TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN

Fakultät V – Verkehrs- und Maschinensysteme - Institut für Mechanik

FG Systemdynamik
und Reibungsphysik

Prof. Dr. Valentin L. Popov
Dipl.-Ing. Stephan Kusche

Kontaktmechanik und Reibungsphysik WiSe 2016/17 – UE 04

Thema: Exakte Lösungen zum Normalkontaktproblem

Aufgabe 1: Flachstempelkontakt

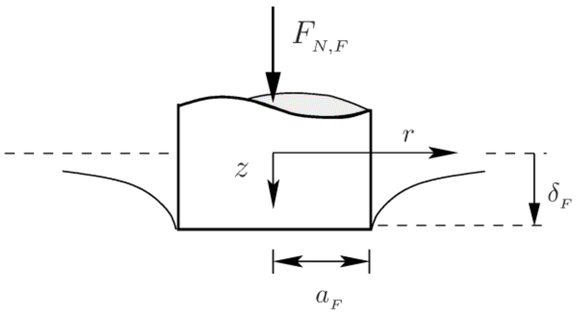

Abb. 1: Eindruck eines flachen, zylindrischen, starren Stempels in den elastischen Halbraum

Abb. 1 zeigt den Eindruck eines flachen, zylindrischen, starren Stempels vom Radius a_F in den elastischen Halbraum. Die Spannungsverteilung ist durch

$$p_F(r,\delta_F) = \begin{cases} E^* \dfrac{\delta_F}{\pi} \dfrac{1}{\sqrt{a_F^2 - r^2}} & \text{für} \quad 0 < r < a_F \\ 0 & \text{für} \quad r > a_F \end{cases} \tag{1}$$

gegeben und die Oberflächennormalverschiebung lautet

$$u_F(r,\delta_F) = \begin{cases} \delta_F & \text{für} \quad 0 < r \le a_F \\ \dfrac{2}{\pi}\delta_F \arcsin\left(\dfrac{a_F}{r}\right) & \text{für} \quad r > a_F \end{cases} . \tag{2}$$

a) Ermitteln Sie den Zusammenhang zwischen $F_{N,F}$, δ_F und a_F.

b) Geben Sie die Kontaktsteifigkeit

$$k_N := \frac{dF_{N,F}}{d\delta_F} \tag{3}$$

an.

c) Zeigen Sie, dass diese universelle Kontaktsteifigkeit für alle rotationssymmetrischen Profile gilt.

Aufgabe 2: Parabolischer Kontakt

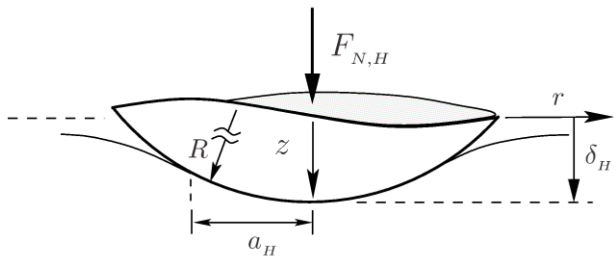

Abb. 2: Normalkontakt zwischen einem starren, parabolischen Profil und einem elastischen Halbraum

Mit Hilfe des Reziprozitätssatzes von Maxwell und Betti soll aufbauend auf den Lösungen (1) und (2) für den Flachstempelkontakt das klassische Hertzsche Kontaktproblem aus Abb. 2 gelöst werden. Gesucht sind sowohl die Zusammenhänge zwischen Normalkraft $F_{N,H}$, Eindrücktiefe δ_H und Kontaktradius a_H.

Nehmen Sie zunächst gleiche Kontaktflächen an $\left(a_F = a_H\right)$ und ermitteln Sie mit dem Reziprozitätssatz die Zusammenhänge zwischen Normalkraft $F_{N,H}$, Eindrücktiefe δ_H und Kontaktradius a_H. Nutzen Sie dabei die Tatsache aus, dass für alle axialsymmetrischen Normalkontaktprobleme die universelle Kontaktsteifigkeit gilt.

Aufgabe 3: Konischer Kontakt

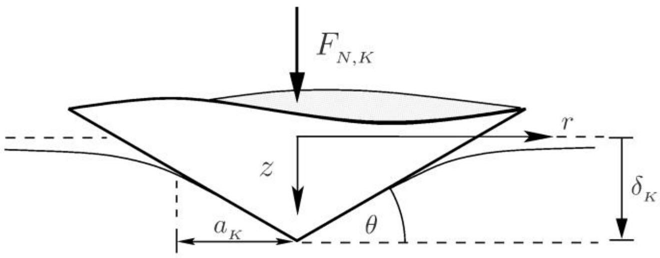

Abb. 3: Kontakt eines starren, konischen Indenters mit dem elastischen Halbraum

[Hausaufgabe] Mit Hilfe des Reziprozitätssatzes von Maxwell und Betti soll aufbauend auf den Lösungen (1) und (2) für den Flachstempelkontakt das Kontaktproblem zwischen dem starren, konischen Indenter und dem elastischen Halbraum aus Abb. 3 gelöst werden. Gesucht sind sowohl die Zusammenhänge zwischen Normalkraft $F_{N,K}$, Eindrücktiefe δ_K und Kontaktradius a_K.

Nehmen Sie zunächst gleiche Kontaktflächen an $\left(a_F = a_K\right)$ und ermitteln Sie mit dem Reziprozitätssatz die Zusammenhänge zwischen Normalkraft $F_{N,K}$, Eindrücktiefe δ_K und Kontaktradius a_K. Nutzen Sie dabei die Tatsache aus, dass für alle axialsymmetrischen Normalkontaktprobleme die universelle Kontaktsteifigkeit gilt. Hinweis:

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx = \int_0^{\pi/2} \cos^2(x)\,dx = \frac{1}{2}\left(x+\cos(x)\sin(x)\right)\Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{4}. \tag{4}$$