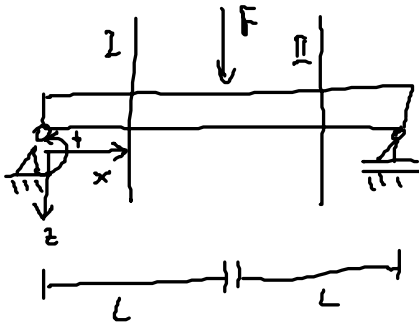
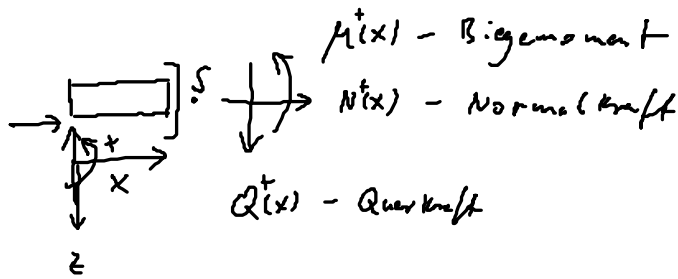


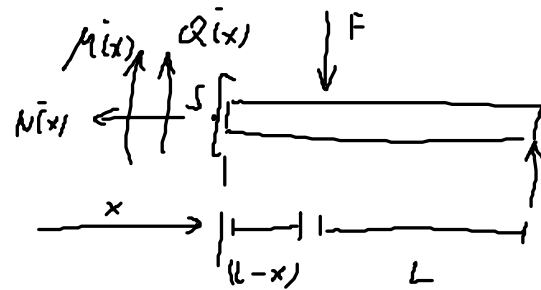
6. Übung - Schnittlasten



positives U_{kr}:



negatives U_{kr}:

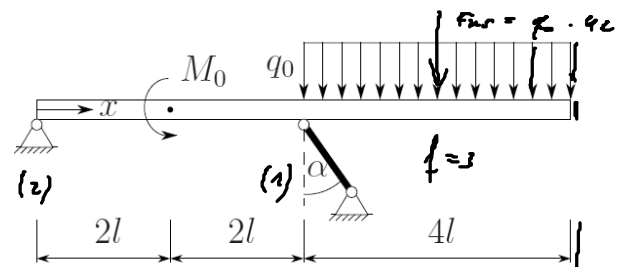


1) Globales Schnittverfahren → A62

2) Schnittlast-DGL-Verfahren → A59

Aufgabe 62

Auf den skizzierten Balken wirkt ein Einzelmoment $M_0 = 4q_0 l^2$ und eine konstante Streckenlast q_0 . Gesucht sind die Schnittlastenverläufe. Gehen sie zu Doc Berechnung wie folgt vor:



(a) Ist das System statisch bestimmt gelagert? Begründen Sie Ihre Antwort.

(b) Bestimmen Sie alle Lagerreaktionen.

(c) Berechnen Sie die Schnittgrößen $N(x)$, $Q(x)$ und $M(x)$ und skizzieren Sie diese qualitativ unter Angabe markanter Werte (Nullstellen, Extrema etc.).

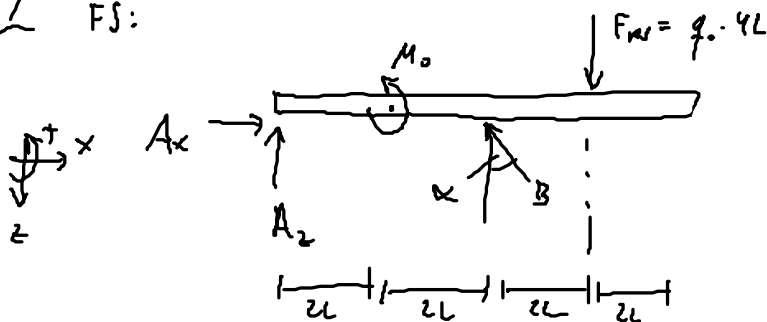
Geg.: $q_0, l, \alpha, M_0 = 4q_0 l^2$

a) $n = 4 - r - v \stackrel{!}{=} 0$

$n = 3 - 3 - 0 = 0 \quad \checkmark$

• nicht beweglich o. verspannbar

b) FS:



$x: 0 = A_x - B \sin(\alpha) \Rightarrow A_x = B \sin(\alpha) = 5q_0L \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = 5q_0L \tan(\alpha)$

