'_l(l)$	$w'_r(2l) = w'_l(2l)$	$w'(3l) = 0$
M	0	$M_l(l) = M_r(l)$	$M_l(2l) = M_r(2l)$	/
Q	/	/	$Q_l(2l) + F = Q_r(2l)$	/

$w_e(l) = 0$
 $w'_e(l) = 0$



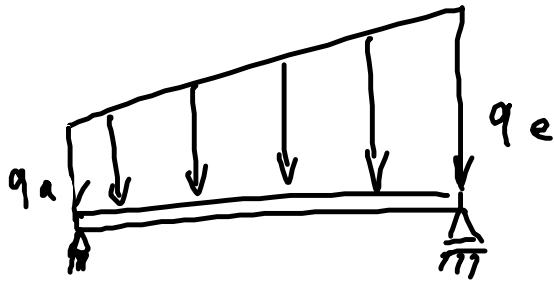
TABELLE

RB / ÜB

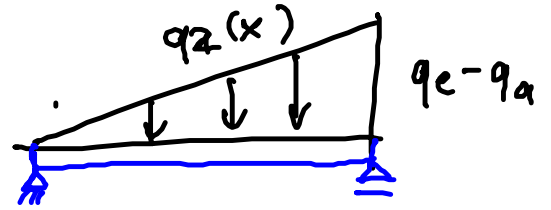
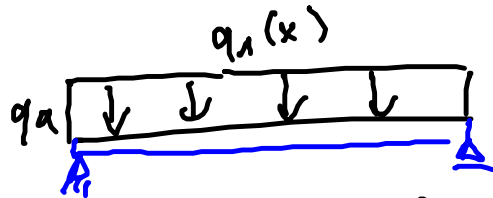
				
w	○	○	$w_r = w_e$	$w_r = 0 = w_e$
w'	/	○	$w'_r = w'_e$	$w'_r = w'_e$
M	○	/	$M_r = M_e$	$M_r = M_e$
Q	/	/	$Q_r = Q_e$	/
				
w	$w_r = w_e$	○	/	/
w'	/	○	○	/
M	$M_r = 0 = M_e$	/	/	○
Q	$Q_r = Q_e$	/	○	○

SUPERPOSITION

Bsp



$$EI w''''(x) = q(x)$$



$$q(x) = q_1(x) + q_2(x)$$

$$EI w_1''''(x) = q_1(x)$$

$$EI w_2''''(x) = q_2(x)$$

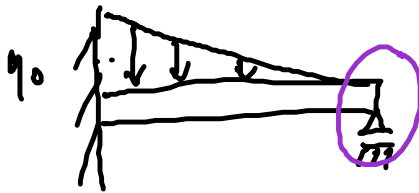
Summe

$$EI (w_1''''(x) + w_2''''(x)) = q_1(x) + q_2(x) = q(x)$$

$$\Leftrightarrow EI w''''(x) = q(x)$$

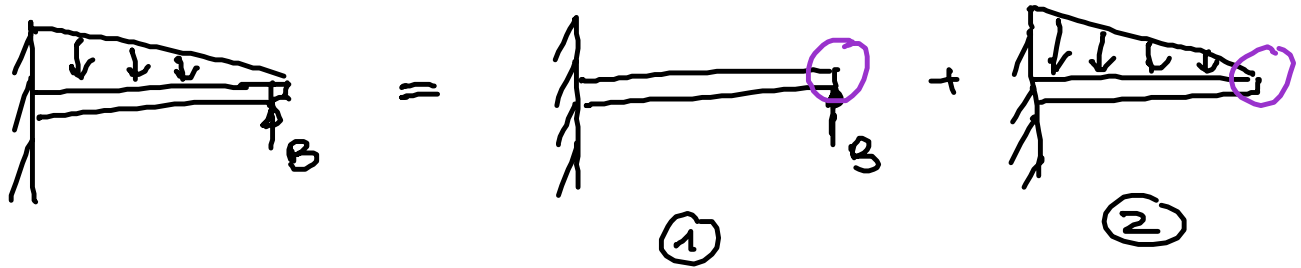
$$w''''(x) = w_1''''(x) + w_2''''(x)$$

statisch unbestimmte Systeme + Superposition



statisch bestimmtes
Ersatzsystem





Kinematische Verträglichkeitsbedingung

$$w(e) = 0 = w_1(e) + w_2(e)$$

$$0 = -\frac{B e^3}{3EI} + \frac{q_0 e^4}{30EI}$$

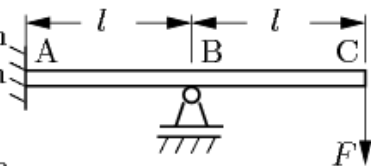
$$B = \frac{q_0 e}{10}$$

AUFGABE 107

107. Der nebenstehend skizzierte Balken sei längshomogen. Bestimmen Sie alle Auflagerreaktionen in A und B.

Hinweis: Die Werte der Längssteifigkeit K_L und der Biegesteifigkeit K_B müssen nicht bekannt sein. Zu betrachten ist nur die Belastung quer zum Balken, die horizontalen Lagerkräfte sind Null.

