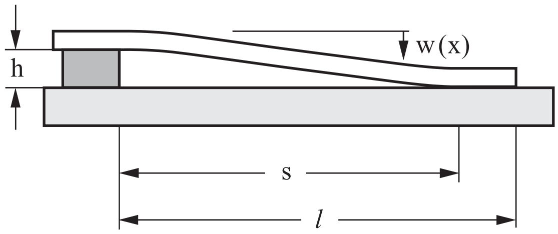
Aufgabe 1. In der Mikrotechnologie werden häufig kleine Lamellen (=Biegebalken) benutzt. Mit deren Auslenkungen können zum Beispiel Beschleunigungen gemessen werden. Ein solcher Balken kann aber auch an der nahen Oberfläche "kleben" bleiben (Skizze). Dies geschieht durch Adhäsion. Benutzen Sie Energiemethoden, um abzuschätzen, ab welcher Länge des Balkens er beim Kontakt mit der Unterlage kleben bleibt. Wie kann man diesen Effekt vermeiden?



Anleitung:
Die Energie des Systems nimmt im Gleichgewicht ein Minimum ein. Sie setzt sich aus der elastischen Energie und der Adhäsionsenergie zusammen. Werden die Körper in Kontakt gebracht, vermindert sich der Energie des Systems um $W_{ad} = -\gamma A$, wobei γ die Adhäsionsenergie pro Flächeneinheit ist und A die Kontaktfläche.

a) Berechnen Sie die Gesamtenergie des Systems für den skizzierten Fall (ab der Stelle *d* ist der Balken im Kontakt mit der unteren Oberfläche).

b) Berechnen Sie, für welches *d* die Gesamtenergie ein Minimum besitzt. Welche Werte für *d* sind zulässig? Wie gehen die Abmessungen des Balkens in die Berechnung ein?

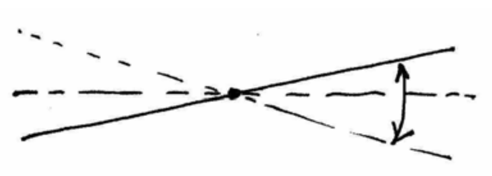
Bewegung unter Wirkung einer schnell oszillierenden Kraft.
Steht ein Körper unter Wirkung einer konservativen Kraft mit einem Potential *U* und einer damit überlagerten *schnell oszillierenden* Kraft $f(x,t) = f_0(x)\cos(\omega t + \varphi_0)$ so bewegt er sich nach einem Gesetz $x(t) = X(t) + \xi(t)$, wobei $X(t)$ eine glatte und $\xi(t)$ eine schnell oszillierende Funktion (mit einer kleinen Amplitude) sind.

Die schnell oszillierende Funktion berechnet sich aus $m\ddot{\xi} = f(X,t)$ und lautet $\xi = -\frac{f}{m\omega^2}$.

Man kann zeigen, daß für die glatte Funktion $X(t)$ die Gleichung $m\ddot{X} = -\frac{dU_{eff}}{dx}$ gilt, wobei

$$U_{eff} = U + \frac{m}{2}\overline{\dot{\xi}^2} = U + \bar{K}\ .$$

Aufgabe 2. Eine glatte Ebene führt Oszillationsbewegung um die Achse O nach einem Gesetz
$\varphi = \varphi_0 \cos\omega t$ aus.
Wie werden sich kleine, auf der Oberfläche gestreute Teilchen bewegen?



Aufgabe 3. Bestimmen Sie die stabilen Gleichgewichtslagen eines Pendels, dessen Aufhängepunkt vertikale Schwingungen mit großer Frequenz ausführt.
Hinweis: Lagrangefunktion haben wir in einem früheren Colloquium berechnet:

$$L = \frac{ml^2}{2}\dot{\varphi}^2 + mla\omega^2\cos\omega t\cos\varphi + mgl\cos\varphi$$