$z: 0 = -A_z - B \cos(\alpha) + q_0 4L \Rightarrow A_z = 4q_0L - B \cos(\alpha) = -q_0L$

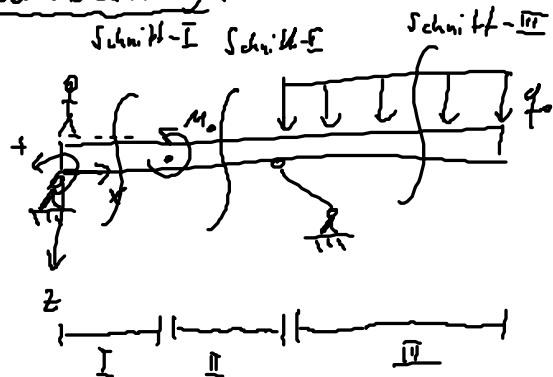
$M^A: 0 = M_0 + B \cos(\alpha) 4L - 4q_0L 6L \Rightarrow B = \frac{1}{4L \cos(\alpha)} \left(-M_0 + 4q_0L^2 6 \right)$

$B = \frac{1}{\cos(\alpha)} (-q_0L + 6q_0L)$

$B = \frac{5q_0L}{\cos(\alpha)}$

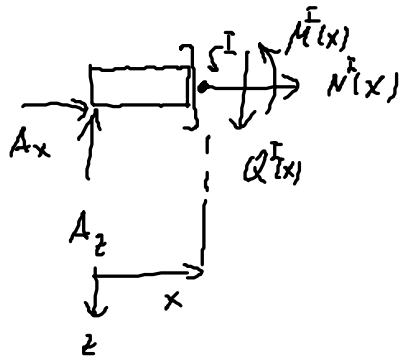
c) Schnittgrößen

a) Darstellung der Lasten:



e) Fixschnitt

I) $0 \leq x < 2L$

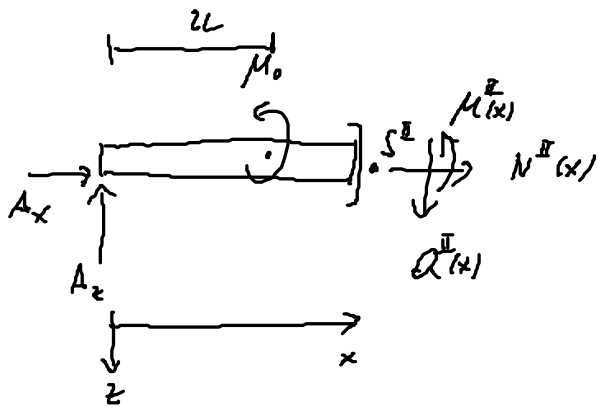


$$x: 0 = A_x + N^I(x) \Rightarrow N^I(x) = -A_x = -5q_0L \tan(\alpha)$$

$$z: 0 = -A_z + Q^I(x) \Rightarrow Q^I(x) = A_z = -q_0L$$

$$M^{SI}: 0 = M^I(x) - A_z \cdot x \Rightarrow M^I(x) = A_z x = -q_0Lx$$

II) $2L < x < 4L$



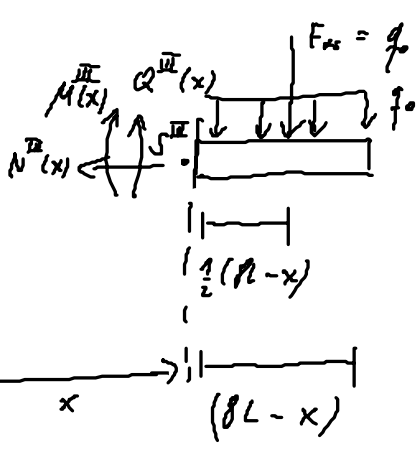
$$x: 0 = A_x + N^II(x) \Rightarrow N^II(x) = -5q_0L \tan(\alpha)$$