- (a) Lassen sich die Auflagerreaktionen alleine aus den Gleichgewichtsbeziehungen bestimmen? Begründen Sie ihre Antwort.



- (b) Geben Sie stichpunktartig die Arbeitsschritte an, die zur Lösung dieses Problems erforderlich sind. (Zwei oder drei Stichpunkte genügen.)
- (c) Berechnen Sie die Lösung auf dem in (b) angegebenen Weg.

Geg.: F, l, K_L, K_B

a) Nein, die Lagerkräfte lassen sich nicht aus den GGBen bestimmen, da das System 1-fach statisch

unbestimmt ist.

b) Lösung mit Superposition

1) statisch bestimmtes Ersatzsystem
mit unbekannter Lagerreaktion

2) System in einfache Teilsysteme
zerlegen

3) (benötigte) Biegelinien bestimmen
Variante 1 (statische bestimmte
Systeme)

Bestimme $M(x)$

und löse $EI w''(x) = -M(x)$

(Integration, RB/ÜB, Konstanten $\Rightarrow w(x)$)

Variante 2 (alle Systeme)

Bestimme $q(x)$

und löse $(EI w''(x))'' = q(x)$

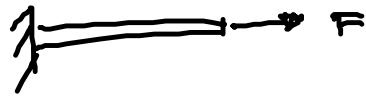
(Integration, RB/ÜB, Konstanten $\Rightarrow w(x)$)

4) aus $w(x)$ Lagerreaktionen bestimmen

QUIZ



$$C_B = \frac{3EI}{l^3}$$



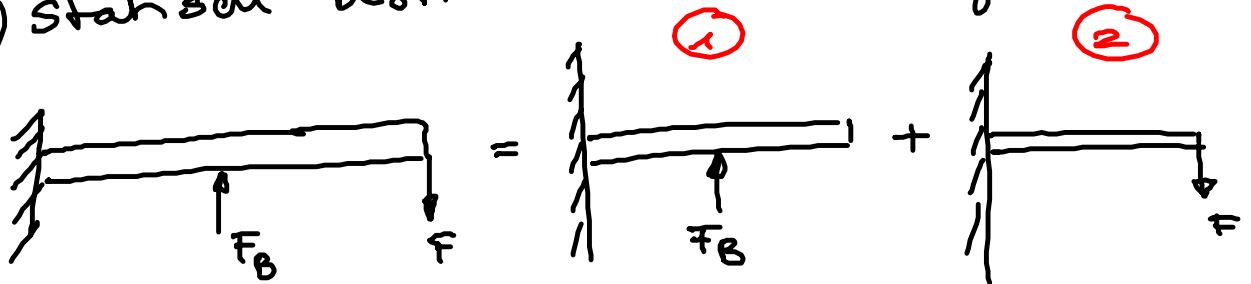
$$C_D = \frac{EA}{e}$$

$$F = C \Delta l$$

$$F = C_B w(l)$$
$$w(l) = \frac{Fl^3}{3EI}$$

$$F = EA \frac{\Delta l}{e}$$

c) 1,2) Statisch bestimmtes Ersatzsystem



3) Verträglichkeitsbed.

$$w(l) = 0 = w_1(l) + w_2(l)$$

4) Biegelinie bestimmen

System 1: mit Variante 1

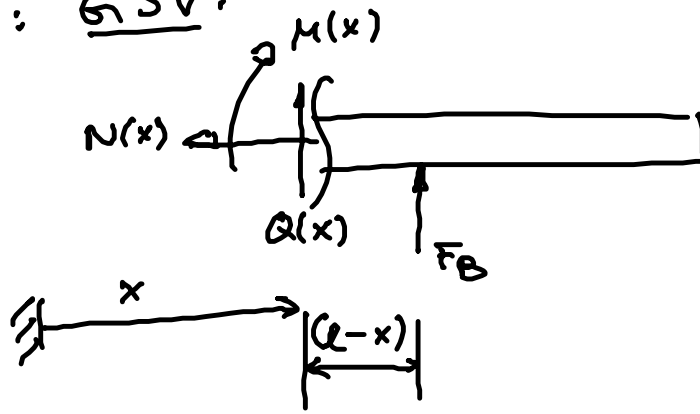
Bestimmen der Biegelinie von Bereich I genügt, da alle Lagerkräfte ~~bei~~ in Bereich I angreifen

Ges

$$w_{1I}(x)$$

$$EI w_{1I}''(x) = -M_{1I}(x)$$

$M_{1E}(x)$: GSV:



GGB:

$M_{1E}(x) = F_B(l-x)$

Integration

$$EI w_{1E}''(x) = -F_B(l-x)$$

$$\rightarrow EI w_{1E}'(x) = +\frac{1}{2}F_B(l-x)^2 + C_1$$

$$\rightarrow EI w_{1E}(x) = -\frac{1}{6}F_B(l-x)^3 + C_1x + C_2$$

RB / üB

$$w_{1E}(0) = 0 \Rightarrow -\frac{1}{6}F_B l^3 - \frac{F_B}{6} \cdot 0 + C_2 = 0$$

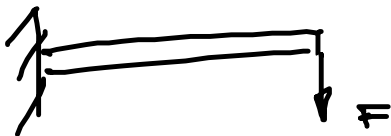
$$w_{1E}'(0) = 0 \Rightarrow \begin{cases} C_1 = -\frac{F_B}{2}l^2 \\ C_2 = \frac{1}{6}F_B l^3 \end{cases}$$

Biegelinie

$$w_{1E}(x) = \frac{1}{EI} \left[-\frac{1}{6}F_B(l-x)^3 - \frac{F_B}{2}l^2x + \frac{1}{6}F_B l^3 \right]$$

SYSTEM 2

variable 2



$$q(x) = 0$$

Integration

$$EI w_2^{(4)}(x) = 0$$

$$EI w_2^{(3)}(x) = B_1$$

$$EI w_2''(x) = B_1 x + B_2$$

$$EI w_2'(x) = B_1 \frac{x^2}{2} + B_2 x + B_3$$

$$EI w_2(x) = B_1 \frac{x^3}{6} + B_2 \frac{x^2}{2} + B_3 x + B_4$$

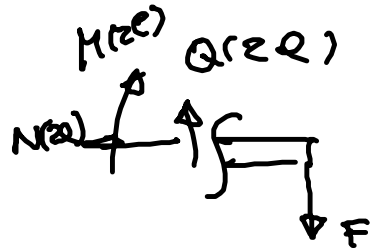
RB / UB:

$$w(0) = 0$$

$$w'(0) = 0$$

$$M(2L) = 0$$

$$Q(2L) = F$$



Konstanten:

$$w'(0) = 0 \Rightarrow \boxed{B_3 = 0}$$

$$w(0) = 0 \Rightarrow \boxed{B_4 = 0}$$

$$Q(2L) = F = -EI w_2'''(2L) = -B_1$$

$$\boxed{B_1 = -F}$$

$$M(2L) = 0 = -EI w_2''(2L) = -F \cdot 2L + B_2$$

$$\boxed{B_2 = 2FL}$$

$$\boxed{w_2(x) = \frac{1}{EI} \left[-\frac{F}{6} x^3 + \frac{2FLx^2}{2} \right]}$$

5) Laagerkräfte bestimmen

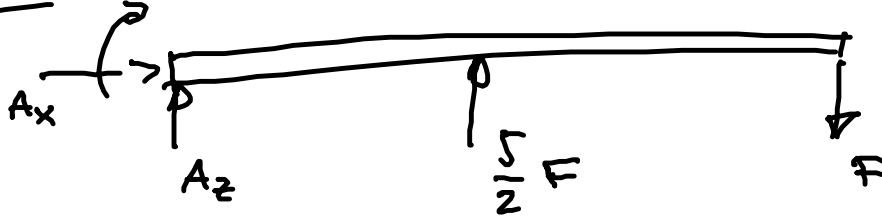
$$w(L) = 0 = w_{1E}(L) + w_2(L) \quad | \cdot EI$$

$$0 = -\frac{F_B}{2} \cancel{e} + \frac{F_B}{2} \cancel{e} - \frac{F}{2} \cancel{e} + F \cancel{e}$$

$$\frac{1}{3} F_B = \frac{5}{6} F$$

$$F_B = \frac{5}{2} F$$

FS: M_A



GGB:

$$A_x = 0$$

$$-A_z - \frac{5}{2} F + F = 0$$

$$A_z = -\frac{3}{2} F$$

$$\sum M^{(A)} = 0 = -M_A + \frac{5}{2} F \cdot e - F \cdot 2e$$

$$M_A = \frac{F e}{2}$$

HA: 103, 105, 106

TUΓ: 108, 109