$$z: 0 = -A_z + Q^II(x) \Rightarrow Q^II(x) = -q_0L$$

$$M^{SI}: 0 = -A_z x + M^II(x) + M_0$$

$$\Rightarrow M^II(x) = -q_0Lx - 4q_0L^2$$

III) $4L < x < 8L$



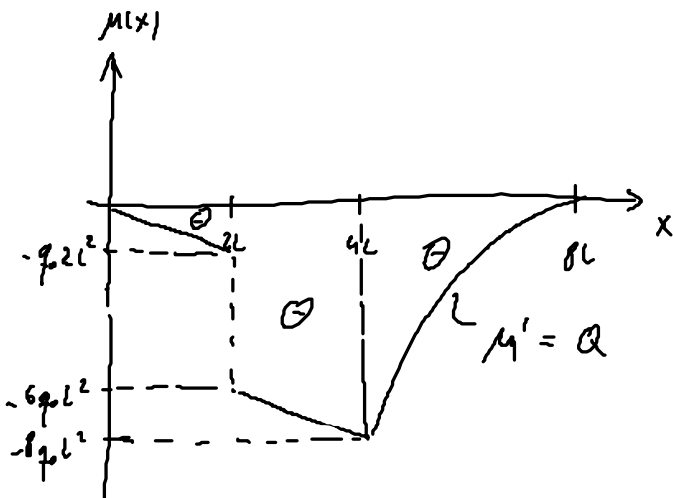
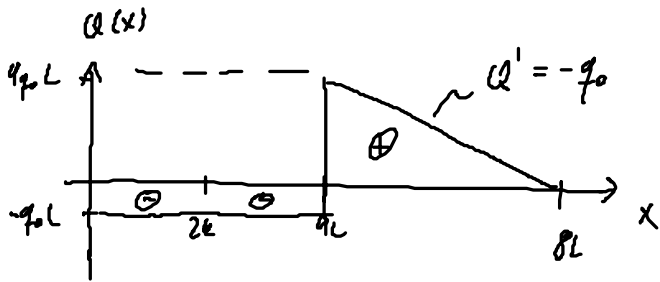
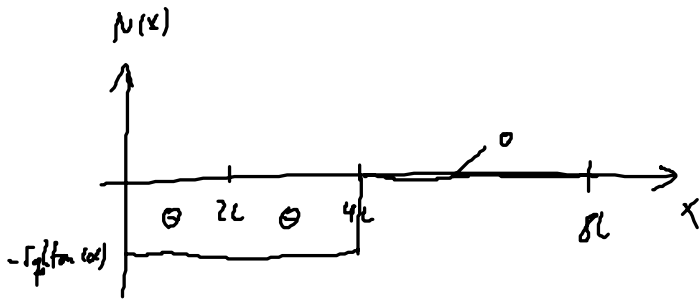
$$x: 0 = -N^III(x) \Rightarrow N^III(x) = 0$$

$$z: 0 = -Q^III(x) + q_0(8L-x)$$

$$\Rightarrow Q^III(x) = q_0(8L-x)$$

$$M^{SI}: 0 = -M^III(x) - q_0(8L-x) \frac{1}{2}(8L-x) \Rightarrow M^III(x) = -\frac{1}{2}q_0(8L-x)^2$$

3.) Verlauf



SL-06L:

$$\frac{dQ}{dx} = -q(x)$$

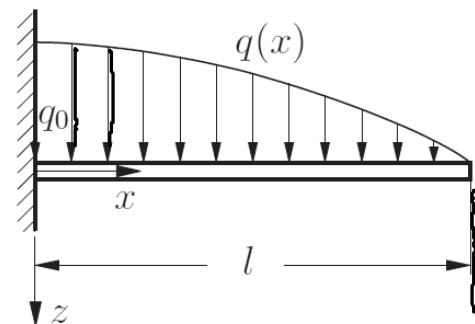
$$\frac{dM}{dx} = Q(x)$$

Aufgabe 59

Der skizzierte Balken ist links fest eingespannt und wird durch eine cosinusförmige Streckenlast $q(x)$ belastet.

- Berechnen Sie den Verlauf der Schnittgrößen (Biegemoment, Querkraft, ~~Normalkraft~~).
- Skizzieren Sie den Verlauf der Schnittgrößen unter Angabe charakteristischer Werte.
- Wie groß ist das maximale Biegemoment?

Geg.: q_0, l



Lösung mit SL-DGLn

(1) $\frac{dQ}{dx} = -q(x) \Rightarrow Q(x) = -\int q(x) dx + C_1$

(2) $\frac{dM}{dx} = Q(x) \Rightarrow M(x) = \int Q(x) dx + C_2$

a) SL-bestimmen

$q(x) = q_0 \cos\left(\frac{\pi}{2L} x\right)$

$\sin(x)' = \cos(x)$

$\cos(x)' = -\sin(x)$

$\left(\dots\right)' \sin\left(\frac{\pi}{2L} x\right)' = \frac{\pi}{2L} \cos\left(\frac{\pi}{2L} x\right)$

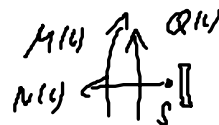
1) Integration:

(1)' $Q(x) = -\int q_0 \cos\left(\frac{\pi}{2L} x\right) dx + C_1 = -q_0 \frac{2L}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2L} x\right) + C_1$

(2)' $M(x) = \int \left(-q_0 \frac{2L}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2L} x\right) + C_1\right) dx + C_2 = +q_0 \left(\frac{2L}{\pi}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{2L} x\right) + C_1 x + C_2$

2) RBen: Wo keine ldr $Q(x)$ oder $M(x)$

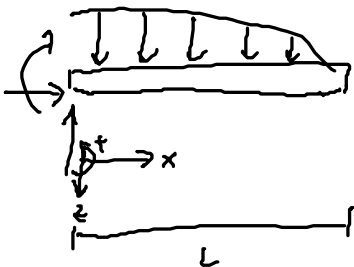
$x=L:$



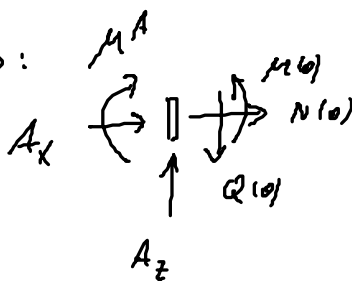
$x: 0 = N(L)$

$z: 0 = Q(L) - RB1$

$M^S: 0 = M(L) - RB2$



$x=0:$



$x: N(0) = -Ax \quad ?$

$z: Q(0) = Az \quad ?$

$M^S: M(0) = MA \quad ?$

\Rightarrow keine RBen, A_x, A_z, M^A

Sind nicht bekannt!

3) RWR answerten:

$$RB-1: \quad 0 = -q_0 \frac{2L}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2L} \cdot L\right) + C_1 \Rightarrow C_1 = q_0 \frac{2L}{\pi}$$

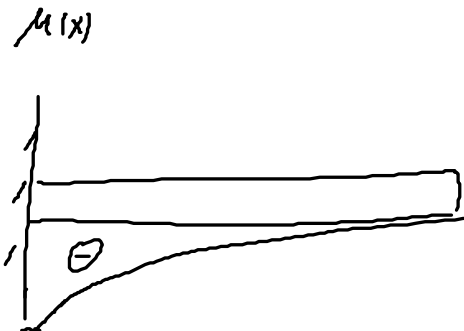
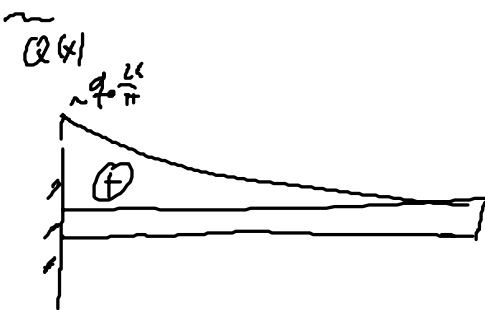
$$RB-2: \quad 0 = q_0 \left(\frac{2L}{\pi}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{2L} \cdot L\right) + C_1 L + C_2 \Rightarrow C_2 = -C_1 L = -q_0 \frac{2L^2}{\pi}$$

damit:

$$Q(x) = -q_0 \frac{2L}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2L} x\right) + q_0 \frac{2L}{\pi} = q_0 \frac{2L}{\pi} \left(1 - \sin\left(\frac{\pi}{2L} x\right)\right)$$

$$M(x) = q_0 \left(\frac{2L}{\pi}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi}{2L} x\right) + q_0 \frac{2L}{\pi} x - q_0 \frac{2L^2}{\pi}$$
$$= q_0 \frac{2L}{\pi} \left(\frac{2L}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{2L} x\right) + x - L\right)$$

b) Verlauf



$$q_0 \frac{2L^2}{\pi} \left(\frac{2}{\pi} - 1\right)$$
$$\left(\frac{2}{\pi} - 1\right) < 0$$

c)

$$M_{\max} = M(x=0) = q_0 \frac{2L^2}{\pi} \left(\frac{2}{\pi} - 1\right)$$

Tut: 60, 67 ; Ha: 66, 73